

# 基于磁链重构的永磁同步电机分布参数模型\*

钟再敏, 秦一进, 周英坤, 江尚  
(同济大学汽车学院, 上海 201804)

**摘要:** 针对基于电感的永磁同步电机(PMSM)线性集中参数模型无法描述电机磁路饱和、反电动势非正弦等非理想特性的问题,提出一种基于磁链重构的PMSM分布参数模型,并进行了仿真和试验验证。首先通过有限元分析(FEA)获取电机不同工作点下的磁链,其次利用傅里叶级数展开和多项式拟合方法对磁链进行重构,再根据重构的磁链建立起PMSM分布参数模型,并进行了仿真和试验验证。仿真和试验结果表明,模型能准确描述PMSM在不同工况下的非线性特性。

**关键词:** 永磁同步电机;傅里叶级数;分布参数模型;磁链重构

中图分类号: TM 351 文献标志码: A 文章编号: 1673-6540(2017)10-0072-05

## A Distributed Parameter Model of Permanent Magnet Synchronous Motor Based on Flux Linkage Reconstruction\*

ZHONG Zaimin, QIN Yijin, ZHOU Yingkun, JIANG Shang

(School of Automotive Studies, Tongji University, Shanghai 201804, China)

**Abstract:** Aiming at solving the problem that the linear lumped parameter model of permanent magnet synchronous motor (PMSM) based on inductance cannot describe the non-ideal characteristics, such as magnetic saturation and non-sine back electromotive force, a distributed parameter model of PMSM based on flux linkage reconstruction was presented, and the proposed model was verified with simulation and experiment. In detail, first of all, the flux linkage of different working points of the motor was obtained by finite element analysis (FEA). Secondly, the flux linkage was reconstructed by Fourier series expansion and polynomial fitting method, and then the distributed parameter model of PMSM was established according to the reconstructed flux linkage. Finally, simulation and experiment were carried out for verification. Simulation and experimental results showed that the model could accurately describe the nonlinear characteristics of PMSM in different working conditions.

**Key words:** permanent magnet synchronous motor (PMSM); fourier series expansion; distributed parameter model; flux linkage reconstruction

## 0 引言

永磁同步电机(Permanent Magnet Synchronous Motor, PMSM)作为多变量、强耦合和强非线性的机电系统,其运行特性受到铁心磁饱和和气隙磁场空间谐波等诸多非理想因素影响。充分考虑电机实际运行情况,建立准确且可用的模型对车用PMSM优化控制和状态监测十分重要。

针对上述问题,许多学者提出了相关研究方案。文献[1-2]中提出通过求取气隙磁场空间分布解析表达来建立PMSM解析模型的方法,但此方法以假设铁心磁导无穷大为前提,没有考虑铁心的磁压降和磁饱和。Dimitri Torregrossa<sup>[3]</sup>、Amir Khoobroo<sup>[4]</sup>、Weidong Zhu<sup>[5]</sup>和Umamaheshwar Krishnamurthy<sup>[6]</sup>等采用了基于傅里叶分解的磁场重构方法进行建模,但也没有考虑磁饱和对电机的影响。重庆大学的李景灿和廖勇等<sup>[7]</sup>考虑了铁

\* 基金项目: 国家科技支撑计划(2015BAG17B00); 国家科技支撑计划(2015BAG03B00)

作者简介: 秦一进(1993—),男,硕士研究生,研究方向为永磁同步电机建模与控制。

心饱和与转子磁场谐波的影响,建立了一种基于有限元的 PMSM  $dq$  轴非线性模型,但表述上还是数值模型,并没有给出真正意义上的解析模型。文献[8-9]中,提出非线性时变等效磁路的方法,为计算转矩随转子角度的周期性变化关系奠定基础,但模型精确性和计算简易性难以兼顾,磁阻网络的划分复杂,求解周期长。

为全面考虑 PMSM 的非理想因素,建立准确且可用的模型,本文提出了一种基于磁链重构的 PMSM 建模方法,构建 PMSM 分布参数模型并通过仿真和试验验证模型的可行性和准确性。

### 1 PMSM 有限元仿真磁链提取分析

本文以一款 PMSM 样机为建模研究对象。通过对 PMSM 的有限元仿真分析,获取不同工况下的磁链,并将其作为 PMSM 分布参数模型的数据基础和前提条件。

通过设定相电流激励,可对 PMSM 不同稳态工作点  $(i_d, i_q)$  进行仿真分析,由此可以获得不同工作点下的三相磁链和电磁转矩。通过坐标变换,即可得到  $dq$  轴下的磁链。

考虑到 PMSM 的实际工况,在仿真过程中,设定相电流幅值从 0~300 A,等间隔为 25 A,设定转矩角从  $60^\circ$  到  $165^\circ$ ,等间隔为  $15^\circ$ ,一共 104 个工作点。磁链仿真结果的变化情况如图 1 所示(以  $d$  轴磁链为例)。

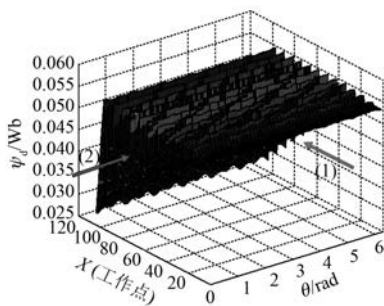


图 1 磁链有限元仿真分析结果

图 1 中,横坐标为  $\theta_e$ ,纵坐标为工作点  $X(i_d, i_q)$ ,可以看出不同电角位置和工作点下对应的磁链值。

图 1 的前视图反映磁链随电角度的变化情况,其变化关系如图 2 所示。由图 2 可知,在同一工作点,磁链随电角度呈现周期性变化,其原因

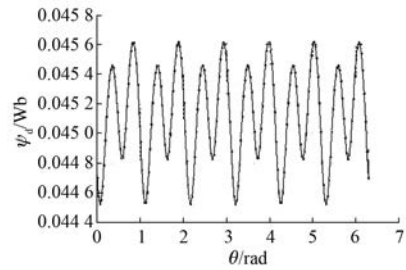


图 2  $d$  轴磁链随电角度变化关系

是气隙磁场空间谐波等。

## 2 PMSM 分布参数模型的建立

### 2.1 PMSM 磁链重构基本方法

由仿真结果可知,在每一个稳态工作点  $(i_d, i_q)$ ,交直轴磁链  $\psi_d, \psi_q$  都随转角  $\theta_e$  呈现周期性变化,所以各  $\psi_d, \psi_q$  可以表示成  $\theta_e$  的傅里叶级数。

根据电机本身特征可知,在同步旋转坐标系下,磁链  $\psi_d$  和  $\psi_q$  包含两种成分:直流成分和  $6k_0(k_0 = 1, 2, 3, \dots)$  次谐波成分。因此,在对  $dq$  轴磁链进行傅里叶级数展开时只需取  $6k_0$  次谐波成分。考虑模型的复杂程度,本文仅选取傅里叶级数的前  $N$  项,则第  $m$  个工作点  $(i_d^m, i_q^m)$  下的磁链  $\psi^m$  傅里叶级数的近似表达为

$$\psi^m(\theta_e) \approx \frac{a_0^m}{2} + \sum_{n=1}^N (a_n^m \cos 6n\theta_e + b_n^m \sin 6n\theta_e) \quad (2)$$

其中,  $n=1, 2, 3, \dots$ , 傅里叶系数  $a_n^m$  和  $b_n^m$  分别是第  $m$  个工作点下磁链傅里叶级数的  $n$  次余弦分量和正弦分量的系数。

由于不同工作点  $(i_d, i_q)$  下的磁链  $\psi^m$  不同,即  $\psi_d^m$  的各次傅里叶系数  $a_n$  和  $b_n$  随工作点的变化而变化,故可分别用  $i_d$  和  $i_q$  的  $m$  次对称多项式进行拟合。以  $k$  次傅里叶系数  $a_k$  和  $b_k$  为例,采用多项式拟合,得到傅里叶系数关于工作电流  $(i_d, i_q)$  的近似表达:

$$a_k = \alpha_k \cdot P(i_d, i_q) \quad (3)$$

$$b_k = \beta_k \cdot P(i_d, i_q) \quad (4)$$

式中:  $\alpha_k, \beta_k$ ——多项式对  $k$  次傅里叶系数  $a_k$  和  $b_k$  的拟合系数;

$P(i_d, i_q)$ ——电流构成的正交多项式的基。通过转角  $\theta_e$  的傅里叶级数展开和工作电流

$(i_d, i_q)$  的二元多项式拟合, 得到磁链  $\psi$  以电流  $i_d$ 、 $i_q$  和转角  $\theta_e$  为自变量的近似解析表达, 即重构的  $dq$  轴磁链  $\bar{\psi}_d$  和  $\bar{\psi}_q$ , 其表达式如下:

$$\begin{cases} \bar{\psi}_d(i_d, i_q, \theta_e) = \\ \quad [C(\theta_e) \quad S(\theta_e)] \begin{bmatrix} X_d \\ Y_d \end{bmatrix} P(i_d, i_q) \\ \bar{\psi}_q(i_q, i_d, \theta_e) = \\ \quad [C(\theta_e) \quad S(\theta_e)] \begin{bmatrix} X_q \\ Y_q \end{bmatrix} P(i_d, i_q) \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $C(\theta_e)$ 、 $S(\theta_e)$ ——余弦和正弦分量构成的向量, 维数为  $(N+1)$ ;

$\begin{bmatrix} X_d \\ Y_d \end{bmatrix}$ 、 $\begin{bmatrix} X_q \\ Y_q \end{bmatrix}$ ——各元素为常值的实系数矩阵, 维数为  $(M+1)$   $(M+2)/2$ , 其维数的大小决定着模型的准确程度以及复杂程度。

合适的维度既能保证模型的准确性, 又能减少模型的复杂性。

### 2.2 PMSM 分布参数电压和转矩方程

基于 2.1 节中的重构后的  $dq$  轴磁链表达式, 即可导出相应的分布参数电压方程以及转矩方程。将重构的磁链  $\bar{\psi}_d$  和  $\bar{\psi}_q$  代入 PMSM 的同步旋转坐标系电压方程, 并将磁链对时间微分的项展开, 即可得到基于重构磁链的  $dq$  轴电压的解析表达, 如下:

$$\begin{cases} u_d = R_s i_d + [C(\theta_e) \quad S(\theta_e)] \begin{bmatrix} X_d \\ Y_d \end{bmatrix} [dP_d \quad dP_q] \\ \quad \begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_q \end{bmatrix} + \omega_r [C'_\theta \quad S'_\theta] \begin{bmatrix} X_d \\ Y_d \end{bmatrix} P(i_d, i_q) - \bar{\psi}_q \\ u_q = R_s i_q + [C(\theta_e) \quad S(\theta_e)] \begin{bmatrix} X_q \\ Y_q \end{bmatrix} [dP_d \quad dP_q] \\ \quad \begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_q \end{bmatrix} + \omega_r [C'_\theta \quad S'_\theta] \begin{bmatrix} X_q \\ Y_q \end{bmatrix} P(i_d, i_q) + \bar{\psi}_d \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $C'_\theta$ 、 $S'_\theta$ —— $C(\theta_e)$  和  $S(\theta_e)$  对电角度的求导;

$dP_d$ 、 $dP_q$ ——电流多项式的正交基  $P(i_d, i_q)$  对  $i_d, i_q$  的求导。

在 PMSM 中, 定子电流和转子位置变化都会引起磁能的变化<sup>[10]</sup>。转子角位移引起气隙储能的变化, 因此电机转矩方程可从机电能量转换的角度, 由虚位移法推得。根据磁共能计算的定义, 在  $\theta_e$  保持不变的前提下, 磁链对电流的积分即可算出磁共能  $W_c^{dq}$ , 由磁共能对空间角位置求偏导, 即可求出电磁转矩, 即:

$$T_e = p \cdot \frac{\partial W_c^{dq} [i_d(\theta_e), i_q(\theta_e), \theta_e]}{\partial \theta_e} = p \cdot \left( \frac{\partial W_c^{dq}}{\partial \theta_e} + \frac{\partial W_c^{dq}}{\partial i_d} \times \frac{\partial i_d}{\partial \theta_e} + \frac{\partial W_c^{dq}}{\partial i_q} \times \frac{\partial i_q}{\partial \theta_e} \right) \quad (7)$$

式(7)中的电磁转矩不包含永磁体与定子齿槽相互作用所产生的齿槽转矩, 所以在此基础上需加入齿槽转矩进行修正:

$$T_e(i_d, i_q, \theta_e) = p_0 \left\{ [C(\theta) \quad S(\theta)] \begin{bmatrix} X_d \\ Y_d \end{bmatrix} P(i_d, i_q) i_q - \begin{bmatrix} X_q \\ Y_q \end{bmatrix} P(i_d, i_q) i_d \right\} + [C'_\theta \quad S'_\theta] \begin{bmatrix} X_q \\ Y_q \end{bmatrix} P_1(i_d, 0) + \begin{bmatrix} X_d \\ Y_d \end{bmatrix} P_2(i_d, i_q) \Big\} + T_{\text{cog}}(\theta_e) \quad (8)$$

式(5)、式(6)和式(8)共同构成了 PMSM 的解析模型。在 PMSM 线性模型中,  $dq$  轴电压方程基于集中参数(电感  $L_d$ 、 $L_q$  和转子磁链  $\psi_f$ )描述电压、电磁转矩两者与电流的关系; 由重构磁链推导的电压方程和转矩方程则以常系数矩阵  $X_d$ 、 $Y_d$  和  $X_q$ 、 $Y_q$  描述电压与电流、转角的关系, 即为分布参数。

### 2.3 PMSM 分布参数模型误差分析

本部分对分布参数模型描述电机特性的准确性进行评估, 以有限元模型为标准。

对于给定的工作点, 计算一个电周期内每个转角下电磁转矩瞬时值与有限元分析结果的相对误差绝对值的平均值, 用以评估在给定工作点下, 电磁转矩结果在一个电周期内的准确性。对相电流幅值为零或者转矩角为  $180^\circ$  的工作点, 有限元分析的电磁转矩在零上下脉动, 某些时刻其值几近为零, 相对误差很大, 但并不具有参考性, 故剔除上述工作点。

如图 3 所示为各工作点下, 电磁转矩在一个电周期内各时刻的相对误差绝对值的平均值。

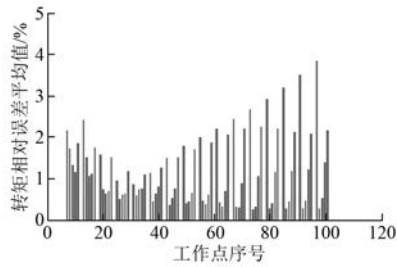


图3 各工作点下电磁转矩一个电周期的相对误差

从图3可知,电磁转矩在给定工作点的一个电周期内,平均相对误差基本上在3%以内,分布参数模型的电磁转矩方程能较准确地复现真实转矩随转角的变化情况。

### 3 分布参数模型仿真及试验验证

#### 3.1 3种PMSM模型的仿真结果对比分析

本文研究的PMSM的集中参数如表1所示。

表1 电机参数表

参数名称	参数值	参数名称	参数值
电子电阻/mΩ	14.96	极对数	3
d轴电感/mH	0.148	额定功率/kW	30
q轴电感/mH	0.402	额定转速/(r·min <sup>-1</sup> )	6 000
永磁磁链/Wb	0.052	额定转矩/(N·m)	48

对于PMSM分布参数模型,综合考虑模型的复杂程度及准确性,选取傅里叶级数次数 $N=6$ 、拟合多项式的次数 $M=5$ ,此时,表征PMSM特性的常数矩阵 $X_d$ 、 $Y_d$ 、 $X_q$ 和 $Y_q$ 维数为 $7 \times 21$ 。由式(6)和式(8),在MATLAB/Simulink中搭建PMSM分布参数模型,模型输入为电机电角度、电角速度及dq轴电压,输出为电磁转矩、dq轴电流及三相电流。

在MATLAB/Simulink中搭建基于转子磁场定向的矢量控制系统仿真模型。控制系统分别结合PMSM线性模型、分布参数模型和有限元模型进行仿真。

对上述采用不同电机模型的控制系統,设定相同的仿真条件如下:电机角速度 $\omega_r = 50 \text{ rad/s}$ ,  $i_d = 0$ 、 $i_q = 213.7 \text{ A}$ ,仿真总时长0.16 s,仿真步长 $10^{-5} \text{ s}$ ,dq轴电压通过PI调节得到。

对比3种电机模型下控制系统的仿真结果,图4、图5为A相电流和电磁转矩响应。

从图4中可以看出,分布参数模型的电流跟

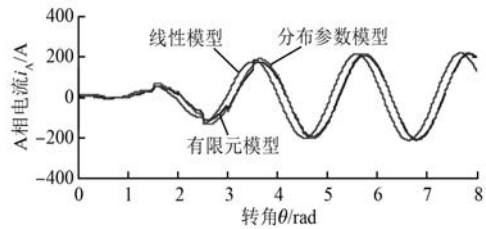


图4 3种模型的闭环相电流仿真结果

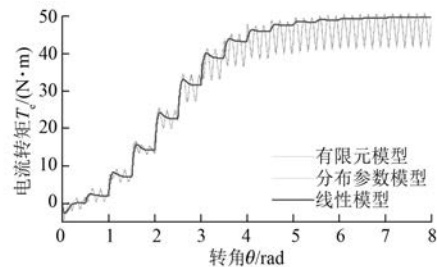


图5 3种模型的电磁转矩响应对比

随情况与有限元模型结果高度吻合;线性模型电流波形相对光滑平整,响应超前于另两者。以有限元模型为参考,分布参数模型相电流响应准确度高于线性模型。

从图5可以看出,经过约1个电周期,3个模型的转矩响应达到稳态。线性模型的转矩结果偏大,误差原因为线性模型不能反映大电流下磁饱和现象;线性模型的转矩较为平滑,无法体现电机的转矩脉动特性。分布参数模型的转矩瞬态响应和稳态响应都与有限元结果几乎重合,能准确地反映转矩随转角位置的脉动特征。仿真结果表明,以有限元模型为标准,分布参数模型可以对电机真实电磁转矩进行描述,能更好地反映PMSM在实际工况下的非线性特性。

#### 3.2 试验验证

对本文所研究的PMSM进行台架试验,采用磁场定向控制,测量转矩的响应。将分布参数模型的磁场定向控制仿真结果与试验测试结果作比较。

图6给出了从零转矩到15 N·m转矩时,模型与试验的转矩响应情况对比。

从图6的转矩结果对比可以看到,分布参数模型的转矩响应全过程都与试验结果比较接近,动态过程误差相对较大,主要原因有分布参数模型的自身误差、转矩传感器的测量误差,以及试验台架的动态特性和测功机的动态特性影响。

通过以上转子磁场定向稳态转矩控制试验,

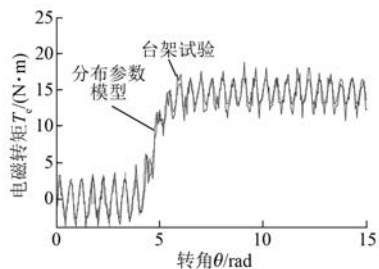


图6 设定转矩 15 N·m 下模型和试验的转矩响应对比  
比较模型的转矩响应在稳态阶段与试验结果的吻合程度,初步验证了分布参数模型的正确性。

#### 4 结 语

本文基于磁链重构方法建立了包含电压方程和电磁转矩方程的 PMSM 分布参数模型,并分别通过与有限元仿真和台架试验所得电磁转矩对比,验证了该模型能准确描述 PMSM 饱和、高次谐波等非线性特性。因此,本文所提 PMSM 分布参数解析模型不仅为 PMSM 转矩脉动抑制研究提供了理论基础,同时还可用于故障诊断、控制算法优化等研究,具有较强的实用价值。

#### 【参 考 文 献】

[ 1 ] HONSINGER V B. The fields and parameters of interior type AC permanent magnet machines [ J ]. Power Apparatus & Systems IEEE Transactions on, 1982, PAS-101 (4) : 867-876.  
[ 2 ] JANNOT X, VANNIER J C, SAINT M J, et al. An analytical model for interior permanent-magnet synchronous machine with circumferential magnetization design [ C ] // International Symposium on Advanced Electromechanical Motion Systems & Electric Drives Joint Symposium, 2009, Electromotion, IEEE, 2009: 1-6.

[ 3 ] TORREGROSSA D, KHOOBROO A, FAHIMI B. Prediction of acoustic noise and torque pulsation in PM synchronous machines with static eccentricity and partial demagnetization using field reconstruction method [ J ]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2012, 59 (2) : 934-944.  
[ 4 ] KHOOBROO A. Fault detection and optimal treatment of the permanent magnet synchronous machine using field reconstruction method [ J ]. Dissertations & Theses-Gradworks, 2010, 99 (1) : 265-272.  
[ 5 ] ZHU W, FAHIMI B, PEKAREK S. A field reconstruction method for optimal excitation of permanent magnet synchronous machines [ J ]. Energy Conversion IEEE Transactions on, 2006, 21 (2) : 305-313.  
[ 6 ] KRISHNAMURTHY U. Mitigation of vibration in a permanent magnet synchronous machine using field reconstruction [ D ]. Dissertations & Theses-Gradworks, 2008.  
[ 7 ] 李景灿, 廖勇. 考虑饱和及转子磁场谐波的永磁同步电机模型 [ J ]. 中国电机工程学报, 2011, 31 (3) : 60-66.  
[ 8 ] CHENG M, CHAU K T, CHAN C C, et al. Nonlinear varying-network magnetic circuit analysis for doubly salient permanent-magnet motors [ J ]. IEEE Transactions on Magnetics, 1999, 36 (1) : 339-348.  
[ 9 ] KOKERNAK J M, TORREY D A. Magnetic circuit model for the mutually coupled switched reluctance machine [ J ]. IEEE Transactions on Magnetics, 2000, 36 (2) : 500-507.  
[ 10 ] 王成元, 夏加宽, 孙宜标. 现代电机控制技术 [ M ]. 北京: 机械工业出版社, 2009.

收稿日期: 2017 -03 -03

#### [ 主要栏目 ]

- 综述
- 研究与设计
- 变频与调速
- 控制与应用技术
- 应用
- 运行与保护
- 新产品介绍
- 新能源与风力发电
- 电机系统节能
- 测试技术与检测设备
- 行业信息

引领技术发展趋势      报道经典实用案例      反映行业最新动态