

永磁同步电机线性分段最大转矩电流比近似控制

崔 涛, 赵彦凯

(北京理工大学 机械与车辆学院, 北京 100089)

摘 要: 在永磁同步电机(PMSM)数学模型和最大转矩电流比(MTPA)控制理论的基础上,分析了 MTPA 曲线的数学特性,表明 MTPA 曲线是等轴双曲线的左半支。根据该双曲线的特性,提出了一种线性分段 MTPA 近似控制算法。改变电机参数,计算 MTPA 真解与近似解之间的误差,验证该控制算法的可移植性。建立 Simulink 模型,进行仿真分析,对比查表法与 MTPA 近似控制算法的响应特性。仿真结果表明:线性分段 MTPA 近似控制算法具有良好的稳态和动态响应,可以较好地实现 MTPA 控制。

关键词: 永磁同步电机; 最大转矩电流比; 近似控制; 分段线性化

中图分类号: TM 351 文献标志码: A 文章编号: 1673-6540(2019)11-0030-07

Piece-Wise Linear Maximum Torque Per Ampere Approximate Control for Permanent Magnet Synchronous Motor

CUI Tao, ZHAO Yankai

(School of Mechanical Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100089, China)

Abstract: Based on the mathematical model of the permanent magnet synchronous motor (PMSM) and the maximum torque per ampere (MTPA) control method, the mathematical properties of the MTPA curve were analyzed. The MTPA curve was the left half of the equilateral hyperbola. According to the characteristics of this hyperbola, a piece-wise linear MTPA approximate control algorithm was proposed. The portability of this control algorithm was proved by changing parameters of the motor and calculating errors between true value and approximate value. A Simulink model was established for simulation analysis. The response properties of look-up table method and piece-wise linear algorithm were compared. The simulation results showed that the piece-wise linear MTPA approximate control algorithm had good steady-state and dynamic response, and could well realize the MTPA control method.

Key words: permanent magnet synchronous motor (PMSM); maximum torque per ampere (MTPA); approximate control; piece-wise linearization

0 引 言

空间矢量控制的本质是给定目标电磁转矩后,在 dq 坐标系下对 d 轴、 q 轴电流进行分配的问题^[1]。最大转矩电流比(MTPA)控制策略是在同转矩下使用最小的定子矢量合成电流。这种控制方式既减少了电机损耗,又降低了对逆变器的要求,是一种比较优异的定子电流分配策略^[2]。MTPA 控制求解方法一般分为直接求解法、查表法、拟合法、迭代法、近似法。文献[3]采用直接

求解法,通过求解一个一元四次方程和代入一个非线性方程求解 d 、 q 轴电流,计算量大,但可移植性好。文献[4-5]采用查表法,系统实时性好,但花费高速存储单元代价高,可移植性差。文献[6]采用高次拟合法,计算量较大。文献[7-8]采用分段低次多项式拟合,计算量小,但两者可移植性较差。文献[9]先对电流和转矩关系式进行标幺化,然后进行分段三次多项式拟合,计算量相对增加,可移植性好。文献[10-11]采用迭代法,等精度下计算耗时周期不固定,实时性较差,但可移

作者简介:崔 涛(1981—),男,博士,研究方向为电动复合增压。

赵彦凯(1992—),男,硕士研究生,研究方向为电机驱动控制。

植性较好。文献[12]采用整体近似法,计算量小,精度差,可移植性好。文献[13]采用在原点进行麦克劳林级数展开进行近似,原点附近精度高,大电流远离原点时精度差,可移植性好。本文采用分段线性近似,计算量小于直接求解法,计算精度高,可移植性好。

在永磁同步电机(PMSM)实际运行过程中,电感、电阻、定子磁链均在时刻变化,电阻和定子磁链是温度的复杂函数,电感是电流的复杂函数^[14]。当电机参数发生变化时,MTPA曲线形状将发生较大改变,导致给定电机参数下的MTPA控制算法控制变差。采用在线电机参数辨别控制时,直接求解法、迭代法、近似法只需改变相应电机参数数值,计算方式不变,但查表法与拟合法需要根据新的电机参数重新定制表格或拟合曲线方程,为了适应电机参数变化就需要制作更多的表和拟合更多的公式,因此可移植性差。本文提出的分段线性MTPA拟合方法,比直接求解法与迭代法减少了计算量,比直接查表法与拟合法提高了可移植性且减小了存储空间。

1 PMSM 在 dq 坐标系下的数学模型

PMSM的dq轴数学模型是分析PMSM稳态运行和瞬态运行性能的基础。考虑到PMSM系统多变量、非线性、强耦合等特性,在建立正弦波PMSM的dq轴数学模型时,作出如下简化:忽略电机铁心饱和、涡流、磁滞损耗;电机的电流为对称的三相正弦波电流。

dq坐标系下的基本物理方程如下:

定子电压方程为

$$\begin{cases} u_d = R_s i_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \psi_q \omega_e \\ u_q = R_s i_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \psi_d \omega_e \end{cases} \quad (1)$$

磁链方程为

$$\begin{cases} \psi_d = L_d i_d + \psi_f \\ \psi_q = L_q i_q \end{cases} \quad (2)$$

电磁转矩方程为

$$T_e = \frac{3}{2} p i_q [\psi_f + (L_d - L_q) i_d] \quad (3)$$

机械运动方程为

$$J \frac{d\omega_r}{dt} = T_e - T_L - B\omega_r \quad (4)$$

式中: u_d, u_q ——d、q轴电压;

R_s ——定子电阻;

i_d, i_q ——d、q轴电流;

ψ_d, ψ_q ——d、q轴磁链;

L_d, L_q ——d、q轴电感;

ω_e ——电转角;

ψ_f ——转子磁链;

p ——电机极对数;

J ——转子转动惯量;

T_e ——电磁转矩;

T_L ——负载转矩;

ω_r ——机械转角;

B ——阻尼系数。

2 线性分段 MTPA 近似控制算法数学实现

2.1 MTPA 控制原理

MTPA控制思路是给定电机目标电磁输出转矩后,求出电机电流矢量 i_s 最小值所对应的 i_d 和 i_q 。在不超过额定工况条件下,该问题的数学模型表达式为

$$\begin{aligned} \min i_s &= \sqrt{i_d^2 + i_q^2} \\ \text{s.t. } \frac{3}{2} N_p i_q [\psi_f + (L_d - L_q) i_d] &\leq T_{\text{emax}} \end{aligned} \quad (5)$$

构造拉格朗日函数,然后求极值可以得到MTPA曲线方程^[10]:

$$i_d = \frac{-\psi_f + \sqrt{\psi_f^2 + 4(L_d - L_q)^2 i_q^2}}{2(L_d - L_q)} \quad (6)$$

对式(6)进行变换,可得另一种形式的 i_q - i_d 关系式:

$$i_q = \sqrt{\frac{\psi_f i_d}{L_d - L_q} + i_d^2} \quad (7)$$

将式(6)、式(7)分别代入式(3),可得 T_e - i_d 关系式:

$$4(L_d - L_q)^2 i_q^4 + \frac{8T_e \psi_f}{3p} i_q - \frac{16T_e^2}{9p^2} = 0 \quad (8)$$

$$i_d \left(i_d + \frac{\psi_f}{L_d - L_q} \right)^3 - \frac{4T_e^2}{9p^2 (L_d - L_q)^2} = 0 \quad (9)$$

根据式(8)、式(9),给定任意电磁转矩 T_e 均

有唯一对应的 i_d 、 i_q 电流。但是式(8)、式(9)均为一元四次方程,直接计算较为复杂,工程实现困难,因此引入线性分段近似 MTPA 求解算法。

2.2 MTPA 曲线数学特性分析

对式(7)进行等价变换可得:

$$\frac{\left[\frac{\psi_f}{2(L_d - L_q)} + i_d\right]^2}{\left[\frac{\psi_f}{2(L_d - L_q)}\right]^2} - \frac{i_q^2}{\left[\frac{\psi_f}{2(L_d - L_q)}\right]^2} = 1 \quad (10)$$

分析式(10)可以得出 MTPA 曲线是以 $\left[-\frac{\psi_f}{2(L_d - L_q)}, 0\right]$ 为中心的等轴双曲线。左顶点为 $(0, 0)$ 右定点为 $\left(-\frac{\psi_f}{L_d - L_q}, 0\right)$ 。其二四象限渐近线方程为

$$i_q = -\left[\frac{\psi_f}{2(L_d - L_q)} + i_d\right] \quad (11)$$

对式(3)进行变换得:

$$i_q = \frac{2T_e}{3p(L_d - L_q)} \cdot \frac{\psi_f}{i_d + \frac{\psi_f}{L_d - L_q}} \quad (12)$$

等扭矩曲线是以点 $\left(-\frac{\psi_f}{L_d - L_q}, 0\right)$ 为中心的等轴双曲线方程。将式(10)~式(12)用 MATLAB 绘制在同一张图中,如图 1 所示。

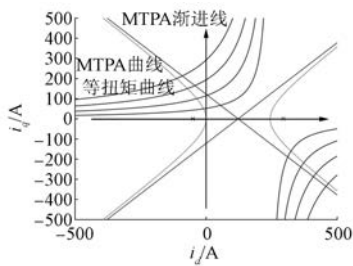


图 1 MTPA 数学特性曲线

2.3 近似 MTPA 控制算法

近似 MTPA 控制算法的核心思想:对 MTPA 曲线用切线方程进行分段近似,然后用线性方程与扭矩方程联立求解得出对应的 i_d 、 i_q ,具体方法如图 2 所示。

求出 $A(i_{d1}, i_{q1})$ 对应的切线方程 L_1 和对应的

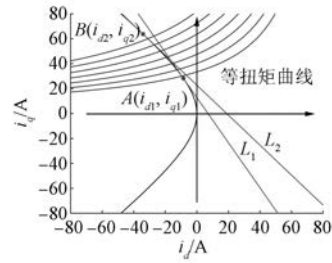


图 2 线性分段 MTPA 近似原理

电磁转矩 T_{e1} ; 求出 $B(i_{d2}, i_{q2})$ 对应的切线方程 L_2 和对应的电磁转矩 T_{e2} 。当目标转矩 T_e 落在区间 $[T_{e1}, T_{e2}]$ 时,使用切线方程 L_2 与扭矩方程联立求解,得出 i_d 、 i_q 。

根据上述思路,首先对式(10)求导,得:

$$i_q = \frac{\frac{\psi_f}{2(L_d - L_q)} + i_d}{\frac{\psi_f}{2(L_d - L_q)} + i_d} = \frac{\frac{\psi_f}{2(L_d - L_q)} + i_d}{\sqrt{\left[\frac{\psi_f}{2(L_d - L_q)} + i_d\right]^2 - \left[\frac{\psi_f}{2(L_d - L_q)}\right]^2}} \quad (13)$$

为了方便计算,对式(13)作如下变化:

$$\text{令 } i_d = C_{\text{fl}} \cdot k \quad (14)$$

定义 C_{fl} 为电机电磁常数,定义式为

$$C_{\text{fl}} = \frac{\psi_f}{2(L_d - L_q)} \quad (15)$$

将式(14)代入式(13),则 MTPA 曲线变为

$$(C_{\text{fl}} + i_d)^2 - i_q^2 = C_{\text{fl}}^2 \quad (16)$$

可以看出,MTPA 曲线的形状只与 C_{fl} 常数有关,这为该算法对不同电机间的移植提供了方便。

将式(14)代入式(13)可以变换为

$$i_q = -\frac{k + 1}{\sqrt{k^2 + 2k}} \quad (17)$$

在 d 轴方向定义域内,取 MTPA 曲线上的任意点 $(C_{\text{fl}}k, -C_{\text{fl}}\sqrt{k^2 + 2k})$ 求其切线方程可得:

$$i_q = -\frac{k + 1}{\sqrt{k^2 + 2k}}i_d - C_{\text{fl}}\frac{k}{\sqrt{k^2 + 2k}} \quad (18)$$

将式(18)代入式(12)可得:

$$-\frac{\sqrt{k^2 + 2k}}{k + 1}i_q^2 + C_{\text{fl}}\frac{k + 2}{k + 1}i_q - \frac{2T_e}{3p(L_d - L_q)} = 0 \quad (19)$$

运用求根公式可得:

$$i_q = \left[C_{\text{pl}}(k+2) + \sqrt{-C_{\text{pl}}^2(k+2)^2 + 4\sqrt{k^2+2k} \cdot \frac{4T_e(k+1)C_{\text{pl}}}{3p\psi_f}} \right] / \frac{2\sqrt{k^2+2k}}{3p\psi_f} \quad (20)$$

将式(20)代入式(18),可得:

$$i_d = \frac{-\sqrt{k^2+2k} \cdot i_q - C_{\text{pl}}k}{k+1} \quad (21)$$

根据 T_e 选用不同的直线拟合 MTPA 曲线,用 $[k_1, k_2, k_3, \dots, k_n]$ 将 MTPA 曲线分成 n 段,如图 3 所示。 T_e 小于点 $O(i_{d0}, i_{q0})$ 对应的 T_{e0} 时,选用 L_0 代替 MTPA 曲线; T_e 小于点 $A(i_{d1}, i_{q1})$ 对应的 T_{e1} 时,选用 L_1 代替 MTPA 曲线; T_e 小于点 $B(i_{d2}, i_{q2})$ 对应的 T_{e2} 时,选用 L_2 代替 MTPA 曲线; T_e 大于点 $N(i_{dn}, i_{qn})$ 对应的 T_{en} 时,选用渐近线 L_n 代替 MTPA 曲线。具体实现方式见式(22)~式(25)。

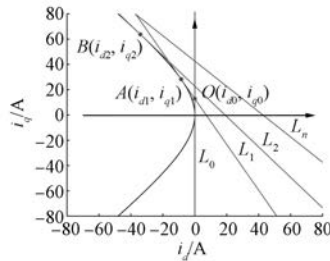


图3 线性分段 MTPA 分段方式

将 $(C_{\text{pl}}k_i, -C_{\text{pl}}\sqrt{k_i^2+2k_i})$ 代入式(12) 可得:

$$T_e^* = -\frac{3pC_{\text{pl}}\psi_f}{4}(k_i+2)\sqrt{k_i^2+2k_i} \quad (22)$$

当 $T_e \leq T_e^*$ 时,使用式(20)与式(21)求出 i_d, i_q 。

对于 $T_e^*(k_1)$ 再进行分段处理,将 $i_d=0$ 代入式(21)同时联立式(12)得:

$$T_{e0}^* = -\frac{3p\psi_f C_{\text{pl}}k_1}{2\sqrt{k^2+2k}} \quad (23)$$

当 $T_e \leq T_{e0}^*$ 时,联立 $i_d=0$ 与式(12),可得:

$$\begin{cases} i_q = \frac{2T_e}{3p\psi_f} \\ i_d = 0 \end{cases} \quad (24)$$

当 $T_e \geq T_{en}^*$ 时,联立渐近线方程式(11)与式(12),可得:

$$\begin{cases} i_q = \frac{C_{\text{pl}} + \sqrt{C_{\text{pl}}^2 - \frac{16C_{\text{pl}}T_e}{3p\psi_f}}}{2} \\ i_d = -C_{\text{pl}} + i_q \end{cases} \quad (25)$$

3 近似 MTPA 控制算法误差分析

双曲线方程在近零点处斜率变化大,远零点处斜率变化小。根据这一特点,本文选用等比数列构造数列 $k = [0.04 \ 0.08 \ 0.16 \ 0.32 \ 0.64 \ 1.28 \ 2.56 \ 5.12]$,应用线性分段 MTPA 近似控制算法。其近似结果如图 4 所示。不同 k 值对应的切线分布如图 5 所示。

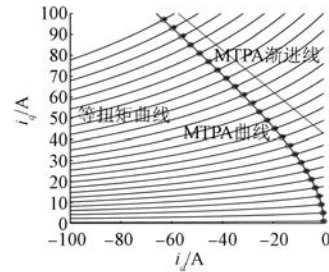


图4 不同转矩下拟合情况

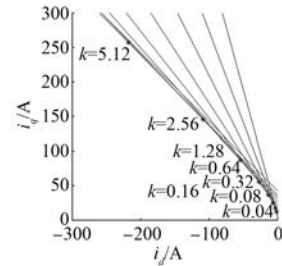


图5 不同 k 值下的切线分布情况

图 4 中,圆圈为 MTPA 曲线真实值,* 为 MTPA 近似值。MTPA 曲线近似值与真实值重合较好。

图 5 中 * 为直线近似 MTPA 曲线的切点。

在转矩一定时,用 MTPA 算法求出 (i_d, i_q) ,用线性分段 MTPA 近似算法求出 (i_d^*, i_q^*) 。定义误差公式为

$$\varepsilon = \frac{i_s - i_s^*}{i_s} = \frac{\sqrt{i_d^2 + i_q^2} - \sqrt{i_d^{*2} + i_q^{*2}}}{\sqrt{i_d^2 + i_q^2}} \quad (26)$$

根据式(26)绘制 $\varepsilon = \varepsilon(k)$ 、 $\varepsilon = \varepsilon(i_d)$ 的误差曲线,如图6、图7所示。

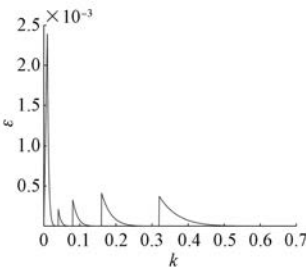


图6 自变量为 k 时的误差曲线

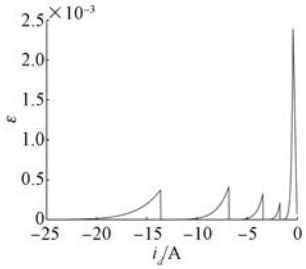


图7 自变量为 i_d 时的误差曲线

从误差结果分析可以得出,该算法在全局范围内误差精度 $\varepsilon \leq 2.5 \times 10^{-3}$ 。当 k 在零附近时误差比较大,远零点时误差比较小,物理含义为空间矢量电流较小时误差大。当 k 在零附近时其 MTPA 斜率变化速率快,因此为了获得较好的精度,本文在 k 靠近零时,取值相对密集;远离零时,取值相对稀疏。

当 L_d 、 L_q 、 ψ_f 为原值 50%、100%、150% 时,从图8~图10中可以看出,MTPA 曲线发生变化,但线性分段 MTPA 近似算法相对于 k 的误差曲线没有发生变化,重合为一条曲线。同时,相对于 i_d 的最大误差没有发生变化。因此,该算法具有通用可移植性。

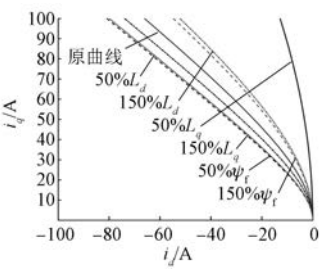


图8 不同 L_d 、 L_q 和 ψ_f 下的 MTPA 曲线

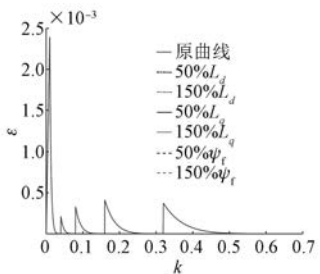


图9 不同 L_d 、 L_q 和 ψ_f 下自变量为 k 的误差曲线

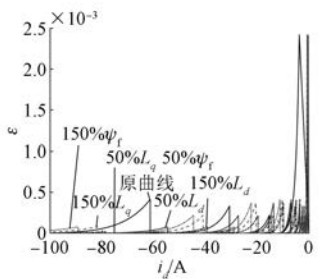


图10 不同 L_d 、 L_q 和 ψ_f 下自变量为 i_d 的误差曲线

4 仿真与结果分析

为了验证 MTPA 近似控制理论分析的正确性,在 Simulink 中建立 PMSM 仿真模型,如图11所示。系统采用两电平空间矢量脉宽调制(SVPWM)调制方式,转速和电流双闭环 PI 控制。

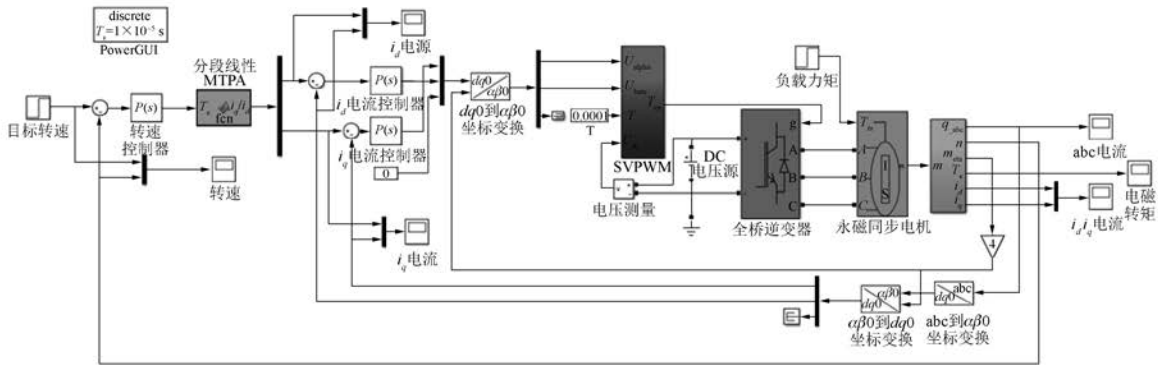


图11 永磁同步电机 MTPA 控制仿真图

分别采用了 MTPA 查表法和线性分段 MTPA 近似法进行了对比。其中查表法表格转矩间隔为 $0.05\text{ N}\cdot\text{m}$, 表间插值方式为线性插值。电机参数如表 1 所示。

表 1 PMSM 主要技术参数	
参数名称	参数值
定子电阻/ Ω	0.958
d 轴电感 L_d/mH	5.25
q 轴电感 L_q/mH	12
转子磁链/ Wb	0.182 7
转动惯量/ $(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.003
极对数	4

电机以目标转速为 $1\,000\text{ r/min}$ 、负载转矩为 0 起动, 在 0.25 s 增加 $10\text{ N}\cdot\text{m}$ 阶跃负载, 在 0.50 s 增加 200 r/min 阶跃转速。仿真波形如图 12~图 16 所示。

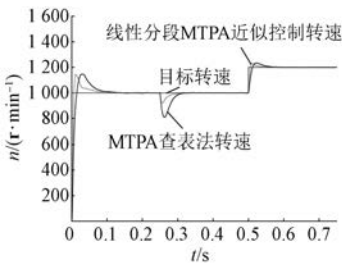


图 12 转速响应曲线

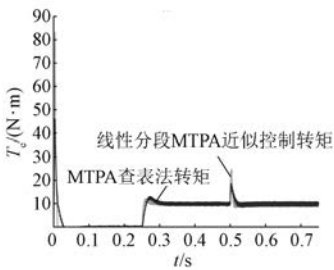


图 13 转矩响应曲线

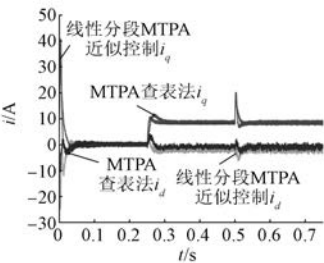


图 14 i_d 、 i_q 电流响应曲线

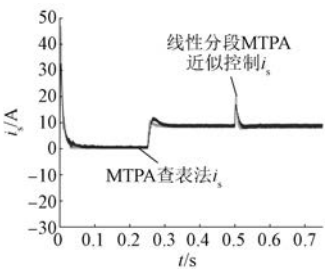


图 15 i_s 电流响应曲线

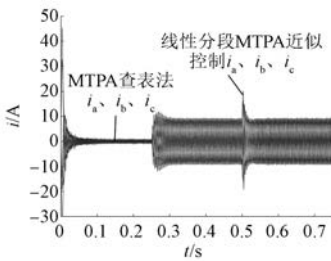


图 16 i_a 、 i_b 、 i_c 电流响应曲线

从图 12、图 13 可以看出, 采用线性分段 MTPA 近似算法比查表法电机动态响应更快, 且均没有稳态误差, 与文献[10]的拟合法和查表法对比结果相一致。由图 14 中 d 、 q 轴电流对比可以看出, 本文采用的 MTPA 近似方法电流分配合理, 图 15 中空间矢量合成电流 i_s 基本保持相同, 体现了 MTPA 算法的优点, 同时减少了计算量。

5 结 语

本文在 PMSM MTPA 控制算法上, 通过研究 MTPA 数学特性, 通过特殊变换, 提出了一种线性分段 MTPA 近似控制算法。该控制算法精度与电机参数无关且计算量较小, 增强了 MTPA 控制的应用能力, 具有较高的工程实际意义。在仿真试验中与 MTPA 查表法进行了对比, 验证了本文所提 MTPA 近似控制算法的正确性与可行性。

【参考文献】

[1] 李军, 余家俊. 基于分段曲线拟合的 IPMSM 最大转矩电流比控制研究[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2012, 44(增刊 1): 307.

[2] LIU Y, BAZZI A. Improved maximum torque-per-ampere control of induction machines by considering iron loss [C] // 2017 IEEE International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC), 2017.

- [3] 陈起旭,王庆元,徐俊,等.电动汽车用内置式 PMSM 的 MTPA 控制算法对比研究[J].微电机, 2017,50(4): 32.
- [4] YANG N, LUO G, LIU W, et al. Interior permanent magnet synchronous motor control for electric vehicle using look-up table [C] // Proceedings of The 7th International Power Electronics and Motion Control Conference, 2012.
- [5] YANG L, YU K, YOU Q, et al. An optimized method based on maximum torque-per-ampere control for permanent magnet synchronous motor [C] // 2014 17th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2014.
- [6] 田以涛,王英.基于最大转矩电流比的永磁同步电动机矢量控制[J].电机与控制应用,2013,40(5): 25.
- [7] MIAO Y, PREINDL M, GE H, et al. MTPA fitting and torque estimation technique based on a new flux-linkage model for interior-permanent-magnet synchronous machines [C] // 2016 IEEE Transportation Electrification Conference and Expo (ITEC), 2016.
- [8] ZHANG W, HUANG S, GAO J, et al. Curve analog control of maximum torque per ampere for permanent magnet synchronous motor used in electric vehicles [C] // 2011 International Conference on Power Engineering, Energy and Electrical Drives, 2011.
- [9] 曹晖,罗峰,周盼,等.永磁同步电机最大转矩电流比控制的仿真研究[J].微电机,2015,48(6): 55.
- [10] 张文娟,冯垚径,黄守道,等.基于迭代法的内置式永磁同步电机最大转矩/电流控制[J].电工技术学报,2013,28(增刊2):402.
- [11] 廖勇,伍泽东,刘刃.车用永磁同步电机的改进 MTPA 控制策略研究[J].电机与控制学报,2012, 16(1): 12.
- [12] 陈坤华,孙玉坤,吉敬华,等.内嵌式永磁同步电动机弱磁控制分段线性化研究[J].电工技术学报, 2015,30(24): 17.
- [13] UDDIN M N, RAHMAN M A. High-speed control of IPMSM drives using improved fuzzy logic algorithms [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2007,54(1): 190.
- [14] 陈振锋,钟彦儒,李洁.嵌入式永磁同步电机自适应在线参数辨识[J].电机与控制学报,2010,14(4): 9.

收稿日期: 2019-08-20

(上接第 19 页)

- [11] 李耀华,刘卫国.零电压矢量在 PMSM 直接转矩控制系统中的应用[J].电力电子技术,2010,44(9): 50.
- [12] 李耀华,曲亚飞,师浩浩,等.一种基于开关次数最小的含零电压矢量永磁同步电机直接转矩控制开关表[J].电机与控制应用,2018,45(2): 34.
- [13] 李耀华,刘卫国.永磁同步电机直接转矩控制不合理转矩脉动[J].电机与控制学报,2007,11(2): 148.
- [14] 李耀华,马建,刘晶郁,等.永磁同步电机直接转矩控制系统电压矢量选择区域[J].长安大学学报(自然科学版),2012,32(1): 95.
- [15] 李耀华,马建,刘晶郁,等.电动汽车用永磁同步电机直接转矩控制电压矢量选择策略[J].电机与控制学报,2012,16(4): 43.

收稿日期: 2019-07-30

声 明

本刊已许可万方数据、重庆维普、中国学术期刊(光盘版)电子杂志社、北京世纪超星信息技术发展有限责任公司在其网站及其系列数据库产品中以数字化方式复制、汇编、发行、信息网

络传播本刊全文。该社著作权使用费与本刊相关费用抵消。如作者不同意文章被收录,请在来稿时向本刊声明,本刊将做适当处理。

《电机与控制应用》编辑部