

# 基于全域解析法的外转子轮毂永磁同步电机多目标优化

马志敏<sup>1</sup>, 齐晓刚<sup>1</sup>, 王少勃<sup>2</sup>, 景弋洋<sup>3</sup>, 何彪<sup>2</sup>, 曹海东<sup>4,5</sup>

(1. 浙江万安科技股份有限公司, 浙江 绍兴 311800;

2. 北京天源博通科技有限公司, 北京 100000;

3. 华南理工大学 电力学院, 广东 广州 510641;

4. 上海电器科学研究所(集团)有限公司, 上海 200063;

5. 上海大学 机电工程与自动化学院, 上海 200433)

**摘要:** 基于全域解析法对外转子永磁同步电机(PMSM)的空载反电动势、气隙磁密、齿槽转矩等性能求解计算。计算结果与有限元法计算结果较为吻合,验证了全域解析法对外转子PMSM求解的准确性。在此基础上应用第二代非支配排序遗传算法(NSGA-II)对电机多个结构参数,多个性能进行多目标优化。与初始方案相比,优化方案的电机综合性能得到有效提高。经过仿真和试验验证,证明了所提方法的合理有效性。

**关键词:** 轮毂电机; 全域解析法; 外转子; NSGA-II; 多目标优化

中图分类号: TM351 文献标志码: A 文章编号: 1673-6540(2023)01-0044-11

doi: 10.12177/emca.2022.151

## Multi-Objective Optimization of Outer Rotor Hub Permanent Magnet Synchronous Motor Based on Global Analytical Method

MA Zhimin<sup>1</sup>, QI Xiaogang<sup>1</sup>, WANG Shaobo<sup>2</sup>, JING Yiyang<sup>3</sup>, HE Biao<sup>2</sup>, CAO Haidong<sup>4,5</sup>

(1. Zhejiang Wan'an Technology Co., Ltd., Shaoxing 311800, China;

2. Beijing Tianyuan Technology Co., Ltd., Beijing 100000, China;

3. School of Electric Power Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China;

4. Shanghai Electrical Apparatus Research Institute (Group) Co., Ltd., Shanghai 200063, China;

5. School of Mechatronic Engineering and Automation, Shanghai University, Shanghai 200433, China)

**Abstract:** The no-load back electromotive force (EMF), air-gap flux density, cogging torque and the other performances of the outer rotor permanent magnet synchronous motor (PMSM) solved and calculated which based on the global analytical method. The analytical calculated results are in good agreement with those calculated by the finite element method, which verifies the accuracy of the global analytical method for solving the outer rotor PMSM. On this basis, the second-generation non-dominated sorting genetic algorithm (NSGA-II) is used to optimize the multiple structural parameters and performance of the motor with multiple objectives. Compared with the original method, the overall performance of the optimized motor has been effectively improved. The simulation as well as experimental verification proves the reasonable validity of the proposed method.

**Key words:** wheel hub motor; global analytical method; external rotor; NSGA-II; multi-objective optimization

收稿日期: 2022-08-18; 收到修改稿日期: 2022-10-29

作者简介: 马志敏(1972—),男,博士,高级工程师,研究方向为车用轮毂电机及系统设计。

何彪(1991—),男,硕士,工程师,研究方向为电机多物理域正向设计与方法。

## 0 引言

新能源汽车驱动系统的集中式布置是当下主流,但从技术发展角度而言,分布式一体化结构则是未来趋势。在发挥分布式驱动优势方面外转子轮毂电机扮演着重要角色。外转子轮毂电机适用于 A 级和 A0 级新能源乘用车、轻型商务车、物流车等具有分布式驱动结构的电动汽车。这种分布式结构使电动汽车具有空间布置自由度大、能量利用效率高和动力学控制性能优异等技术优势,成为最具吸引力的电驱动发展方向之一<sup>[1]</sup>。

电机气隙磁场分布的准确计算是设计电机并分析其性能时所需的基本条件。计算磁场时通常采用精度较高的有限元法,但其剖分复杂计算耗时较多<sup>[2]</sup>。全域解析法需要一定的前提假设,可分析的电机几何结构较单一,但能明确地反映参数对磁场的作用。又因为其不需要大量的前处理,降低模型调整难度的同时加快了计算速度<sup>[3-6]</sup>。因此,全域解析法是电机性能预评估和设计优化的有效工具。

车用永磁电机的优化存在变量多、非线性、数学模型复杂等特点,且需满足一定的约束条件,实现电机效率、转矩、功率密度、转矩脉动等指标达到最优。随着智能控制理论不断发展,已有多种智能算法应用于电机优化设计中,典型的优化方法包括:遗传算法、免疫算法、蚁群算法及粒子群算法等<sup>[7]</sup>。文献[8]在搭建参数解析表达式的基础上应用多种群遗传算法实现了环形绕组无铁心的永磁直线电机多目标的设计。文献[9]应用混沌遗传算法实现了永磁电机的多目标优化,并对比优化前后各参数。文献[10]将永磁电机的基本电磁设计和免疫遗传算法合理结合,实现了螺杆泵直驱永磁电机电磁方案的优化,所设计电机最终获得了较好的电磁性能。文献[11]基于磁场解析模型与遗传算法实现了轴向磁通电机的多目标优化,降低了电机的有效成本,提高了电机的电磁转矩,验证了解析模型与遗传算法结合的优化方法有效性,但未对外转子轮毂永磁同步电机(PMSM)进行相关优化研究。文献[12]应用量子遗传算法,以电机有效质量、材料成本和功率损耗为优化目标,建立了包含 8 个设计变量和 5 个

约束的数学模型,对电机进行优化设计,降低了电机有效质量、材料成本和功率损耗,提升了电机的效率特性,但在优化过程中未能应用解析模型进行计算,因此增加了优化时长。

本文基于全域解析法对外转子 PMSM 的空载反电动势、气隙磁密、齿槽转矩、转矩以及转矩脉动等性能求解计算;在此基础上应用第二代非支配排序遗传算法(NSGA-II)对电机永磁体用量、效率和转矩脉动进行多目标优化,与电机初始方案相比,优化后的方案在满足电机出力的情况下,降低了电机的转矩脉动以及提升了电机的运行效率。

## 1 外转子轮毂 PMSM 解析计算

### 1.1 永磁体充磁与电机解析模型

本文的电机模型中永磁体磁钢采用平行充磁磁化方式,充磁方向如图 1 所示。



图 1 平行充磁磁化方向

永磁体磁化强度  $M$  在极坐标系下的表达式如下:

$$M = M_r r + M_\theta \theta \quad (1)$$

式中:  $r$  为磁化强度的径向分量;  $\theta$  为磁化强度的切向分量。

当平行充磁时有如下表达式<sup>[5]</sup>:

$$\begin{cases} M_r = \sum_{nh/p=1,3,5,\dots}^{\infty} M_{rn}(n) \cos[nh(\theta - \theta_0)] \\ M_\theta = \sum_{nh/p=1,3,5,\dots}^{\infty} M_{\theta n}(n) \sin[nh(\theta - \theta_0)] \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} M_{rn} = \frac{B_r \alpha_p}{\mu_0} (A_{1n} + A_{2n}) \\ M_{\theta n} = \frac{B_r \alpha_p}{\mu_0} (A_{1n} - A_{2n}) \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $h$  为槽数  $Q$  与极对数  $p$  的最大公约数;  $n$  为永磁体磁化强度谐波分量次数;  $\theta_0$  为设定的初始基准位置与永磁体位置间的夹角;  $B_r$  为永磁体剩

余磁场强度;  $\alpha_p$  为永磁体极弧系数;  $\mu_0$  为真空磁导率;  $A_{1n}$ 、 $A_{2n}$  为系数。

系数  $A_{1n}$  和  $A_{2n}$  表达式如下:

$$\begin{cases} A_{1n} = \frac{\sin\left[(nh+1)\frac{\alpha_p\pi}{2p}\right]}{(nh+1)\frac{\alpha_p\pi}{2p}} \\ A_{2n} = \frac{\sin\left[(nh-1)\frac{\alpha_p\pi}{2p}\right]}{(nh-1)\frac{\alpha_p\pi}{2p}} \end{cases}, \frac{nh}{p} = 1, 3, 5, \dots \quad (4)$$

在全局解析法电机模型中,空载时整个电机可分为4个求解区域:气隙区域1、采用不同方式充磁的永磁体区域2、 $i$ (槽口)部分区域  $S_i$  以及  $j$ (槽身)部分区域  $S_j$ 。由于采用双层绕组,若要计算电枢反应磁场,  $j$  槽部分  $S_j$  又可分为下层区域  $S_{j1}$  和上层区域  $S_{j2}$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, Q$ 。图2所示为电机求解区域几何模型。

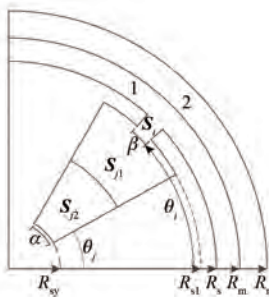


图2 电机求解区域几何模型

图2中  $R_r$  为外转子铁心内径;  $R_m$  为永磁体内半径,  $R_s$  为定子外径,  $R_{s1}$  为槽口半径,  $R_{sy}$  为槽底部半径,  $\beta$  为定子槽口张开角度,  $\alpha$  为定子槽身张开角度,  $\theta_i$  为槽口编号为  $i$  的槽口初始角度,  $\theta_i = -\frac{\beta}{2} + \frac{i2\pi}{Q}$ ,  $\theta_j$  为第  $j$  个槽身的初始角度,  $\theta_j = \theta_i + \frac{1}{2}(\beta - \alpha)$ 。

根据此模型,在采用全局解析法计算空载磁场时还需做出如下假设:

(1) 用二维极坐标系进行磁场运算,忽略端部效应;

(2) 铁心磁导率  $\mu = \infty$ ;

(3) 永磁体相对磁导率  $\mu_r = 1$ ;

(4) 定子半闭口扇形槽,槽内无电流。

## 1.2 空载磁场计算

磁矢量位方程组,区域边界条件:如图2所示,气隙区域1、槽口区域  $i$ 、槽身区域  $j$  以及永磁体区域2内矢量磁位分别为  $A_1$ 、 $A_s^i$ 、 $A_s^j$  和  $A_2$ 。根据假设,空载时槽内电流为0,则  $A_1$ 、 $A_s^i$  和  $A_s^j$  满足拉普拉斯方程,  $A_2$  满足泊松方程,联立得以下方程组:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 A_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_1}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_1}{\partial \theta^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 A_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_2}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_2}{\partial \theta^2} = -\mu_0 \mu_r \nabla \times \mathbf{M} \\ \frac{\partial^2 A_s^i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_s^i}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_s^i}{\partial \theta^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 A_s^j}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_s^j}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_s^j}{\partial \theta^2} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

由电磁场定律可得图2中各子域边界条件为

$$\begin{cases} \mathbf{B}_{r2}(R_m, \theta) = \mathbf{B}_{r1}(R_m, \theta) \\ \mathbf{H}_{\theta 2}(R_m, \theta) = \mathbf{H}_{\theta 1}(R_m, \theta) \\ \mathbf{H}_{\theta 1}(R_s, \theta) = \begin{cases} \mathbf{H}_{\theta s}^i(R_s, \theta), & \theta \in [\theta_i, \theta_i + \beta] \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \\ \mathbf{A}_s^i(R_s, \theta) = \mathbf{A}_1(R_s, \theta), & \theta \in [\theta_i, \theta_i + \beta] \\ \mathbf{A}_s^i(R_{s1}, \theta) = \mathbf{A}_s^i(R_{s1}, \theta), & \theta \in [\theta_i, \theta_i + \beta] \\ \mathbf{H}_{\theta s}^j(R_{s1}, \theta) = \begin{cases} \mathbf{H}_{\theta s}^j(R_{s1}, \theta), & \theta \in [\theta_i, \theta_i + \beta] \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \\ \mathbf{H}_{\theta s}^j(R_{sy}, \theta) = 0, \\ \theta \in \left[ \theta_i + \frac{1}{2}(\beta - \alpha), \theta_i + \frac{1}{2}(\beta + \alpha) \right] \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{B}$  为磁通密度;  $\mathbf{H}$  为磁场强度;下标  $r$  和  $\theta$  分别为径向和切向分量;数字下标 1、2 为气隙区域、永磁体区域;上标  $i$ 、 $j$  分别为第  $i$ 、 $j$  槽区域。

对式(4)使用分离变量法,得各区域矢量磁位通解表达式如下:

$$A_1(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} [(A_{1n} r^{nh} + B_{1n} r^{-nh}) \cos(nh\theta) + (C_{1n} r^{nh} + D_{1n} r^{-nh}) \sin(nh\theta)] \quad (7)$$

$$A_2(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} [(A_{2n} r^{nh} + B_{2n} r^{-nh}) \cos(nh\theta) + (C_{2n} r^{nh} + D_{2n} r^{-nh}) \sin(nh\theta)] +$$

$$\sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \mu_0 r \frac{nhM_r(n) + M_{\theta n}(n)}{(nh)^2 - 1} \sin[nh(\theta - \theta_0)] \quad (8)$$

$$A_s^i(r, \theta) = A_0^i + \sum_{k=1}^{\infty} \left[ A_k^i \frac{\left(\frac{r}{R_{s1}}\right)^{k\pi/\beta} - \left(\frac{r}{R_s}\right)^{-k\pi/\beta}}{\left(\frac{R_s}{R_{s1}}\right)^{k\pi/\beta} - \left(\frac{R_s}{R_{s1}}\right)^{-k\pi/\beta}} - B_k^i \frac{\left(\frac{r}{R_s}\right)^{k\pi/\beta} - \left(\frac{r}{R_{s1}}\right)^{-k\pi/\beta}}{\left(\frac{R_s}{R_{s1}}\right)^{k\pi/\beta} - \left(\frac{R_s}{R_{s1}}\right)^{-k\pi/\beta}} \right] \cos\left[\frac{k\pi}{\beta}(\theta - \theta_i)\right] \quad (9)$$

$$A_s^j(r, \theta) = A_0^j + \sum_{m=1}^{\infty} A_m^j \frac{\alpha R_{s1}}{m\pi} \cdot \frac{\left(\frac{r}{R_{sy}}\right)^{m\pi/\alpha} + \left(\frac{r}{R_{sy}}\right)^{-m\pi/\alpha}}{\left(\frac{R_{s1}}{R_{sy}}\right)^{m\pi/\alpha} - \left(\frac{R_{s1}}{R_{sy}}\right)^{-m\pi/\alpha}} \cdot \cos\left\{\frac{m\pi}{\alpha}\left[\theta - \theta_i - \frac{1}{2}(\beta - \alpha)\right]\right\} \quad (10)$$

式中： $m$  和  $k$  分别为矢量磁位在槽区域  $i$  以及槽区域  $j$  内的傅里叶展开次数； $A_{1n} \sim D_{1n}$ 、 $A_{2n} \sim D_{2n}$ 、 $A_0^i$ 、 $A_k^i$ 、 $B_k^i$ 、 $A_0^j$ 、 $A_m^j$  分别为各区域空载磁场表达式待定常数系数项。

在极坐标系下，由磁矢位和磁密的关系，在气隙区域内对求得的矢量磁位按式(10)求偏导数可解得径向和切向上的磁通密度分量：

$$\begin{cases} B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} \\ B_\theta = -\frac{\partial A}{\partial r} \end{cases} \quad (11)$$

结合电磁场分界面衔接条件联立式(5)~式(11)各方程式，可以解出式(7)~式(10)中的各区域空载磁场待定常数  $A_{1n} \sim D_{1n}$ 、 $A_{2n} \sim D_{2n}$ 、 $A_0^i$ 、 $A_k^i$ 、 $B_k^i$ 、 $A_0^j$ 、 $A_m^j$  进而计算并绘制出空载气隙磁通密度波形，相应表达式见附录。

计算齿槽转矩时采用麦克斯韦应力张量法，具体表达式如下所示：

$$T_{\text{cog}} = \frac{L_{\text{ef}} R_e^2}{\mu_0} \int_0^{2\pi} B_{r1}(R_e, \theta) B_{\theta 1}(R_e, \theta) d\theta =$$

$$\frac{2\pi L_{\text{ef}}}{\mu_0} \sum_{n=1}^{\infty} (nh)^2 (-A_{1n} D_{1n} + B_{1n} C_{1n}) \quad (12)$$

槽内采用双层绕组时的空载磁链计算式如下所示：

$$\psi_j = \frac{L_{\text{ef}} N_{\text{turn}}}{S_{\text{slot}}/2} \iint_{S_{\text{slot}}/2} A_s^j(r, \theta) r dr d\theta \quad (13)$$

对空载磁链微分可得到感应电动势如下：

$$e = -\frac{d\psi}{dt} = -\frac{d\psi}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = -\omega \frac{d\psi}{d\theta} \quad (14)$$

式中： $L_{\text{ef}}$  为电机轴向计算长度； $R_e$  为计算转矩时选取的积分路径半径； $N_{\text{turn}}$  为双层绕组中每层绕组的导体数； $S_{\text{slot}}$  为槽区域  $j$  的面积； $\omega$  为外转子电机旋转机械角速度。

### 1.3 负载磁场计算

在电枢反应的计算过程中，令永磁体不充磁，由于永磁体的磁导率与空气非常接近，可将其和气隙联合在一起作为等效气隙处理。

在用解析法计算定子开槽时气隙磁场时对磁场做如下假设：

(1) 用二维极坐标系进行磁场运算，忽略涡流与饱和效应。

(2) 定子与转子的铁心磁导率  $\mu = \infty$ 。

(3) 永磁体内无磁化强度，在其位置用磁导率与永磁磁极相同的材料填充，计算中处理为永磁体等效气隙，与气隙合并形成大气隙。

(4) 定子半闭口扇形槽，槽内电流均匀分布。

等效气隙区域 I(图 2 中区域 1、2 合成的属性为空气的区域)、槽口区域  $i$ 、槽区域  $j$  内矢量磁位分别为  $A_1$ 、 $A_s^i$ 、 $A_s^j$ 。根据假设，负载时  $j$  槽内电流均匀通过，则  $A_1$ 、 $A_s^i$  满足拉普拉斯方程， $A_s^j$  满足泊松方程，联立得以下方程组：

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 A_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_1}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 A_1}{\partial \theta^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 A_s^i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_s^i}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 A_s^i}{\partial \theta^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 A_s^j}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_s^j}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 A_s^j}{\partial \theta^2} = -\mu_0 J_j \end{cases} \quad (15)$$

式中： $J_j$  为第  $j$  槽内的电流密度。

关于全域解析法对负载磁场的计算与式(15)的计算方法在文献[13]中有详细的介绍，本文的负载磁场计算方法与该文献基本一致，不再

详细介绍。

## 2 NSGA-II 设计

本文采用 NSGA-II 的基本理论,对车用外转子轮毂 PMSM 的优化目标函数、优化变量、约束条件进行分析确定。

### 2.1 NSGA-II 基本理论

NSGA-II 是由 Deb 等<sup>[14]</sup>提出的一种多目标进化算法,其具有良好的解扩散性和收敛性。该算法在非支配排序遗传算法(NSGA)的基础上提出了快速非支配排序,有效地将算法复杂度从  $O(MN^3)$  降到  $O(MN^2)$ 。其中,  $M$  为目标个数,  $N$  为种群规模。NSGA-II 采用精英策略避免了父代种群中优秀个体的遗漏。此外,在种群个体的选择上,NSGA-II 提出了拥挤度比较算子,不需要人为定义的参数就可保持群体成员之间的多样性。NSGA-II 算法的基本优化流程如下:

步骤 1,随机产生个体规模为  $N$  的初始种群  $P_t$ (父代种群),计算每一个体的目标函数值并按照非支配排序进行分类,使每个解获得与其非支配级别相等的适应度(或等级)。然后通过选择、交叉、变异算子得到规模为  $N$  的子代种群  $Q_t$ 。

步骤 2,遵循精英主义策略,将父代种群  $P_t$  与子代种群  $Q_t$  合并为种群  $R_t$ (个体数量为  $2N$ )。对  $R_t$  进行快速非支配排序来生成非支配集  $F_X$  ( $X=1, 2, \dots, n$ )并计算其拥挤距离,然后从最优非支配集  $F_1$  开始依次根据拥挤度比较算子选出  $N$  个个体组成新的父代种群  $P_{t+1}$ 。

步骤 3,新的父代种群  $P_{t+1}$  开始新一轮的迭代,通过步骤 1 创建出新的子代种群  $Q_{t+1}$ ,二者再次合并形成种群  $R_{t+1}$  执行步骤 2。NSGA-II 算法不断重复此过程直至满足约束条件为止,如图 3 所示。

### 2.2 目标函数、优化变量及约束函数确定

确定目标函数是电机优化设计中最重要决策之一,体现了设计者的设计意图,同时也是电机设计的关键性能指标。

效率、转矩脉动作为电机的重要指标,体现了驱动电机运行节能优劣及波动性。低振动、低噪音电机往往要求低的转矩脉动,永磁体用量直接关系到电机的成本。因此本文将效率、转矩脉动及永磁体用量作为电机设计优化目标。

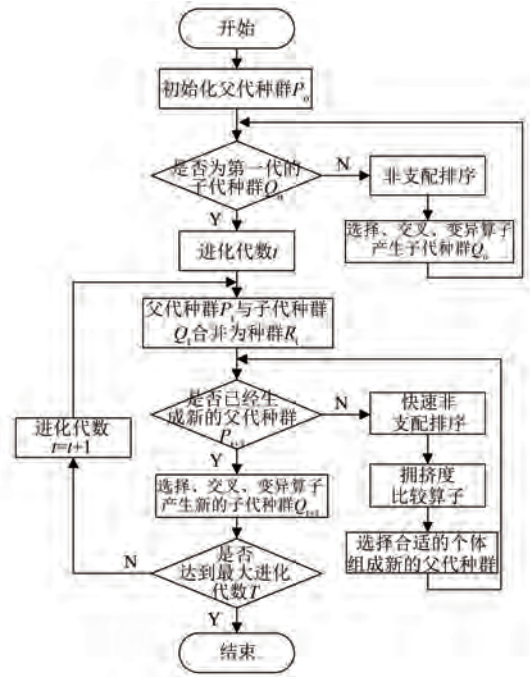


图 3 NSGA-II 算法的流程图

电机结构参数非常多,而且自由度较大,无法全部都考虑到,因此要根据所列目标函数选取关键参数作为电机的优化变量。根据目标函数选取气隙厚度、永磁体极弧系数、槽口角度以及永磁体厚度作为电机优化变量。

NSGA-II 作为一种群体搜索算法,其搜索是在选定的变量设计空间进行的。因此,必须给出各优化设计变量的上限值、下限值。本文在采用 NSGA-II 进行优化时,选取各变量值上下限如表 1 所示。

表 1 电机模型优化设计变量

优化变量	上限	下限
气隙厚度 $g/\text{mm}$	1.2	0.8
永磁体极弧系数	1.0	0.6
定子槽口角度 $\beta/(\text{°})$	2.17	0.73
永磁体厚度/ $\text{mm}$	8	3

电机优化设计问题中的约束除了优化变量变化范围的一般约束,还有电机的性能约束,电机的性能约束是根据电机设计的技术性能指标来确定的,均是优化变量的函数。

本文将工程设计中对电机性能要求高的平均转矩  $T_{\text{avg}}$  作为电机优化设计问题的性能约束条

件,可用式(16)来表示其约束函数:

$$T_{\text{avg}} \geq 450 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (16)$$

式中: $T_{\text{avg}}$ 以转矩1个周期的平均值为基准。

### 3 原样机解析计算、有限元仿真对比及多目标优化

#### 3.1 原样机结构参数

本文样机为一台外转子表贴式轮毂 PMSM,各部件结构如图4所示,具体参数如表2所示。



图4 样机各部件结构

表2 电机模型参数

参数名称	参数值
转子半径 $R_r/\text{mm}$	164.0
永磁体半径 $R_m/\text{mm}$	159.0
定子半径 $R_s/\text{mm}$	158.0
槽开口处半径 $R_{s1}/\text{mm}$	157.0
槽轭部半径 $R_{sy}/\text{mm}$	133.6
电枢轴向计算长度 $L_{ef}/\text{mm}$	56.0
极对数 $p$	24
定子槽数 $Q$	54
永磁体剩磁 $B_r/\text{T}$	1.3
真空磁导率 $\mu_0/(\text{N} \cdot \text{A}^{-2})$	$4\pi \times 10^{-7}$
每层绕组导体数 $N_{\text{turn}}/\text{匝}$	57
额定转速 $n_N/(\text{r} \cdot \text{min}^{-1})$	600

#### 3.2 解析法与有限元法对比

将解析法与有限元软件计算结果进行对比。本文样机为48极54槽分数槽电机,单元电机为8极9槽,因此仅计算六分之一电机模型即可。以  $r = (R_m + R_s)/2$  为半径,提取空载气隙磁密解析法和有限元解比较结果如图5所示。

由图5可知,由于聚磁效应解析法相对有限元法在齿边缘的计算结果稍有偏差,但整个磁密波形基本吻合。而空载磁密的正确可以反映出其余特

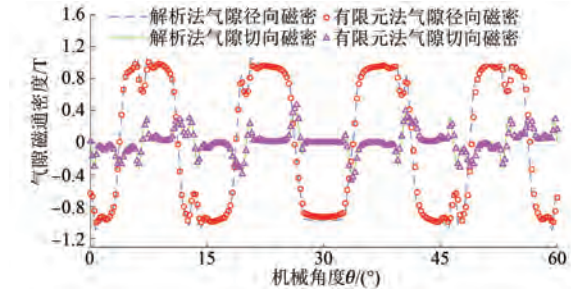


图5 空载气隙磁密波形对比

性的正确性,从而证明了全局解析法的正确性,因此空载磁密可以进一步地作为电机多目标优化。

该电机的齿槽转矩周期为  $(24 \times 360)/\text{LCM}(2p, Q) = 20^\circ$ ,  $\text{LCM}(2p, Q)$  为极数  $2p$  与槽数  $Q$  的最小公倍数。原尺寸下一个周期内的齿槽转矩解析法和有限元计算波形比较如图6所示。

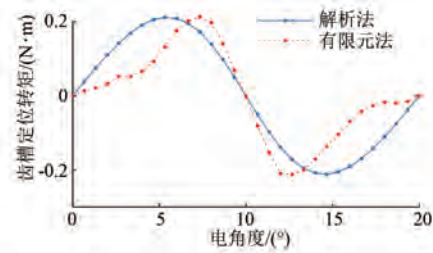


图6 齿槽转矩波形对比

图6中,解析法齿槽转矩峰峰值为  $0.426 \text{ N} \cdot \text{m}$ ,而有限元法为  $0.437 \text{ N} \cdot \text{m}$ ,有限元模型计算结果考虑到槽型结构与饱和效应的影响,齿槽转矩波形及最大值出现的位置与解析法计算结果有一定偏差,但整体趋势较为吻合。两者峰峰值误差在3%以内,验证了全域解析法的准确性。

图7是原尺寸电机在额定转速下相空载反电动势的解析法和有限元法计算波形。解析法与有限元法电机转子位置不同,因此2种方法同一相反电动势的相位不同。

图7中解析法计算幅值近似为  $125 \text{ V}$ ,有限元计算幅值近似为  $115 \text{ V}$ ,两者数值误差为8.7%。

由于全域解析法的电机模型不能与有限元仿真电机模型完全相同,如图8所示为有限元仿真模型,计算过程中也采用了一些假设,导致反电动势幅值的解析结果大于有限元结果,但两者波动形状与趋势趋于一致,证明本文的解析模型与方法依然是合理有效的,可以采用该方法进行电机的优化。

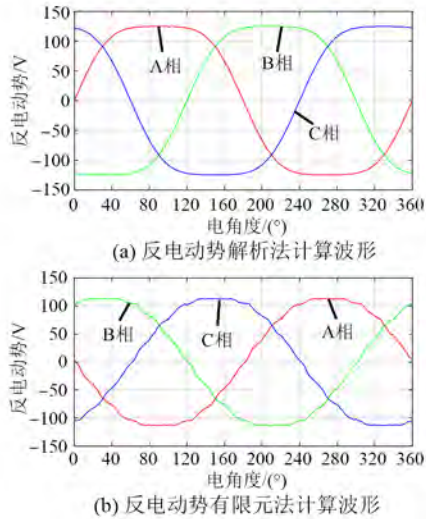


图7 反电动势解析法波形与仿真波形



图8 有限元仿真模型

图9是额定电流下电机电磁转矩的解析法和有限元法计算波形。解析法计算转矩平均值为456.8 N·m,有限元计算转矩平均值为455.0 N·m两者数值误差为0.4%。可以看出两种计算方法所得结果较为接近,解析法计算出的平均转矩略大一些。

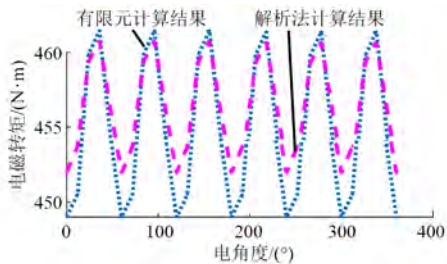


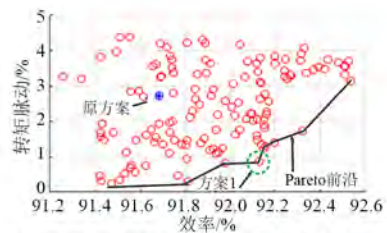
图9 电磁转矩解析法波形与仿真波形

### 3.3 基于解析法的多目标优化

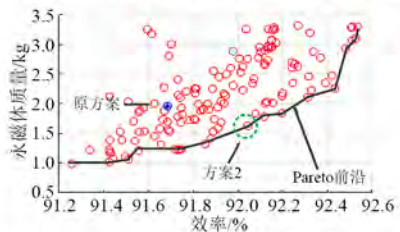
通过对比有限元法和解析法的计算结果,验证了解析模型的有效性。本节应用全域解析法对电机多目标、多参数进行优化,以达到电机综合性

能的提高。

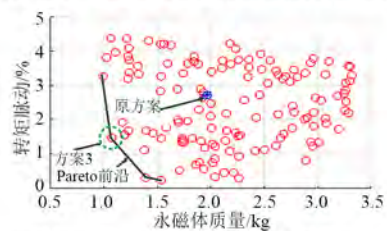
图10所示为优化后得到的 Pareto 前沿分布结果。图10(a)为效率、转矩脉动优化结果及其 Pareto 前沿,可以看出原方案在 Pareto 前沿包络线内,且优化后的结果优于原方案;图10(b)为效率、永磁体质量优化结果及其 Pareto 前沿,可以看出原方案在 Pareto 前沿包络线内,且优化后的结果优于原方案;图10(c)为转矩脉动、永磁体质量优化结果及其 Pareto 前沿,可以看出原方案在 Pareto 前沿包络线内,且优化后的结果优于原方案。由于设置了3个优化目标,而选取图10 Pareto 前沿中的一个,即可得到3个优化目标的 Pareto 前沿。这3个 Pareto 前沿是各兼顾了优化目标其中的2个优化目标。根据 Pareto 前沿包络线曲率最大的原则设计优化前后方案对比如表3所示。



(a) 效率-转矩脉动优化结果及其Pareto前沿



(b) 效率-永磁体质量优化结果及其Pareto前沿



(c) 永磁体质量-转矩脉动优化结果及其Pareto前沿

图10 NSGA-II 30代优化结果

表3所示为原方案与优化后3个方案的优化目标对比。从表3中可知方案3永磁体用量最少但效率降低,方案2转矩脉动较大,方案1在永磁体质量增加不多的情况下,效率提升了0.45%,转

矩脉动下降了一倍。因此,选择方案 1 为最终确定方案。

表 3 优化前后方案对比

优化目标量	原方案	方案 1	方案 2	方案 3
转矩脉动/%	2.72	0.87	4.18	1.48
效率/%	91.68	92.13	92.04	91.44
永磁体质量/kg	1.96	2.04	1.63	1.07

应用有限元法进行多目标优化,与解析法多目标优化设置同样的优化变量、优化目标函数以及限制变量函数。优化 30 代,每一代父代种群数与子代种群数均为 30。

表 4 所示为有限元法多目标优化与解析法多目标优化时长对比。由表 4 可知进行多目标优化时,解析法应用时间更短,能大大缩短优化时长。

表 4 有限元法多目标优化与解析法多目标优化时长对比

仿真类型	解析法	有限元法
单个负载工况时长/s	17.2	89.4
一代 30 个种群平均仿真时长/min	10.2	55.2
30 代仿真时长/h	5.1	27.6

由表 4 可知应用有限元软件设计优化进行多目标优化时,一旦种群数目、遗传代数增加,计算时长会显著增加,很难满足优化周期的要求,因此应用有限元进行设计时,通常是借助经验掌握各个参数对电机性能的影响规律,然后对每一个参数进行逐个优化,难以兼顾多个目标优化。

应用解析法降低仿真计算时间,结合 NSGA-II 遗传算法对电机实现多目标优化有助于电机参数的极限设计,能够有效地提升电机优化效率,提高电机初步设计的综合性能。

### 3.4 优化后样机试验验证

本文对优化后样机进行试验验证,采用 2 台电机对拖运行,被测电机采用转矩控制,陪测电机采用转速控制,系统配备水冷系统如图 11 所示。图 12 所示为样机实物图。

表 5 为优化前后样机设计变量值。通过对比可知优化后电机气隙减小,这样能够提升电机的出力,提高电机的效率;通过永磁体极弧系数以及定子槽口张开角度的优化可以降低电机的转矩脉

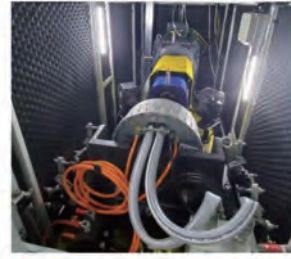


图 11 试验平台



图 12 样机实物图

动;增加永磁体厚度可以提高永磁体的磁动势和电机气隙磁密,提升电机出力和效率。

表 5 优化前后样机设计变量

优化变量	优化前	优化后
气隙厚度 $g/\text{mm}$	1.0	0.8
永磁体极弧系数	0.921	0.842
定子槽口张开角度 $\beta/(\text{°})$	1.09	1.92
永磁体厚度/mm	5.00	5.67

表 6 为 450 N·m、600 r/min 时样机优化前后效率的试验值和仿真值以及电机永磁体质量实际值和计算值。通过对比可知效率试验值与解析法仿真值吻合较好,验证了解析法的准确性及本文所实施多目标优化方法的有效性。

表 6 仿真与试验数据比较

性能	原样机 试验值	优化后样机	
		试验值	仿真值
效率/%	91.63	92.08	92.13
永磁质量/kg	2.08	2.12	2.04

## 4 论 语

(1) 本文应用全域解析法对外转子 PMSM 进行电磁场求解。通过对比可知,电机齿槽转矩、气隙磁密及反电动势解析计算波形与有限元法计算



波形较为吻合,验证了全域解析法对外转子PMSM求解的准确性。

(2) 结合全域解析法求解的快速性,本文应用NSAG-II优化算法,对电机性能进行多目标优化。与电机初始方案相比,优化后的电机方案在永磁体质量增加不多的情况下,电机效率提升了0.45%,优化后的电机方案仿真计算所得转矩脉动减小,电机综合性能得到有效提高。

(3) 通过试验及解析计算对比可知,效率的试验值与解析法仿真值吻合较好且在永磁体质量增加不多的情况下样机效率有效提高,验证了解析法的准确性及本文所实施多目标优化方法的有效性。

### 【参考文献】

- [1] 柴凤,于雁磊,裴宇龙. 电传动车辆永磁轮毂电机技术现状及展望[J]. 兵工学报, 2021, 42(10): 2060.
- [2] 章跃进,江建中,屠关镇. 应用数值解析结合法计算旋转电机磁场[J]. 电工技术学报, 2004, 19(1): 7.
- [3] LUBIN T, MEZANI S, REZZOUG A. Exact analytical method for magnetic field computation in the air gap of cylindrical electrical machines considering slotting effects[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2010, 46(4): 1092.
- [4] 李琛,章跃进,井立兵. Halbach 阵列半闭口槽永磁电机全局解析法研究[J]. 中国电机工程学报, 2013, 33(33): 85.
- [5] ZHU Z Q, WU L J, XIA Z P. An accurate subdomain model for magnetic field computation in slotted surface-mounted permanent-magnet machines [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2010, 46(4): 1100.
- [6] LUBIN T, MEZANI S, REZZOUG A. 2-D exact analytical model for surface-mounted permanent-magnet motors with semi-closed slots [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2011, 47(2): 479.
- [7] 胡弼. 工业机器人用永磁同步电机优化设计与分析[D]. 广州:广东工业大学, 2019.
- [8] 李立毅,唐勇斌,刘家曦,等. 多种群遗传算法在无铁心永磁直线同步电机优化设计中的应用[J]. 中国电机工程学报, 2013, 33(15): 69.
- [9] 赵阳阳,闫鸿魁,王森,等. 基于混沌遗传算法的永磁无刷电机优化设计研究[J]. 沈阳工程学院学报(自然科学版), 2016, 12(3): 234.
- [10] 林井福. 基于免疫遗传算法的永磁电机优化设计[D]. 沈阳:沈阳工业大学, 2011.
- [11] 佟文明,马雪健,位海洋,等. 基于磁场解析模型与遗传算法的轴向磁通永磁电机多目标优化设计[J]. 电机与控制学报, 2022, 26(1): 39.
- [12] 张羽,邓兆祥,张河山,等. 量子遗传算法在永磁同步轮毂电机优化设计中的应用[J]. 重庆大学学报, 2017, 40(8): 1.
- [13] 李琛. 磁通解耦型磁力变速永磁无刷电机基础理论与设计研究[D]. 上海:上海大学, 2016.
- [14] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm NSGA-II [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182.

## 附录

重要积分表达式:

$$r(n, i) = \int_{\theta_i}^{\theta_i + \beta} \cos(nh\theta) d\theta \quad (A1)$$

$$s(n, i) = \int_{\theta_i}^{\theta_i + \beta} \sin(nh\theta) d\theta \quad (A2)$$

$$f_k^i(n) = \int_{\theta_i}^{\theta_i + \beta} \cos \frac{k\pi}{\beta} (\theta - \theta_i) \cos(nh\theta) d\theta \quad (A3)$$

$$g_k^i(n) = \int_{\theta_i}^{\theta_i + \beta} \cos \frac{k\pi}{\beta} (\theta - \theta_i) \sin(nh\theta) d\theta \quad (A4)$$

$$F(m, k) = \int_{\theta_i}^{\theta_i + \beta} \cos \frac{m\pi}{\alpha} \left[ \theta - \theta_i - \frac{1}{2}(\beta - \alpha) \right] \cos \frac{k\pi}{\beta} (\theta - \theta_i) d\theta \quad (A5)$$

其中,

$$r(n, i) = \frac{1}{nh} \{ \sin[nh(\theta_i + \beta)] - \sin(nh\theta_i) \},$$

$$s(n, i) = \frac{1}{nh} \{ -\cos[nh(\theta_i + \beta)] + \cos(nh\theta_i) \}.$$

当  $k\pi \neq n\beta$  时,

$$\begin{cases} f_k^i(n) = \frac{-nh\beta^2 \{ (-1)^k \sin[nh(\beta + \theta_i)] - \sin(nh\theta_i) \}}{(k\pi)^2 - (nh\beta)^2} \\ g_k^i(n) = \frac{nh\beta^2 \{ (-1)^k \cos[nh(\beta + \theta_i)] - \cos(nh\theta_i) \}}{(k\pi)^2 - (nh\beta)^2} \end{cases} \circ$$

当  $k\pi = n\beta$  时,

$$\begin{cases} f_k^i(n) = \frac{\beta}{2} \left\{ \cos(nh\theta_i) + \frac{1}{2k\pi} \{ \sin[nh(\theta_i + 2\beta)] - \sin(nh\theta_i) \} \right\} \\ g_k^i(n) = \frac{\beta}{2} \left\{ \sin(nh\theta_i) - \frac{1}{2k\pi} \{ \cos[nh(\theta_i + 2\beta)] - \cos(nh\theta_i) \} \right\} \end{cases} \circ$$

当  $m\pi\beta \neq k\pi\alpha$  时,

$$F(m, k) = \frac{m\pi/\alpha}{(m\pi/\alpha)^2 - (k\pi/\beta)^2} \left\{ (-1)^k \sin \left[ \frac{m\pi}{2\alpha} (\beta + \alpha) \right] + \sin \frac{m\pi}{2\alpha} (\beta - \alpha) \right\}.$$

当  $m\pi\beta = k\pi\alpha$  时,

$$F(m, k) = \frac{\beta}{2} \cos \frac{k\pi}{\beta} (\beta - \alpha).$$

待定系数  $A_{1n} \sim D_{1n}$  表达式:

$$A_{1n} = a_n \xi_n + \sin(nh\theta_0) (\gamma_n + \eta_n) \quad (B1)$$

$$B_{1n} = a_n R_r^{2nh} \xi_n + \sin(nh\theta_0) R_s^{2nh} (\gamma_n + \eta_n) \quad (B2)$$

$$C_{1n} = b_n \xi_n - \cos(nh\theta_0) (\gamma_n + \eta_n) \quad (B3)$$

$$D_{1n} = b_n R_r^{2nh} \xi_n - \cos(nh\theta_0) R_s^{2nh} (\gamma_n + \eta_n) \quad (B4)$$

其中,

$$a_n = \frac{R_s}{nh\pi} \sum_{i=1}^Q \sum_{k=1}^{\infty} (a_k A_k^i - b_k B_k^i) f_k^i(n),$$

$$b_n = \frac{R_s}{nh\pi} \sum_{i=1}^Q \sum_{k=1}^{\infty} (a_k A_k^i - b_k B_k^i) g_k^i(n),$$

$$\xi_n = \frac{R_s^{nh}}{R_s^{2nh} - R_r^{2nh}},$$

$$\gamma_n = \frac{\mu_0 [M_m(n) + nhM_{\theta n}(n)] (-2R_r^{nh+1} + R_r^{2nh} R_m^{-nh+1} + R_m^{nh+1})}{2[(nh)^2 - 1] (R_s^{2nh} - R_r^{2nh})},$$

$$\eta_n = \frac{\mu_0 [nhM_m(n) + M_{\theta n}(n)] (R_r^{2nh} R_m^{-nh+1} - R_m^{nh+1})}{2[(nh)^2 - 1] (R_s^{2nh} - R_r^{2nh})},$$

