

本文全文线上首发由
上海电机系统节能工程技术
研究中心有限公司
支持

陈明媛,王钧,周智成,谢代钰,潘连荣.
基于Sum of Squares分解技术的电
力系统鲁棒综合控制方法.
电机与控制应用,2021,48(9):81.

MTST系列 电机型式试验系统



MTST系列 电机型式试验系统①



MTST系列 电机型式试验系统②



MTST系列 电机型式试验系统③



MTST系列 电机型式试验系统④



MTST系列 电机型式试验系统⑤

CS-XY型电机出厂试验测试系统



DZC系列电机定子性能综合测试仪



TZ型电机堵转转矩测试仪



RZJ系列绕组匝间冲击耐电压测试仪



SEARI
上电科



上电电机

地址: 上海市武宁路505号 传真: 021-62163904

电话: 021-62574990-436、18918357509

邮编: 200063

邮箱: wangcj@seari.com.cn

上海电机系统节能工程技术研究中心有限公司 www.seari.com.cn

基于 Sum of Squares 分解技术的电力系统鲁棒综合控制方法^{*}

陈明媛¹, 王 钧², 周智成¹, 谢代钰¹, 潘连荣¹

[1. 广西电网公司电力调度控制中心, 广西 南宁 530012;

2. 华蓝设计(集团)有限公司, 广西 南宁 530011]

摘 要: 针对具有不确定干扰的汽轮发电机励磁与汽阀综合控制系统, 建立鲁棒综合控制模型。运用基于 Sum of Squares(SOS) 分解技术的鲁棒控制方法(SOSRCA), 设计电力系统鲁棒综合控制方法。该方法充分考虑了综合系统中存在的不确定参数及干扰, 使发电机组具有较好的鲁棒性能。控制方法的求解过程是算法化、程序化的, 避免了繁琐的递归设计和参数估计过程。最后, 在三机电力系统仿真中, 对基于 SOSRCA 所得出的鲁棒综合控制律进行仿真分析与讨论, 验证其有效性及优越性。

关键词: 励磁与汽阀综合控制; SOS 分解技术; SOS 鲁棒控制方法(SOSRCA); 鲁棒性能

中图分类号: TM 734 文献标志码: A 文章编号: 1673-6540(2021)09-0081-09

doi: 10.12177/emca.2021.078

Robust Coordinated Control Approach for Power Systems by Using the Sum of Squares Decomposition Technique^{*}

CHEN Mingyuan¹, WANG Jun², ZHOU Zhicheng¹, XIE Daiyu¹, PAN Lianrong¹

[1. Power Dispatching Control Center of Guangxi Power Grid Co., Ltd., Nanning 530012, China;

2. Hualan Design (Group) Co., Ltd., Nanning 530011, China]

Abstract: The Sum of Squares robust control approach (SOSRCA) is applied to the excitation and steam-valving coordinated control system with uncertain disturbance. The SOSRCA model of the control system is built. The control strategy fully considers the uncertain parameters and interferences existing in the control system, and the robust performance of the generator set system is good. The solution process of the control strategy is algorithmic and programmatic, which simplifies the design process and reduce the complexity of control. The simulation model test of the SOSRCA law is carried out in a three-machine power system. The result verifies its effectiveness and superiority.

Key words: excitation and steam-valving coordinated control; Sum of Squares (SOS) decomposition technique; Sum of Squares robust control approach (SOSRCA); robust performance

0 引 言

随着快速电液式调速系统的发展, 原动机调速控制在改善电力系统稳定性方面发挥着越来越

重要的作用。因此, 将发电机组的励磁控制和原动机控制有机地结合起来, 实现综合控制, 成为发电机控制发展富有潜力的探索方向^[1-3]。文献[4]引入多指标线性控制设计方法来研究发电机

收稿日期: 2021-05-24; 收到修改稿日期: 2021-07-23

^{*} 基金项目: 国家自然科学基金项目(51267001); 广西自然科学基金项目(2014GXNSFAA118338)

作者简介: 陈明媛(1983—), 女, 博士, 工程师, 研究方向为电力系统稳定控制、鲁棒控制问题等。

王 钧(1985—), 男, 硕士, 工程师, 研究方向为电气设备智能控制技术。

组的综合控制问题。该方法既能使系统获得良好的动态性能,也能获得满意的静态性能。文献[5]应用目标全息反馈法来处理发电机组的非线性综合控制问题。该方法可将非线性控制系统的多个控制目标均约束在性能指标中,从而实现系统的多目标控制。

在文献[4-5]中,所建的发电机组模型均未考虑系统参数的不确定性及干扰的影响。基于建模时忽视不确定性数学模型的非线性控制方法并不能够充分发挥其作用。要提高非线性控制设计方法的有效性,使设计所得的控制律在实际应用中得到满意的控制效果,在系统建模和控制器设计过程中考虑不确定性对系统的影响是非常有必要的。

针对电力系统在不确定参数下的控制问题,基于控制理论^[6]、耗散理论^[7]、自适应控制理论^[8]等的非线性鲁棒控制方法被提了出来。王宝华等^[9]运用反步递归法来设计包含不确定参数的发电机综合控制规律;兰海等^[10]通过递推法构造保证电力系统对于外部干扰具有增益抑制性能的存储函数,从而得到实现干扰抑制和稳定的系统控制规律。在这些方法中,随着递归推导步数的增加,控制规律的设计过程也会越来越繁杂。Okou 等^[11]应用自适应控制方法设计电力系统的鲁棒综合控制规律,该方法针对系统的每一个不确定项,均设计一个动态估计环节以应对其影响,然而这些动态估计环节会大大增加控制器的复杂程度。

文献[12]中提出了一种基于 Sum of Squares (SOS)分解技术的鲁棒控制方法(SOSRCA)。该方法无需对不确定参数设计状态估计器,也无需繁琐的递归设计构造出对干扰具有增益抑制性能的系统存储函数,因此简化了设计过程并且降低了控制规律的复杂程度。本文将 SOSRCA 应用于充分考虑不确定参数及干扰的发电机鲁棒综合控制模型中,在李雅普诺夫稳定理论下,可用一组状态相关不等式来保证包含不确定参数的多机电力系统是鲁棒稳定的,并且该系统对于外部干扰具有 L_2 增益抑制性能。通过 SOS 分解技术的半定规划松弛算法可对该不等式组进行求解得到系统的鲁棒综合控制规律。最后,将得出的控制规律应用于三机电力系统模型,通过仿真证明了

SOSRCA 所获得的控制规律不仅对于不确定参数具有鲁棒性,还对干扰具有良好的抑制能力,能够有效地提高电力系统的暂态稳定性。

1 多机电力系统的鲁棒综合控制问题

1.1 多机电力系统鲁棒综合控制的数学模型

考虑一个具有 n 台汽轮发电机的多机电力系统,第 i 台发电机的鲁棒综合控制数学模型^[13],转子运动方程和电磁动力学方程如下:

$$\begin{cases} \dot{\delta}_i = \omega_0(\omega_i - 1) \\ \dot{\omega}_i = \frac{P_{mi}}{T_{ji}} - \frac{\tilde{D}_i}{T_{ji}}(\omega_i - 1) - \frac{P_{ei}}{T_{ji}} + \frac{w_{1i}}{T'_{d0i}} \\ \dot{E}'_{qi} = -\frac{E'_{qi}}{T'_{d0i}} - \frac{(x_{di} - x'_{di})I_{di}}{T'_{d0i}} + \frac{E_{fi}}{T'_{d0i}} + \frac{w_{2i}}{T'_{d0i}} \\ \dot{P}_{mi} = \frac{1}{T_{V\Sigma i}}(-P_{mi} + U_{Ti}) + \frac{w_{3i}}{T_{V\Sigma i}} \end{cases} \quad (1)$$

其中,

$$P_{ei} = E'_{qi}I_{qi} \quad (2)$$

$$\begin{cases} I_{di} = \sum_{j=1}^n E'_{qj}(G_{ij}\sin\delta_{ij} - B_{ij}\cos\delta_{ij}) \\ I_{qi} = \sum_{j=1}^n E'_{qj}(G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij}) \\ I_i = \sqrt{I_{di}^2 + I_{qi}^2} \end{cases} \quad (3)$$

$$Q_{ei} = E'_{qi}I_{di} - x'_{di}I_i^2 \quad (4)$$

式中: δ_i 为发电机的功角; ω_0 为发电机转子的同步转速; ω_i 为发电机转子角速度; E'_{qi} 为发电机暂态电动势; P_{mi} 为汽轮机输入机械功率; E_{fi} 和 U_{Ti} 为控制量,分别表示发电机励磁电压和汽阀开度信号; P_{ei} 和 Q_{ei} 分别为发电机有功功率与无功功率; I_i 为发电机的注入电流, I_{di} 和 I_{qi} 分别为发电机定子 d 轴和 q 轴电流; x_{di} 和 x'_{di} 分别为发电机 d 轴电抗和 d 轴暂态电抗; T_{ji} 为发电机的转子惯性时间常数; T'_{d0i} 为发电机定子开路时的励磁绕组时间常数; $T_{V\Sigma i}$ 为汽轮机的等值时间常数; G_{ij} 和 B_{ij} 分别为系统导纳矩阵中的第 (i,j) 个元素的实部和虚部; $\tilde{D}_i$ 为发电机阻尼系数,是一个难以精确获得的参数; w_{1i} 为作用在发电机组调速回路中的转矩扰动; w_{2i} 为作用在发电机组励磁回路中的电磁扰动; w_{3i} 为作用在汽轮机调节阀的外部干扰。 δ_i 的单位为 rad, ω_0 和 ω_i 的单位为 rad/s,时间常数 T_{ji} 、 T'_{d0i} 和 $T_{V\Sigma i}$ 的单位为 s,其余量均为标么值。

将方程式(1)写成紧缩的仿射非线性方程形式:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i = f_i(\mathbf{x}_i, \tilde{D}_i) + g_{1i}(\mathbf{x}_i)E_{fi} + g_{2i}(\mathbf{x}_i)U_{Ti} + G_i(\mathbf{x}_i)\mathbf{w}_i \\ \mathbf{z}_i = h(\mathbf{x}_i), i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (5)$$

其中,

$$\mathbf{x}_i = [\delta_i \quad \omega_i \quad E'_{qi} \quad P_{mi}]^T \quad (6)$$

$$\begin{cases} g_{1i}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{T'_{d0i}} & 0 \end{bmatrix} \\ g_{2i}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{T_{v\Sigma i}} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (7)$$

$$\mathbf{w}_i = [w_{1i} \quad w_{2i} \quad w_{3i}]^T \quad (8)$$

$$f_i(\mathbf{x}_i) = \begin{bmatrix} \omega_0(\omega_i - 1) \\ \frac{P_{mi}}{T_{ji}} - \frac{D_i}{T_{ji}}(\omega_i - 1) - \frac{P_{ei}}{T_{ji}} \\ -\frac{E'_{qi}}{T'_{d0i}} - \frac{(x_{di} - x'_{di})I_{di}}{T'_{d0i}} \\ -\frac{P_{mi}}{T_{v\Sigma i}} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$G_i(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{T_{ji}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T'_{d0i}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{T_{v\Sigma i}} \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中: $\mathbf{z}_i$ 为输出矢量; $\mathbf{w}$ 为干扰输入, $\mathbf{w}_i \in L_{2e}^p; L_{2e}^p$ 表示扩展的 L_2 空间,其定义为

$$L_{2e}^p = \left\{ \mathbf{w}_i \mid \mathbf{w}_i: [0, T) \rightarrow R^p, \int_0^T \|\mathbf{w}_i\|^2 dt < +\infty \right\} \quad (11)$$

其中, $\|\mathbf{w}_i\| = (\sum_{i=1}^p w_i^2)^{\frac{1}{2}}$.

1.2 包含不确定参数的多机电力系统的鲁棒稳定性与 L_2 增益抑制性能分析

对于式(5)所示的包含不确定参数的多机电力系统,进行控制的目的:(1)该系统在包含不确定参数 $\tilde{D}_i$ 的情况下是鲁棒稳定的;(2)干扰输入 $\mathbf{w}_i$ 对系统的输出 $\mathbf{z}_i$ 的影响越小越好,但任意小并不符合物理实际,因此一般给定一个任意小的正

数 γ_i ,使干扰输入 $\mathbf{w}_i$ 对系统输出 $\mathbf{z}_i$ 的影响小于 γ_i 即可。

在鲁棒控制理论中^[14],定义系统的 L_2 增益为

$$g_2 = \sup_{T \in [0, \infty)} \sup_{\mathbf{w}_i \in L_{2e}^p} \left(\frac{\int_0^T \|\mathbf{z}_i\|^2 dt}{\int_0^T \|\mathbf{w}_i\|^2 dt} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

式中: $\sup$ 为上确界; $\|\mathbf{z}_i\|$ 和 $\|\mathbf{w}_i\|$ 分别为输出向量 $\mathbf{z}_i$ 和输入向量 $\mathbf{w}_i$ 的欧几里得范数。

那么输入对输出的影响得以量化,第2个控制目标中的干扰抑制问题可描述为 L_2 增益抑制问题。

上述的设计目标,能很自然地让人联想到很相近的由 Lu 等^[15]提出的非线性 L_2 鲁棒控制问题。唯一不同的是,文献[15]并没有讨论系统在包含不确定参数 $\tilde{D}_i$ 的情况下的鲁棒稳定问题。

所以本文首先的工作是保证系统式(5)在包含不确定参数 $\tilde{D}_i$ 的情况下是鲁棒稳定的,并且使得干扰输入 $\mathbf{w}_i$ 对系统的输出 $\mathbf{z}_i$ 的 L_2 增益小于 γ_i ($\gamma_i > 0$)。

系统式(5)中的不确定参数 $\tilde{D}_i$,现假定其存在上下界,分别为 $\underline{D}_i$ 和 $\overline{D}_i$,那么 $\tilde{D}_i$ 可用如下不等式表示出来:

$$a_{\tilde{D}_i} = (\tilde{D}_i - \underline{D}_i)(\tilde{D}_i - \overline{D}_i) \leq 0 \quad (13)$$

将系统式(5)重写成:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i = f_{\text{close}(i)}(\mathbf{x}_i, \tilde{D}_i, E_{fi}, U_{Ti}, \mathbf{w}_i) \\ a_{\tilde{D}_i} = (\tilde{D}_i - \underline{D}_i)(\tilde{D}_i - \overline{D}_i) \leq 0 \\ \mathbf{z}_i = h(\mathbf{x}_i), i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (14)$$

式中: $f_{\text{close}(i)}(\mathbf{x}_i, \tilde{D}_i, E_{fi}, U_{Ti}, \mathbf{w}_i) = f_i(\mathbf{x}_i, \tilde{D}_i) + g_{1i}(\mathbf{x}_i)E_{fi} + g_{2i}(\mathbf{x}_i)U_{Ti} + G_i(\mathbf{x}_i)\mathbf{w}_i$ 。

以下定理给出能令系统式(14)是鲁棒稳定的,并且具有 L_2 增益抑制性能的条件:

定理 1 $\mathbf{x}_{i0} = 0$ 为系统式(14)的平衡点; $B \in R^n$ 为包含 $\mathbf{x}_{i0}$ 的定义域;假设 $V_i: B \rightarrow R$ 为正定的多项式函数,并且有 $V_i(\mathbf{x}_{i0}) = 0; \tilde{D}_i \in R$, 当 $\mathbf{x}_i = 0$ 时,有 $f_i(\mathbf{x}_i, \tilde{D}_i) = 0; p_i(\mathbf{x}_i, \tilde{D}_i)$ 为正定的多项式函数;令 $S = \{\mathbf{x}_i \in B \mid \dot{V}_i(\mathbf{x}_i) = 0\}$, 且假设 S 中除 $\mathbf{x}_{i0}$ 外不包含系统的其他解,若不等式(15)成立:

$$-\frac{\partial V_i(\mathbf{x}_i)}{\partial \mathbf{x}_i} f_{\text{close}(i)}(\mathbf{x}_i, \tilde{D}_i, E_{fi}, U_{Ti}, \mathbf{w}_i) + p_i(\mathbf{x}_i, \tilde{D}_i) a_{\tilde{D}_i} - \frac{1}{2} \|\mathbf{z}_i\|^2 + \frac{1}{2} \gamma_i^2 \|\mathbf{w}_i\|^2 \geq 0 \quad (15)$$

那么系统式(14)是鲁棒稳定的,并且具有 L_2 增益抑制性能,即当 $\mathbf{w}_i = 0$ 时,原点是渐近稳定的;当 $\mathbf{w}_i \neq 0$ 时,该系统由扰动输入 $\mathbf{w}_i$ 到输出 $\mathbf{z}_i$ 的 L_2 增益不大于给定的正数 γ_i 。

证明:

(1) 鲁棒稳定性。将 $\mathbf{w}_i = 0$ 代入不等式(15)中,可得:

$$-\frac{\partial V_i(\mathbf{x}_i)}{\partial \mathbf{x}_i} f_{\text{close}(i)}(\mathbf{x}_i, \tilde{D}_i, E_{fi}, U_{Ti}, \mathbf{w}_i) \geq -p_i(\mathbf{x}_i, \tilde{D}_i) a_{\tilde{D}_i} + \frac{1}{2} \|\mathbf{z}_i\|^2 \quad (16)$$

然后将式(16)从时间 0 到 T 进行积分,得

$$V_i(\mathbf{x}_{i0}) - V_i(\mathbf{x}_{iT}) \geq \frac{1}{2} \int_0^T \|\mathbf{z}_i\|^2 dt - \int_0^T p_i(\mathbf{x}_i, \tilde{D}_i) a_{\tilde{D}_i} dt \quad (17)$$

由式(14)可知, $a_{\tilde{D}_i}$ 不大于零。又因为多项式 $p_i(\mathbf{x}_i, \tilde{D}_i)$ 是正定的,那么式(16)和式(17)可重写成如下形式:

$$\frac{\partial V_i(\mathbf{x}_i)}{\partial \mathbf{x}_i} f_{\text{close}(i)}(\mathbf{x}_i, \tilde{D}_i, E_{fi}, U_{Ti}) \leq 0 \quad (18)$$

$$V_i(\mathbf{x}_{i0}) - V_i(\mathbf{x}_{iT}) \geq 0 \quad (19)$$

余下的证明类似于李雅普诺夫稳定理论的证明,请参考文献[16],这里不再赘述。

(2) L_2 增益抑制性能^[17]。将式(15)从时间 0 到 T 进行积分可得:

$$V_i(\mathbf{x}_{i0}) - V_i(\mathbf{x}_{iT}) + \int_0^T p_i(\mathbf{x}_i, \tilde{D}_i) a_{\tilde{D}_i} dt \geq \dot{V}_i = -c_{1i} z_{1i}^2 - [(c_{1i} + c_{2i}) z_{3i} + z_{2i}] \frac{\tilde{D}}{T_{ji}} (\omega_i - 1) - c_{2i} z_{2i}^2 + z_{3i} \left[z_{2i} - \frac{P_{mi}}{T_{V\Sigma i} T_{ji}} + \frac{U_{Ti}}{T_{V\Sigma i} T_{ji}} - \frac{E'_{qi} \dot{I}_{qi}}{T_{ji}} + \frac{E'_{qi} I_{qi} + (x_{di} - x'_{di}) I_{di} I_{qi}}{T'_{d0i} T_{ji}} - \frac{I_{qi} E_{fi}}{T'_{d0i} T_{ji}} + (c_{1i} + c_{2i}) \left(\frac{P_{mi}}{T_{ji}} - \frac{P_{ei}}{T_{ji}} \right) + \left(\omega_{0i} + \frac{c_{1i}}{\omega_{0i}} \right) \dot{z}_{1i} \right] + [(c_{1i} + c_{2i}) z_{3i} + z_{2i}] \frac{w_{1i}}{T_{ji}} + \frac{\bar{w}_{2i}}{T_{ji} T'_{d0i}} z_{3i} + \left(z_{4i} + \frac{z_{3i}}{T_{ji}} \right) \frac{w_{3i}}{T_{V\Sigma i}} + \left(\frac{-P_{mi}}{T_{V\Sigma i}} + \frac{U_{Ti}}{T_{V\Sigma i}} \right) z_{4i} \quad (24)$$

其中, $\bar{w}_{2i} = w_{2i} I_{qi}$ 。

选取:

$$\frac{1}{2} \int_0^T \left(\|\mathbf{z}_i\|^2 - \frac{1}{2} \gamma_i^2 \|\mathbf{w}_i\|^2 \right) dt \quad (20)$$

已知 $\alpha_{\tilde{D}_i}$ 不大于零,并且多项式 $p_i(\mathbf{x}_i, \tilde{D}_i)$ 是正定的,那么从式(20)可推出:

$$V_i(\mathbf{x}_{iT}) - V_i(\mathbf{x}_{i0}) \leq \frac{1}{2} \int_0^T (\gamma_i^2 \|\mathbf{w}_i\|^2 - \|\mathbf{z}_i\|^2) dt \quad (21)$$

又根据条件 $V_i(\mathbf{x}_{i0}) = 0$ 及 $V_i(\mathbf{x}_i) \geq 0$, 可以得出:

$$\frac{\int_0^T \|\mathbf{z}_i\|^2 dt}{\int_0^T \|\mathbf{w}_i\|^2 dt} \leq \gamma_i^2 \quad (22)$$

由 L_2 增益的定义可知,干扰输入 $\mathbf{w}_i$ 对于系统的输出 $\mathbf{z}_i$ 的影响小于 γ_i 。

1.3 多机电力系统的鲁棒综合控制规律设计理论

在定理 1 的鲁棒稳定性及 L_2 增益抑制性能的分析中,若李雅普诺夫函数 $V_i(\mathbf{x}_i)$ 与控制规律 E_{fi} 、 U_{Ti} 均是未知的情况下,求解不等式(15)是非凸的,非凸问题目前很难得出其有效解。为了有效地求出系统式(14)的鲁棒综合控制规律,其李雅普诺夫函数选取经典形式:

$$V_i = \frac{1}{2} z_{1i}^2 + \frac{1}{2} z_{2i}^2 + \frac{1}{2} z_{3i}^2 + \frac{1}{2} z_{4i}^2 \quad (23)$$

其中 $z_{1i} = \delta_i - \delta_{i0}$, δ_{i0} 为功角的稳定平衡点; $z_{2i} = (\omega_i - 1) + \frac{c_{1i} z_{1i}}{\omega_0}$, c_{1i} 为待定的正常数; $z_{3i} = \frac{P_{mi}}{T_{ji}} - \frac{P_{ei}}{T_{ji}} + \omega_0 z_{1i} + c_{1i}(\omega_i - 1) + c_{2i} z_{2i}$, c_{2i} 为待定正常数; $z_{4i} = P_{mi} - P_{m0i}$, P_{m0i} 为输入机械功率的稳定平衡点。 V_i 沿着系统式(14)轨迹的时间微分为

$$E_{fi} = \left[z_{2i} - \frac{E'_{qi} \dot{I}_{qi}}{T_{ji}} + \frac{E'_{qi} I_{qi} + (x_{di} - x'_{di}) I_{di} I_{qi}}{T'_{d0i} T_{ji}} + (c_{1i} + c_{2i}) \left(\frac{P_{mi}}{T_{ji}} - \frac{P_{ei}}{T_{ji}} \right) + \left(\omega_{0i} + \frac{c_{1i}}{\omega_{0i}} \right) \dot{z}_{1i} + c_{3i} z_{3i} - u_{E_{SOS}^i} \right] \frac{T'_{d0i} T_{ji}}{I_{qi}} \quad (25)$$

$$U_{Ti} = T_{V \sum i} (-c_{4i} z_{4i} + u_{U_{SOS}^i}) + P_{mi} \quad (26)$$

将式(25)和式(26)代入式(24),可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & -c_{1i} z_{1i}^2 - c_{2i} z_{2i}^2 - c_{3i} z_{3i}^2 - c_{4i} z_{4i}^2 - [(c_{1i} + c_{2i}) z_{3i} + z_{2i}] \left(z_{2i} - \frac{c_{1i} z_{1i}}{\omega_{0i}} \right) \frac{\tilde{D}_i}{T_{ji}} + \\ & \left(\frac{z_{3i}}{T_{ji}} + z_{4i} \right) \frac{w_{3i}}{T_{V \sum i}} + [(c_{1i} + c_{2i}) z_{3i} + z_{2i}] \frac{w_{1i}}{T_{ji}} + \frac{\bar{w}_{2i}}{T_{ji} T'_{d0i}} z_{3i} + z_{3i} u_{E_{SOS}^i} + z_{4i} u_{U_{SOS}^i} \end{aligned} \quad (27)$$

式中: $u_{E_{SOS}^i}$ 、 $u_{U_{SOS}^i}$ 、 c_{1i} 、 c_{2i} 、 c_{3i} 和 c_{4i} 均为待定的多项式。

通过观察式(27),可知 c_{1i} 与 c_{2i} 具有乘积关系,即二者之间的关系是非线性。这种非线性关系不利于问题的有效求解,因此,将 c_{1i} 设定为一个给定的正常数,那么其余所有的未知量对于式(27)均是凸的。

根据定理1,下面给出系统式(14)的鲁棒综合控制设计方法(RCCA)。

RCCA: 对于系统式(14),若存在多项式 $u_{E_{SOS}^i}$ 、 $u_{U_{SOS}^i}$ 、 c_{1i} 、 c_{2i} 、 c_{3i} 、 c_{4i} 和 $p_i(z_i, \tilde{D}_i) \geq 0$ 使得以下条件成立:

$$- \dot{V}_i(u_{E_{SOS}^i}, u_{U_{SOS}^i}, c_{2i}, c_{3i}, c_{4i}) + p_i(x_i, \tilde{D}_i) \alpha_{\tilde{D}_i} - \frac{1}{2} \|z_i\|^2 + \frac{1}{2} \gamma_i^2 \|w_i\|^2 \geq 0 \quad (28)$$

$$p_i(z_i, \tilde{D}_i) \geq 0 \quad (29)$$

$$c_{2i} \geq 0, c_{3i} \geq 0, c_{4i} \geq 0 \quad (30)$$

那么系统式(14)是鲁棒稳定的,并且具有 L_2 增益抑制性能。

式(28)~式(30)中: $w_i = [w_{1i} \ w_{2i} \ w_{3i}]$; $z_i = [z_{1i} \ z_{2i} \ z_{3i} \ z_{4i}]$; γ_i 为给定的正数。

求解出待定多项式 $u_{E_{SOS}^i}$ 、 $u_{U_{SOS}^i}$ 、 c_{1i} 、 c_{2i} 、 c_{3i} 、 c_{4i} , 并且满足 $p_i(z_i, \tilde{D}_i) \geq 0$ 就可以得到系统式(14)的鲁棒综合控制规律。

2 基于 SOS 分解技术的鲁棒综合控制方法

由上述分析可知,要求出系统式(14)的鲁棒综合控制规律,求解出待定多项式 $u_{E_{SOS}^i}$ 、 $u_{U_{SOS}^i}$ 、 c_{1i} 、 c_{2i} 、 c_{3i} 、 c_{4i} 和 $p_i(z_i, \tilde{D}_i)$, 必须证明式(28)~式

(30)是正定的。众所周知,要证明非确定多项式函数的正定或者半正定性是困难的(NP-hard)^[18],因此在很多情况下用判定多项式是平方和(SOS)多项式来取代判定其正定或半正定性的要求。尽管判定多项式是 SOS 的是判定多项式为正定或半正定的一个充分非必要条件,但更易于计算和检验。并且,实践经验表明,在很多情况下用 SOS 条件取代正定或半正定性能得出精确的解^[19]。因此, SOS 多项式分解技术在控制问题中的应用越来越多,越来越得到重视。

2.1 SOS 多项式分解技术

若存在多项式 $f_1(x), \dots, f_m(x)$, 使得如下式子成立:

$$p(x) = \sum_{i=1}^m f_i^2(x) \quad (31)$$

那么多项式 $p(x)$ 是一个 SOS 多项式。很显然,对于所有 $x \in R^n$, $p(x)$ 是 SOS 多项式自然意味着 $p(x)$ 大于或等于零。

对于条件式(31),可作如下等价,存在一个半正定的矩阵 Q 使得如下式子成立:

$$p(x) = z^T(x) Q z(x) \quad (32)$$

那么 $p(x)$ 是 SOS 多项式。其中 $z(x)$ 为单项式向量,次数少于或等于 $p(x)$ 次数的 $\frac{1}{2}$ 。使得式(32)

成立的矩阵 Q 可通过使用 SOSTOOLS 工具箱求解半定规划问题来获得^[20-21]。

2.2 基于 SOS 分解技术的鲁棒综合控制设计方法

根据 1.3 节中给出的鲁棒综合控制的设计方法,将式(28)~式(30)中的正定条件,用 SOS 条件来替换,那么可得出基于 SOS 分解技术的鲁棒综合控制方法(SOSCCS)。

SOSCCS: 对于系统式 (14), 若存在多项式 $u_{E_{\text{SOS}i}}, u_{U_{\text{SOS}i}}, c_{2i}, c_{3i}, c_{4i}$ 和 $p_i(\mathbf{z}_i, \tilde{D}_i)$, 使得以下条件成立:

$$-\dot{V}_i(u_{E_{\text{SOS}i}}, u_{U_{\text{SOS}i}}, c_{2i}, c_{3i}, c_{4i}) + p_i(\mathbf{z}_i, \tilde{D}_i) a_{\tilde{D}_i} - \frac{1}{2} \|\mathbf{z}_i\|^2 + \frac{1}{2} \gamma_i^2 \|\mathbf{w}_i\|^2 \text{ 是 SOS 多项式} \quad (33)$$

$$p_i(\mathbf{z}_i, \tilde{D}_i) \text{ 是 SOS 多项式} \quad (34)$$

$$c_{2i}, c_{3i} \text{ 和 } c_{4i} \text{ 均是 SOS 多项式} \quad (35)$$

那么系统式 (14) 是鲁棒稳定的, 并且具有 L_2 增益抑制性能。显然满足式 (33) ~ 式 (35) 的 $u_{E_{\text{SOS}i}}$,

$u_{U_{\text{SOS}i}}, p_i(\mathbf{z}_i, \tilde{D}_i), c_{2i}, c_{3i}$ 和 c_{4i} 均是凸的, 因此可通过 SOSTOOLS 工具箱同时解出。

2.3 SOSTOOLS 鲁棒综合控制规律的求解过程

(1) 初始化程序。

(2) 定义待求多项式。 $u_{E_{\text{SOS}i}}$ 和 $u_{U_{\text{SOS}i}}$ 为 $\mathbf{z}_i$ 的 $0 \sim n$ 阶多项式; $p_i(\mathbf{z}_i, \tilde{D}_i)$ 为关于 $\mathbf{z}_i, \tilde{D}_i$ 及 $\bar{\mathbf{w}}_i$ 的 $0 \sim m$ 阶多项式; c_{2i}, c_{3i} 和 c_{4i} 为常数多项式; 其中 n 和 m 的取值可根据实际情况自行选择。

(3) 定义 $\tilde{D}_i$ 的取值范围。

(4) 定义目标方程为式 (33) ~ 式 (35)。

(5) 调用 SOSTOOLS 工具箱的多项式求解器。

(6) 获取待求多项式 $u_{E_{\text{SOS}i}}, u_{U_{\text{SOS}i}}, p_i(\mathbf{z}_i, \tilde{D}_i), c_{2i}, c_{3i}$ 和 c_{4i} 的形式和参数。

将 (6) 中的结果代入式 (25) 和式 (26) 中, 得到多机电力系统的鲁棒综合控制规律。

3 系统仿真与结果

上述基于 SOS 的鲁棒综合控制方法的有效性将在如图 1 所示的三机电力系统中进行验证。图 1 中还给出了该电力系统的初始潮流数据。

图 1 中发电机 G_1 是无穷大系统。 G_2 和 G_3 装配有综合控制器, 其模型参数如表 1 所示。

表 1 发电机 G_2 和 G_3 的模型参数

发电机参数	$x'_{di}/(\text{p.u.})$	$x_{di}/(\text{p.u.})$	T_{Ji}/s	T'_{d0i}/s	$T_{V\Sigma i}/\text{s}$
G_2	0.121	0.77	15	6	0.4
G_3	0.21	0.86	16	5	0.4

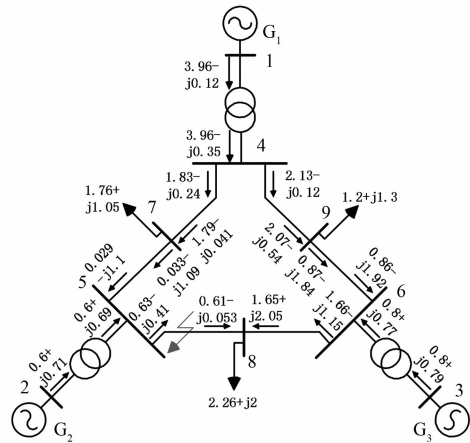


图 1 三机电力系统模型及其初始潮流数据

3.1 系统不确定参数的范围

阻尼等效系数 $\tilde{D}_i$ 用来等效阻尼绕组的作用, 随着系统运行情况的变化, 该系数会在一个范围内变化, 对其进行设置牵涉的因素很多^[22]。因此, 为让设计出来的控制规律更具有普适性, 将 $\tilde{D}_i$ 的取值设定成一个较大范围, 如表 2 所示。

表 2 不确定参数 $\tilde{D}_i$ 的上下界

发电机	G_2	G_3
上界	5	5
下界	0	0

3.2 基于 SOS 的鲁棒综合控制规律

将 c_{1i} 和 γ_i 取为如下的值:

$$\begin{cases} c_{12} = 2, & c_{13} = 2 \\ \gamma_2 = 0.1, & \gamma_3 = 0.1 \end{cases} \quad (36)$$

鲁棒综合控制规律 $u_{E_{\text{SOS}i}}$ 和 $u_{U_{\text{SOS}i}}$, SOS 多项式 $p_i(\mathbf{z}_i, \tilde{D}_i)$, 正定参数 c_{2i}, c_{3i} 和 c_{4i} 可由 SOSTOOLS 求解得:

$$\begin{cases} u_{E_{\text{SOS}2}} = 0.38z_{22} - 1.33z_{32} - 0.15z_{42} \\ u_{U_{\text{SOS}2}} = -0.15z_{32} - 2.66z_{42} \\ c_{22} = 2.13, c_{32} = 1.33, c_{42} = 2.66 \\ p_2 = 0.05w_{12}^2 - 0.024w_{12}z_{32} + 0.024z_{22}z_{32} + \\ 0.045w_{32}^2 - 0.014w_{32}z_{32} - 0.21w_{32}z_{42} + \\ 0.15z_{12}^2 + 0.17z_{22}^2 + 0.2z_{32}^2 + 0.057w_{22}^2 + \\ 0.022z_{32}z_{42} + 0.39z_{42}^2 \end{cases} \quad (37)$$

$$\begin{cases} u_{E_{\text{SOS}}^3} = 0.095z_{23} - 1.25z_{33} - 0.015z_{43} \\ u_{U_{\text{SOS}}^3} = -0.15z_{33} - 1.93z_{43} \\ c_{23} = 2.17, c_{33} = 1.25, c_{43} = 1.93 \\ p_3 = 0.098w_{13}^2 - 0.006w_{13}z_{33} + 0.095w_{33}^2 + \\ 0.098w_{23}^2 - 0.21w_{33}z_{43} + 0.3z_{43}^2 + \\ 0.24z_{13}^2 + 0.16z_{23}^2 + 0.2z_{33}^2 \end{cases} \quad (38)$$

为验证式(37)和式(38)能使条件式(33)和式(34)成立,将式(36)~式(38)代入式(33)及式(34),用SOSTOOLS工具箱对式(33)和式(34)进行平方和分解:

$$F_i = P_{1i}^T Q_{1i} P_{1i}, i = 2, 3 \quad (39)$$

$$p_i(z_i, \tilde{D}_i) = P_{2i}^T Q_{2i} P_{2i}, i = 2, 3 \quad (40)$$

其中,

$$P_{1i} = [z_{4i} \ z_{3i} \ z_{2i} \ z_{1i} \ \tilde{D}_i w_{2i} \ \tilde{D}_i w_{3i} \ \tilde{D}_i w_{1i} \ \tilde{D}_i z_{4i} \ \tilde{D}_i w_{3i} \ w_{2i} \ w_{1i} \ \tilde{D}_i z_{3i} \ \tilde{D}_i z_{2i} \ \tilde{D}_i z_{1i} \ \tilde{D}_i^2] \quad (41)$$

$$P_{2i} = [z_{4i} \ z_{3i} \ z_{2i} \ z_{1i}] \quad (42)$$

Q_{12} 和 Q_{13} 为 16×16 的矩阵,其特征值如下所示:

$$\begin{aligned} \text{eig}(Q_{12}) = & [5.38 \ 2.34 \ 1.67 \ 1.59 \ 0.52 \\ & 0.53 \ 0.2 \ 0.17 \ 0.09 \ 0.06 \ 0 \\ & 0.05 \ 0.006 \ 0.017 \ 0.018 \ 0] \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \text{eig}(Q_{13}) = & [4.11 \ 2.13 \ 2.65 \ 0.075 \ 0.49 \\ & 1.06 \ 0.15 \ 0.016 \ 0 \ 0 \ 0.09 \ 1.76 \\ & 0.062 \ 0.036 \ 0.036 \ 0.013] \end{aligned} \quad (44)$$

Q_{22} 和 Q_{23} 为 4×4 的矩阵,其特征值如下所示:

$$\text{eig}(Q_{22}) = [2.05 \ 0.61 \ 0.78 \ 1.52] \quad (45)$$

$$\text{eig}(Q_{23}) = [2.18 \ 0.82 \ 0.38 \ 1.21] \quad (46)$$

显然,矩阵 Q_{12} , Q_{13} , Q_{22} 和 Q_{23} 均为正定。

应用定理 1,可推出以下结论:

(1) 当 $w_i = 0$ 时,在域 $\{z_i \in R \mid \underline{D}_i \leq \tilde{D}_i \leq \overline{D}_i\}$ 中,平衡点 $z_i = 0$ 是系统式(21)的渐近稳定平衡点。

(2) 系统式(21)的扰动输入 w_i 到输出 z_i 的 L_2 增益不大于给定的正数 $\gamma_i = 0.1$ 。

将式(36)~式(38)中的 $u_{E_{\text{SOS}}^i}$, $u_{U_{\text{SOS}}^i}$, c_{1i} , c_{2i} , c_{3i} 和 c_{4i} 的计算结果分别代入式(25)和式(26),便可得到系统的鲁棒综合控制规律:

$$U_{T_2} = (-5.32z_{42} - 0.15z_{32})T_{V\Sigma_2} + P_{m2} \quad (47)$$

$$U_{T_3} = (-3.86z_{43} - 0.15z_{33})T_{V\Sigma_3} + P_{m3} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} E_{J_2} = & \left[z_{22} - \frac{E'_{q2} \dot{I}_{q2}}{T_{J2}} + \frac{E'_{q2} I_{q2} + (x_{d2} - x'_{d2}) I_{d2} I_{q2}}{T'_{d02} T_{J2}} + \right. \\ & 4.13 \left(\frac{P_{m2}}{T_{J2}} - \frac{P_{e2}}{T_{J2}} \right) + \left(\omega_{02} + \frac{2}{\omega_{02}} \right) \dot{z}_{12} + 1.33z_{32} - \\ & \left. (0.38z_{22} - 1.33z_{32} - 0.15z_{42}) \right] \frac{T'_{d02} T_{J2}}{I_{q2}} \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} E_{J_3} = & \left[z_{23} - \frac{E'_{q3} \dot{I}_{q3}}{T_{J3}} + \frac{E'_{q3} I_{q3} + (x_{d3} - x'_{d3}) I_{d3} I_{q3}}{T'_{d03} T_{J3}} + \right. \\ & 4.17 \left(\frac{P_{m3}}{T_{J3}} - \frac{P_{e3}}{T_{J3}} \right) + \left(\omega_{03} + \frac{2}{\omega_{03}} \right) \dot{z}_{13} + 1.33z_{33} - \\ & \left. (0.095z_{23} - 1.25z_{33} - 0.015z_{43}) \right] \frac{T'_{d03} T_{J3}}{I_{q3}} \end{aligned} \quad (50)$$

在式(49)和式(50)中所示的励磁控制规律, I_{di} 和 I_{qi} 是很难测量的,但可以用可测量准确表示出来。由式(2)~式(4)可整理得到:

$$I_{qi} = \frac{P_{ei} I_i}{\sqrt{(Q_{ei} + x'_{di} I_i^2)^2 + P_{ei}^2}} \quad (51)$$

$$I_{di} = \sqrt{I_i^2 - I_{qi}^2}, i = 2, 3 \quad (52)$$

从式(51)和式(52)可看出, I_{di} 和 I_{qi} 均可用易测量 P_{ei} , Q_{ei} 和 I_i 表示出来,从而解决了控制规律的实现问题。

正如式(47)~式(50)所示,励磁控制规律 E_{Ji} 和汽门开度控制规律 U_{Ti} 均不包含不确定参数 $\tilde{D}_i$,这充分显示了所设计的综合控制规律的鲁棒性。

3.3 仿真案例与结果

为了验证 SOSCCS 的有效性,针对 2 种扰动,将其与 2 种经典的控制方案进行仿真对比:(1)励磁 PSS+PID 和调速 PID 分别控制方案;(2)线性最优综合方案(LOCC)。

3.3.1 外部扰动

在扰动发生前,系统处于稳定状态。在 0.5~1.5 s 时,系统受到外部干扰的作用。作用在发电机 G_2 和 G_3 的干扰分别为 $w_{12} = 0.05$, $w_{22} = 0.05$, $w_{32} = 0.05$ 及 $w_{13} = -0.05$, $w_{23} = -0.05$, $w_{33} = -0.05$ 。系统在 SOSCCS, PSS+PID 和 LOCC 3 种不同控制器的作用下,有关状态量的响应曲线如图 2 和图

3 所示。

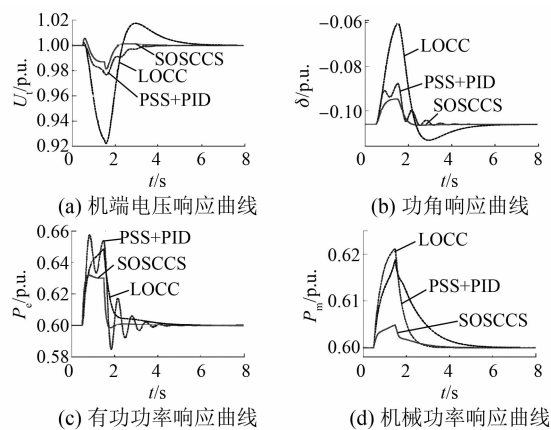


图2 外部扰动时发电机 G_2 的系统响应曲线

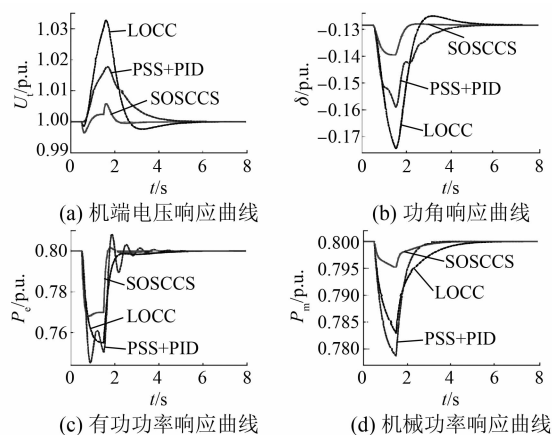


图3 外部扰动时发电机 G_3 的系统响应曲线

图2(a)、图3(a)、图2(b)和图3(b)表明,当发电机遭受外部干扰时,发电机机端电压和功角在SOSCCS作用下产生的静态偏移比在LOCC和PSS+PID的作用下的静态偏移均要小,这是由于SOSCCS对外部干扰有抑制作用。图2(c)、图3(c)、图2(d)和图3(d)表明,SOSCCS、LOCC和PSS+PID均使有功功率和机械功率变动到新的平衡点以适应外部干扰的作用。总而言之,SOSCCS使得发电机在遭受外部干扰时,不仅能比LOCC和PSS+PID更快地平息机组在暂态过程中的机械振荡,还能更好地抑制系统的超调,从而使得发电机具有良好的动态性能及鲁棒性。

3.3.2 三相短路扰动

在扰动发生前,系统处于稳定状态。在0.5 s时,5号和8号母线之间的线路(靠近5号母线端

处)发生三相金属性短路,故障持续0.15 s后被切除,在0.9 s时系统重合闸成功。当系统分别采用SOSCCS、PSS+PID和LOCC控制器时的系统有关状态量的响应曲线如图4和图5所示。

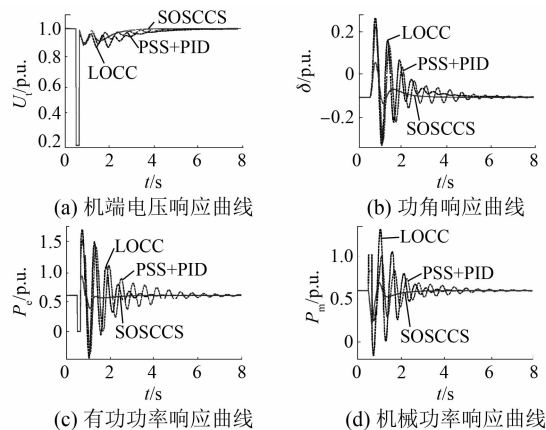


图4 三相短路扰动时发电机 G_2 的系统响应曲线

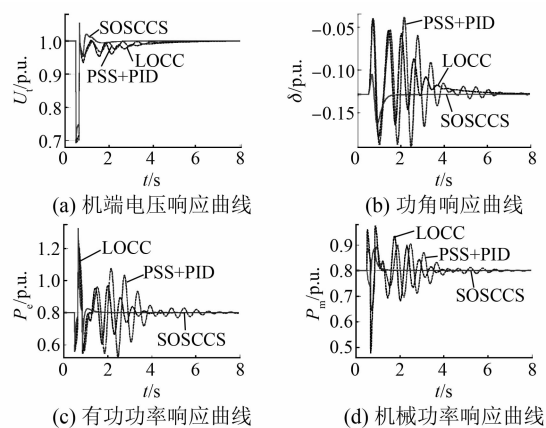


图5 三相短路扰动时发电机 G_3 的系统响应曲线

图4(a)、图4(c)和图5(a)、图5(c)表明,当系统发生大扰动时,尽管发电机的机端电压和有功功率在3种控制规律的作用下都得到恢复,但SOSCCS比LOCC和PSS+PID能更快地恢复机端电压到初始水平,更早地平息有功功率的波动。图4(b)、图4(d)和图5(b)、图5(d)表明,SOSCCS比LOCC和PSS+PID能更好地平息系统频率振荡,更快地使系统返回初始运行点,更有效地抑制了系统的超调,使得发电机具有良好的动态、静态性能。

SOSCCS、LOCC和PSS+PID这3种控制方案在发生三相短路扰动故障时的临界清除时间

如下:

$$\begin{aligned} \text{CCT}_{\text{SOSCCS}} &= 0.23 \text{ s}, \text{CCT}_{\text{LOCC}} = 0.18 \text{ s}, \\ \text{CCT}_{\text{PSS+PID}} &= 0.17 \text{ s} \end{aligned} \quad (53)$$

式(53)表明,在3种控制方法中,SOSCCS最有效地提高了电力系统的暂态稳定性。

4 结 语

针对一个具有3台发电机的多机电力系统,建立包含调速回路和励磁回路干扰、不确定阻尼系数的鲁棒综合控制模型。运用SOSRCA,成功设计出多机环境下的发电机SOS非线性鲁棒综合控制策略。该方法根据李雅普诺夫直接法,选取经典的李雅普诺夫函数形式,建立一组状态相关不等式来保证多机电力系统的鲁棒稳定性及 L_2 增益抑制性能。通过SOS分解技术的半定规划松弛算法可对该不等式组进行算法求解,从而得到系统的鲁棒综合控制规律。该控制器设计过程简单,无需包含参数估计器,从而降低了控制规律的复杂性。仿真结果表明,该控制律能够有效提高多机电力系统的暂态稳定性和鲁棒稳定性。

【参 考 文 献】

- [1] 陈明媛,李啸骢,从兰美,等. 中间再热式汽轮发电机组的多指标非线性鲁棒综合控制[J]. 电力自动化设备,2017,37(10): 139.
- [2] WANG Y, YU X. New coordinated control design for thermal power generation units[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics,2010,57(11): 3848.
- [3] 刘辉,汪旌,韦化,等. 发电机组目标全息反馈大范围稳定控制设计[J]. 中国电机工程学报,2009,29(31): 21.
- [4] 李啸骢,程时杰,韦化,等. 中间再热式汽轮发电机组的多指标非线性综合控制器的研究[J]. 电网技术,2004,28(7): 1.
- [5] 刘辉,韦化,李啸骢. 大型汽轮发电机组目标全息反馈非线性综合控制设计[J]. 电工技术学报,2008,23(4): 25.
- [6] 黄文超,孙洪飞,曾建平. 一类多项式非线性系统鲁棒 H_∞ 控制[J]. 控制理论与应用,2012,29(12): 1587.
- [7] 兰海,李殿璞,龚伟,等. 基于耗散系统实现电力系统励磁鲁棒非线性控制[J]. 电机与控制学报,2003,7(3): 255.
- [8] YAN R, DONG Z, SAHA T K, et al. A power system nonlinear adaptive decentralized controller design [J]. Automatica,2010,46(2): 330.
- [9] 王宝华,杨成梧,张强. 发电机的非线性自适应逆推综合控制[J]. 控制理论与应用,2006,23(1): 60.
- [10] 兰海,徐殿国,刘胜,等. 基于耗散理论的 TCSC 与励磁协调控制研究[J]. 系统仿真学报,2006,18(8): 2230.
- [11] OKOU F A, DESSAINT L, AKHRIF O. A robust adaptive voltage and speed regulator for multimachine power systems[J]. Canadian Journal of Electrical and Computer Engineering,2005,30(1): 29.
- [12] CHEN M, LI X, LAGOA C M, et al. Applying sum-of-squares decomposition technique to power system robust control problem [J]. IEEE Transactions on Electrical and Electronic Engineering,2018,13(2): 218.
- [13] PAPACHRISTODOULOU A, PRAJNA S. On the construction of Lyapunov functions using the sum of squares decomposition[C]// Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control,2002.
- [14] 孙元章,焦晓红,申铁龙. 电力系统非线性鲁棒控制[M]. 北京: 清华大学出版社,2007.
- [15] LU Q, MEI S, HU W, et al. Nonlinear decentralized disturbance attenuation excitation control via new recursive design for multi-machine power systems [J]. IEEE Transactions on Power Systems,2001,16(4): 729.
- [16] KHALIL H K. Nonlinear systems[M]. 3rd ed. Upper Saddle River: Prentice Hall,2002: 111-180.
- [17] 黄文超,孙洪飞,曾建平. 基于 SOS 技术的多项式非线性系统鲁棒控制综合(英文)[J]. 自动化学报,2013,39(6): 799.
- [18] BURER S. Optimizing a polyhedral-semidefinite relaxation of completely positive programs [J]. Mathematical Programming Computation,2010,2: 1.
- [19] HARA S, IWASAKI T. Sum-of-squares decomposition via generalized KYP lemma [J]. IEEE Transactions on Automatic Control,2009,54(5): 1025.
- [20] PRAJNA S, PAPACHRISTODOULOU A, SEILER P, et al. New developments in sum of squares optimization and SOSTOOLS[C]//Proceedings of the 2004 American Control Conference,2004.
- [21] HENRION D, GARULLI A. Positive polynomials in control[M]. Berlin: Springer,2005: 273-292.
- [22] 刘取. 电力系统稳定性及发电机励磁控制[M]. 北京: 中国电力出版社,2007.