

# 感应子脉冲发电机容性整流系统瞬态特性分析

刘龙建<sup>1\*</sup>, 于克训<sup>2</sup>, 谢贤飞<sup>2</sup>

(1. 昆明理工大学 电力工程学院, 云南 昆明 650500;

2. 华中科技大学 强电磁技术全国重点实验室, 湖北 武汉 430074)

## Transient Characteristics Analysis of Capacitive Rectifier System of Pulsed Homopolar Inductor Alternator

LIU Longjian<sup>1\*</sup>, YU Kexun<sup>2</sup>, XIE Xianfei<sup>2</sup>

(1. School of Electric Power Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China;

2. State Key Laboratory of Advanced Electromagnetic Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** Based on the discharge inductance model, the transient characteristics of capacitive rectifier system of pulsed homopolar inductor alternator are analyzed, and all four operating modes of this rectifier system are clarified. The critical voltage between modes and the formulas for calculating commutation delay angle and overlap angle are derived, and a transient model is established. The accuracy of the proposed theoretical calculation is verified by valve-to-valve circuit simulation and experimental results. The function of each mode in the circuit to the charging process is expounded, and the equivalent form of circuit is analyzed, and reveals the design principle of the charge voltage and the amplitude of motor electromotive force (EMF). The results of the study show that: the circuit can be seen as a form of charging a capacitor by serially connecting a DC source with an equivalent commutation reactance and an equivalent transient commutation inductance; mode 1 and mode 2 play a major role in the whole charging process; the reasonable charge voltage should be between 1.3 times and 1.5 times of the amplitude of generator's phase EMF.

**Key words:** pulsed homopolar inductor alternator; capacitor charge; transient characteristics; mode; equivalent circuit

**摘要:** 基于放电电感模型全面地分析了感应子脉冲发

**基金项目:** 国家自然科学基金(52007072);强电磁技术全国重点实验室开放课题(AET2024KF013)

National Natural Science Foundation of China (52007072);  
State Key Laboratory of Advanced Electromagnetic Technology  
(AET2024KF013)

电机容性整流系统的瞬态特性,厘清了此整流系统存在的全部四种工作模式。推导出各模式之间的临界电压值,以及换流延迟角度和重叠角度的计算式,建立了瞬态模型,并用阀对阀电路仿真和试验结果验证了所提理论计算的准确性。阐明了电路中各模式对充电过程的作用,分析了电路的等效形式,揭示了充电电压与电机电势(EMF)幅值的设计原理。研究表明:电路可以看成直流电源串联一个等效换流电抗和等效瞬态换流电感对电容器充电的形式;整个充电过程中起主要作用的是模式1和模式2;合理的充电电压设置值应介于1.3倍~1.5倍发电机相电势幅值之间。

**关键词:** 感应子脉冲发电机; 电容充电; 瞬态特性; 模式; 等效电路

## 0 引言

基于感应子发电机的电容充电脉冲电源是一种非常具有前景的高功率和高储能密度重复频率脉冲电源[1-8]。由于发电机整流电容充电系统存在换流过程,产生换流压降,从而影响充电性能。因此感应子脉冲发电机整流电容充电电源的瞬态特性对充电性能非常重要,本文将对此进行研究。通过对感应子脉冲发电机整流电容充电系统瞬态特性的分析,有助于电容充电脉冲电源的设计。

在电容充电脉冲电源系统中,发电机整流系统的负载是一个电容值很大的储能电容器,并且在直流负载侧整流桥与储能电容器之间没有滤波电感。此种拓扑结构与直流侧有电感滤波器或者

电感电容滤波器时的拓扑结构的系统特性差别非常大。选取一个开关周期分析,在一个开关周期内研究换流和导通过程。在一个开关周期内,由于储能电容器的电压变化很小,储能电容器可以当成恒压负载。这将导致整流桥带储能电容器的换流过程与整流桥带电阻性负载并且直流侧具有电感滤波器或者电感电容滤波器的换流过程大不相同。文献[9-14]对三相整流桥带恒压负载的解析解进行了研究。文献[1-2]用放电电感模型,对感应子脉冲发电机容性整流系统的瞬态特性进行分析研究,但只分析了其中两种模态。文献[15]分析了所有的模态。文献[16-17]基于同步电机数学模型,建立了系统的瞬态分析模型。

本文将在上述文献的基础上,基于放电电感模型,全面地分析了感应子脉冲发电机容性整流系统的瞬态特性,厘清了此整流系统存在的全部四种工作模态,推导出换流延迟角度和换流重叠角度以及各模态之间临界电压值的计算式,建立了瞬态模型并分析了电路的等效形式。并用电路仿真结果和试验结果验证了本文理论计算的准确性。最后分析了电路中哪几种模态对充电过程起主要作用,以及在设计电容充电脉冲电源时,为减少充电时间和尽可能发挥电机的性能,合理的充电电压设定值应如何选取。

## 1 电容充电脉冲电源系统结构

基于感应子发电机的电容充电脉冲电源的系统框图如图1所示。其基本工作原理为:首先由拖动电机将感应子电机的转子加速到最高工作转速。然后,对感应子电机加载励磁电压,待电机励磁磁场建立后,将半控整流桥的晶闸管开通。感应子电机发出的三相高压交流电通过整流桥对电容器进行快速充电,充电过程中,将感应子电机转子上的旋转机械储能转换成电容器电场能。当充电电压达到预设电压值后,将整流桥关断,电容器上储存的电能通过放电回路释放到脉冲负载上。重复上述过程,可形成重复频率充放电脉冲。

感应子脉冲发电机的结构如图2所示。其转子为实心结构,由高强度合金钢材料加工而成,可靠性高,因此转速可以很高并具有较高的储能密度。转子上开有槽,励磁绕组产生的磁动势,经过凸极转子磁场调制后,在气隙中产生脉动的磁场,

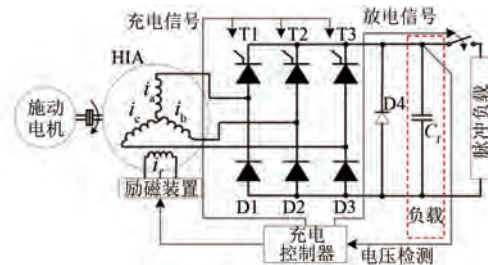


图1 基于感应子发电机的电容充电脉冲电源的系统框图

Fig. 1 The system block diagram of pulsed capacitor charge power supply based on homopolar inductor alternator

其中交变分量在电枢绕组中感应出电势。

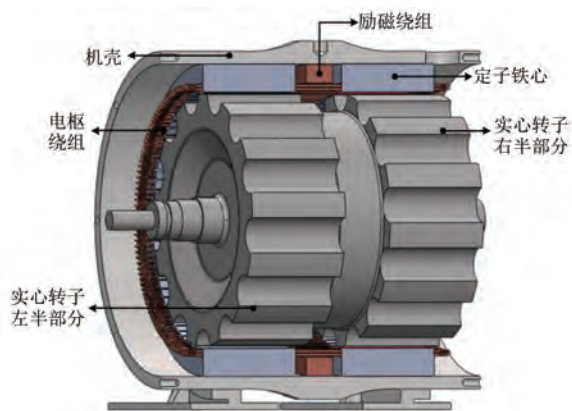


图2 感应子脉冲发电机结构

Fig. 2 The structure of pulsed homopolar inductor alternator

## 2 简化电路模型

感应子发电机整流电容充电简化电路<sup>[1-2]</sup>如图3所示。图中: $L_s$ 为发电机等效内电感,与发电机的直、交轴次暂态电感以及换流延迟角度有关,为分析方便,取定一个值; $e_a$ 、 $e_b$ 、 $e_c$ 分别为电机三相内电势; $r_s$ 为电机电枢绕组电阻; $C_f$ 为负载储能电容。发电机三相电势的表达式如式(1)所示:

$$\begin{cases} e_a = u_m \sin \theta \\ e_b = u_m \sin(\theta - 2\pi/3) \\ e_c = u_m \sin(\theta + 2\pi/3) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $u_m$ 为相电势的幅值; $\theta$ 为电角度。

为了简化分析,整流二极管均被当成理想二极管,不考虑整流器件上电阻和正向导通压降的影响。电机相电势的频率和幅值是恒定的。此外,在换流模态的分析中还忽略了电枢绕组电阻的影响。

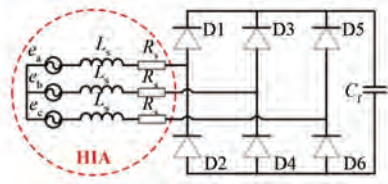


图 3 感应子发电机整流电容充电系统的简化电路  
 Fig. 3 Simplified circuit of homopolar inductor alternator rectifier capacitor charging system

### 3 电路模态分析

在感应子脉冲发电机对电容器充电的瞬态过程中,典型的充电电流和充电电压波形如图 4 所示(电压为标么值)。在整个充电的瞬态过程中,取其中一个开关周期的时间来分析换流过程。由于整流负载电容器的电容值很大,约为 7.8 mF,电容器电压在一个开关周期内近似不变。因此,忽略电容电压在一个开关周期内的变化对换流过程的影响很小。为了分析方便,一个开关周期的时间内,电容器负载可以当成是恒压负载。随着充电过程的进行,电容电压值不断上升,电路会根据电容器电压值的高低,工作在不同换流模式下。

设自然换流延迟角为  $\alpha$ ,则相对于相电势的换流延迟角度为  $\theta_0 = \alpha + \pi/6$ 。以 C 相/A 相换流过程开始时刻为起点,此时,A 相电流为零,A 相电流逐渐增大,C 相电流逐渐减小。在换流阶段和导通阶段,电流流向示意图分别如图 5(a)和(b)所示。

文献[2]在推导换流延迟角度以及换流重叠角度与发电机相电势幅值及电容电压的关系式时基于:A 相电流在半个电周期时间内的变化量为零。与文献[2]不同,本文将从直流电流  $i_{dc}$  的周期性条件出发进行推导。 $i_{dc}$  在  $\theta_0$  和  $\theta_0 + \pi/3$  时刻的值相等,也即是说  $i_{dc}$  在  $1/6$  电周期时间内的变化量为零,由此条件可得式(2):

$$\Delta i_1 + \Delta i_2 = 0 \quad (2)$$

式中: $\Delta i_1$  为换流阶段  $i_{dc}$  的变化量; $\Delta i_2$  为导通阶段  $i_{dc}$  的变化量。

换流阶段,A 相和 C 相短路,则:

$$\begin{cases} i_a + i_b + i_c = 0 \\ \left( e_a - L_s \frac{di_a}{dt} \right) - \left( e_b - L_s \frac{di_b}{dt} \right) = u_{dc} \\ \left( e_a - L_s \frac{di_a}{dt} \right) - \left( e_c - L_s \frac{di_c}{dt} \right) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

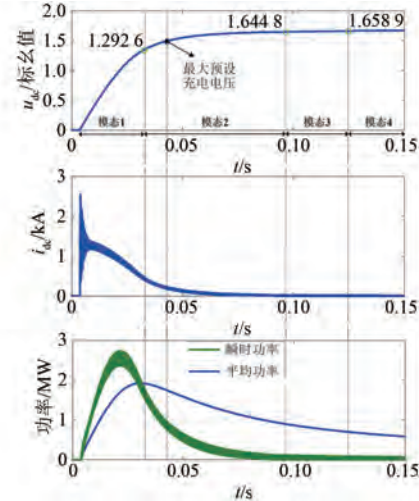


图 4 由电路仿真得到的整个充电过程的充电电流、电压和充电功率曲线,以及各模态所对应的区间  
 Fig. 4 The charging current, voltage, and power curves of the entire charging process obtained from circuit simulation, as well as the corresponding intervals for each mode

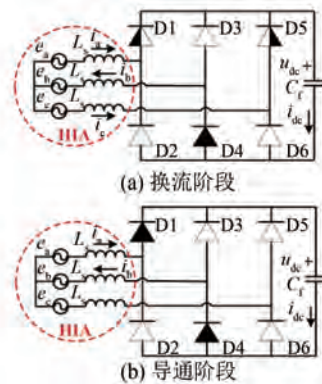


图 5 模态 2 的两个阶段电流流向示意图

Fig. 5 Schematic diagram of the current flow in the two stages of mode 2

式中: $i_a$ 、 $i_b$ 、 $i_c$  分别为 A、B、C 三相的相电流。

从图 5(a)可以看出换流阶段,电流  $i_b$  和  $i_c$  大小相等而方向相反。由式(3)可得换流阶段,  $i_a$ 、 $i_b$ 、 $i_c$  和直流电流  $i_{dc}$  的变化率为

$$\begin{cases} \frac{di_a}{dt} = \frac{u_m}{L_s} \sin\theta - \frac{u_{dc}}{3L_s} \\ \frac{di_{dc}}{dt} = -\frac{di_b}{dt} = \frac{u_m}{L_s} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{2u_{dc}}{3L_s} \\ \frac{di_c}{dt} = \frac{u_m}{L_s} \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) - \frac{u_{dc}}{3L_s} \end{cases} \quad (4)$$

则换流过程中, $i_{dc}$  的变化量为

$$\Delta i_1 = \int_{\theta_0}^{\theta_0+\mu} \frac{di_{dc}}{dt} dt = \frac{2u_m}{X_s} \sin\left(\theta_0 + \frac{\pi}{3} + \frac{\mu}{2}\right) \sin\left(\frac{\mu}{2}\right) - \frac{2u_{dc}}{3X_s} \mu \quad (5)$$

式中:  $X_s = \omega L_s$  为换流电抗,  $\omega$  为电角频率。

A 相和 B 相导通阶段, 则:

$$\begin{cases} i_a = -i_b \\ \left( e_a - L_s \frac{di_a}{dt} \right) - \left( e_b - L_s \frac{di_b}{dt} \right) = u_{dc} \end{cases} \quad (6)$$

由式(6)可得导通阶段,  $i_{dc}$  和  $i_a$  的变化率为

$$\frac{di_{dc}}{dt} = \frac{di_a}{dt} = \frac{\sqrt{3}u_m}{2L_s} \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{u_{dc}}{2L_s} \quad (7)$$

则导通阶段,  $i_{dc}$  的变化量为

$$\Delta i_2 = \int_{\theta_0+\mu}^{\theta_0+\frac{\pi}{3}} \frac{di_{dc}}{dt} dt = \frac{\sqrt{3}u_m}{X_s} \cdot \cos\left(\theta_0 - \frac{\pi}{6} + \frac{\mu}{2}\right) \sin\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\mu}{2}\right) - \frac{u_{dc}}{2X_s} \left(\frac{\pi}{3} - \mu\right) \quad (8)$$

联立式(2)、式(5)以及式(8)可得换流延迟角度以及换流重叠角度与发电机相电势幅值的关系式为

$$6\sin(\mu/2 + \pi/3) \sin(\theta_0 + \mu/2 + \pi/3) = (\mu + \pi) u_{dc} / u_m \quad (9)$$

### 3.1 模态 1: 换流重叠角等于 60°

电路若工作于模态 1, 则换流重叠角度等于 60°。将  $\mu = \pi/3$  代入式(9)可得:

$$9\cos\theta_0 = 2\pi u_{dc} / u_m \quad (10)$$

模态 1: 由式(4)可得, A 相电流的表达式为

$$\begin{aligned} i_{a1} &= i_a |_{\theta_0} + \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{di_a}{dt} dt = \\ & i_a |_{\theta_0} + \int_{\theta_0}^{\theta} \left( \frac{u_m}{L_s} \sin\theta - \frac{u_{dc}}{3L_s} \right) dt = i_a |_{\theta_0} + \\ & \frac{2u_m}{X_s} \sin\left(\frac{\theta_0 + \theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta - \theta_0}{2}\right) - \frac{u_{dc}}{3X_s} (\theta - \theta_0) \end{aligned} \quad (11)$$

B 相电流的表达式为

$$i_{b1} = i_b |_{\theta_0} + \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{di_b}{dt} dt =$$

$$\begin{aligned} & i_b |_{\theta_0} + \int_{\theta_0}^{\theta} \left[ \frac{u_m}{L_s} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{2u_{dc}}{3L_s} \right] dt = i_b |_{\theta_0} + \\ & \frac{2u_m}{X_s} \sin\left(\frac{\theta_0 + \theta}{2} - \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{\theta - \theta_0}{2}\right) + \frac{2u_{dc}}{3X_s} (\theta - \theta_0) \end{aligned} \quad (12)$$

C 相电流的表达式为

$$\begin{aligned} & i_{c1} = i_c |_{\theta_0} + \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{di_c}{dt} dt = \\ & i_c |_{\theta_0} + \int_{\theta_0}^{\theta} \left[ \frac{u_m}{L_s} \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) - \frac{u_{dc}}{3L_s} \right] dt = i_c |_{\theta_0} + \\ & \frac{2u_m}{X_s} \sin\left(\frac{\theta_0 + \theta}{2} + \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{\theta - \theta_0}{2}\right) - \frac{u_{dc}}{3X_s} (\theta - \theta_0) \end{aligned} \quad (13)$$

### 3.2 模态 2: 换流重叠角小于 60°

电路若工作于模态 2, 换流重叠角度小于 60°, 存在换流和导通两个阶段。换流开始时刻 ( $\theta = \theta_0$ ), A 相电流  $i_a$  为零, 且  $i_a$  的导数也为零。根据此条件和式(4), 可得换流延迟角度的计算式为

$$3\sin\theta_0 = u_{dc} / u_m \quad (14)$$

从式(14)可以看出, 模态 2 中, 换流延迟角度随着电容电压的增加而增加。电容电压极限值为线电压的幅值, 因此  $\theta_0$  必然小于 35°。

模态 1 和模态 2 的分界点电压值应同时满足式(10)和式(14), 如式(15)所示:

$$u_{dc} = \frac{1}{\sqrt{(2\pi/9)^2 + (1/3)^2}} u_m = 1.2926 u_m \quad (15)$$

当  $u_{dc}$  大于 1.2926  $u_m$  时, 系统处于模态 2; 当  $u_{dc}$  小于 1.2926  $u_m$  时, 系统处于模态 1。

模态 2 中, 当  $\theta \in [\theta_0, \theta_0 + \mu]$ , 三相电流表达式与模态 1 时的表达式相同。当  $\theta \in [\theta_0 + \mu, \theta_0 + \pi/3]$ , 由式(7)可得, A 相电流的表达式为

$$\begin{aligned} i_{a2} &= i_a |_{\theta_0+\mu} + \int_{\theta_0+\mu}^{\theta} \frac{di_a}{dt} dt = i_a |_{\theta_0+\mu} + \\ & \int_{\theta_0+\mu}^{\theta} \left[ \frac{\sqrt{3}u_m}{2L_s} \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{u_{dc}}{2L_s} \right] dt = i_a |_{\theta_0+\mu} + \\ & \frac{\sqrt{3}u_m}{X_s} \cos\left(\frac{\theta_0 + \mu + \theta}{2} - \frac{\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{\theta - \theta_0 - \mu}{2}\right) - \\ & \frac{u_{dc}}{2X_s} (\theta - \theta_0 - \mu) \end{aligned} \quad (16)$$

B 相电流的表达式为

$$i_{b_2} = -i_{a_2} \quad (17)$$

C 相电流表达式为

$$i_{c_2} = 0 \quad (18)$$

### 3.3 模态 3: 整流电流断流

AC 两相换流过程结束后, 如果 AB 两相电势之差  $e_{ab}$  小于电容电压, 则 AB 两相导通时, AB 两相电流会下降。当 AB 两相电流降为零时, 如果此时  $e_{ab}$  恰好为电容电压, 则 AB 会继续导通, 跟模态 2 的情况一样。如果在 AB 两相电势之差  $e_{ab}$  等于电容电压之前, AB 两相电流就已经降为零, 则会出现 ABC 三相都不导通, 也即直流电流断流的现象。

当充电电路处于模态 3 时, AC 换流开始时 A 相电流为零, 且 A 相电流的导数为零。因此, 电路处于模态 3 时, 换流延迟角与电容充电电压的关系, 依然为式(14)。在模态 1 和模态 2 的情况下, 推导得到换流重叠角度与电容充电电压的关系式是基于充电电流不断流的条件。因此当电路进入模态 3 时, 这种关系式不再满足。

当  $\theta \in [\theta_0 + \mu, \theta_0 + \pi/3]$ , 存在一个子区间  $\theta \in [\theta_0 + \mu + \lambda, \theta_0 + \mu + \lambda + \gamma]$ , 三相都不导通。假设当  $\theta = \theta_0 + \mu + \lambda$  时, A 相电流为零。由此条件以及式(4)、式(7)可得:

$$\begin{aligned} i_a |_{\theta_0 + \mu + \lambda} &= \int_{\theta_0}^{\theta_0 + \mu} \frac{di_a}{dt} dt + \int_{\theta_0 + \mu}^{\theta_0 + \mu + \lambda} \frac{di_a}{dt} dt = \\ &\frac{2u_m}{X_s} \sin\left(\theta_0 + \frac{\mu}{2}\right) \sin\left(\frac{\mu}{2}\right) - \frac{u_{dc}}{3X_s} \mu + \\ &\frac{\sqrt{3}u_m}{X_s} \cos\left(\theta_0 + \mu + \frac{\lambda}{2} - \frac{\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{\lambda}{2}\right) - \frac{u_{dc}}{2X_s} \lambda = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

当  $\theta = \theta_0 + \mu + \lambda + \gamma$  时, AB 两相电势之差  $e_{ab}$  等于电容充电电压。由此可得:

$$\begin{aligned} u_{dc} &= (e_a - e_b) |_{\theta_0 + \mu + \lambda + \gamma} = \\ &\sqrt{3}u_m \sin(\theta_0 + \mu + \lambda + \gamma + \pi/6) \end{aligned} \quad (20)$$

当  $\theta \in [\theta_0 + \mu + \lambda, \theta_0 + \mu + \lambda + \gamma]$ , 三相都不导通,  $i_{dc}$  变化率为零。因此, 在  $\theta \in [\theta_0 + \mu, \theta_0 + \pi/3]$  区间内,  $i_{dc}$  的变化为

$$\Delta i_2 = \int_{\theta_0 + \mu}^{\theta_0 + \mu + \lambda} \frac{di_{dc}}{dt} dt + \int_{\theta_0 + \mu + \lambda + \gamma}^{\theta_0 + \pi/3} \frac{di_{dc}}{dt} dt \quad (21)$$

由于  $i_{dc}$  在  $\theta_0$  和  $\theta_0 + \pi/3$  时刻的值相等, 因此在  $\theta \in [\theta_0, \theta_0 + \pi/3]$  区间内,  $i_{dc}$  的变化量为零, 即:  $\Delta i_1 + \Delta i_2 = 0$ 。由此条件, 并联立式(5)、式(7)及式(21)可得:

$$\begin{aligned} &\sin\left(\frac{\mu}{2} + \frac{\pi}{3}\right) \sin\left(\theta_0 + \frac{\mu}{2} + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{(\mu + \pi) u_{dc}}{6 u_m} = \\ &\sqrt{3} \cos\left(\theta_0 + \mu + \lambda + \frac{\gamma}{2} - \frac{\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) - \frac{\gamma u_{dc}}{2 u_m} \end{aligned} \quad (22)$$

联立式(14)、式(19)、式(20)和式(22)可得换流延迟角度、换流重叠角度以及  $\lambda$ 、 $\gamma$  与发电机电势、电容充电电压之间的关系:

$$\begin{cases} 3\sin\theta_0 = u_{dc}/u_m \\ 2\sin\left(\theta_0 + \frac{\mu}{2}\right) \sin\left(\frac{\mu}{2}\right) - \left(\frac{\mu}{3} + \frac{\lambda}{2}\right) \frac{u_{dc}}{u_m} = \\ \quad - \sqrt{3} \cos\left(\theta_0 + \mu + \frac{\lambda}{2} - \frac{\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{\lambda}{2}\right) \\ \sqrt{3} \sin(\theta_0 + \mu + \lambda + \gamma + \pi/6) = u_{dc}/u_m \\ \sin\left(\frac{\mu}{2} + \frac{\pi}{3}\right) \sin\left(\theta_0 + \frac{\mu}{2} + \frac{\pi}{3}\right) - \\ \quad \left(\frac{\mu}{6} + \frac{\pi}{6} - \frac{\gamma}{2}\right) \frac{u_{dc}}{u_m} = \\ \quad \sqrt{3} \cos\left(\theta_0 + \mu + \lambda + \frac{\gamma}{2} - \frac{\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) \end{cases} \quad (23)$$

当  $\gamma = 0$  时出现直流电流断流现象的临界情况, 将  $\gamma = 0$  代入式(23)中, 可得式(24):

$$\begin{cases} 3\sin\theta_0 = u_{dc}/u_m \\ 2\sin\left(\theta_0 + \frac{\mu}{2}\right) \sin\left(\frac{\mu}{2}\right) - \left(\frac{\mu}{3} + \frac{\lambda}{2}\right) \frac{u_{dc}}{u_m} = \\ \quad - \sqrt{3} \cos\left(\theta_0 + \mu + \frac{\lambda}{2} - \frac{\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{\lambda}{2}\right) \\ \sqrt{3} \sin(\theta_0 + \mu + \lambda + \pi/6) = u_{dc}/u_m \\ 6\sin(\mu/2 + \pi/3) \sin(\theta_0 + \mu/2 + \pi/3) = \\ \quad (\mu + \pi) u_{dc}/u_m \end{cases} \quad (24)$$

根据式(24)中的四个方程, 采用数值计算方法, 可以求得模态 2 和模态 3 之间的临界换流延迟角度、换流重叠角以及  $\lambda$  分别为:  $\theta_0 = 33.25^\circ$ 、 $\mu = 3.18^\circ$ 、 $\lambda = 5.31^\circ$ , 临界电压值

为  $1.6448 u_m$ 。

#### 2.4 模态 4: 无换流过程

当整流电路处于模态 4 时, 没有换流过程。当  $\theta = \theta_0 + \gamma$  时, AB 两相电势之差  $e_{ab}$  等于电容充电电压,  $i_{dc}$  在  $\theta_0$  和  $\theta_0 + \pi/3$  时刻的值相等。由此可得模态 4 下,  $\theta_0$  和  $\gamma$  与电容电压及发电机电势幅值之间的关系式:

$$\begin{cases} \sqrt{3} \sin(\theta_0 + \gamma + \pi/6) = u_{dc}/u_m \\ \sqrt{3} \sin\left(\theta_0 + \frac{\pi}{3}\right) - 2\sqrt{3} \cos\left(\theta_0 + \frac{\gamma}{2} - \frac{\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) = \\ \left(\frac{\pi}{3} - \gamma\right) u_{dc}/u_m \end{cases} \quad (25)$$

模态 3 和模态 4 之间的临界情况为: 式 (23) 中的  $\mu$  和  $\lambda$  同时为零, 此时恰好从有换流过程转换到无换流过程。将  $\mu = 0$  和  $\lambda = 0$  代入式 (23) 可得:

$$\begin{cases} 3 \sin \theta_0 = u_{dc}/u_m \\ \sqrt{3} \sin(\theta_0 + \gamma + \pi/6) = u_{dc}/u_m \\ \sqrt{3} \sin\left(\theta_0 + \frac{\pi}{3}\right) - 2\sqrt{3} \cos\left(\theta_0 + \frac{\gamma}{2} - \frac{\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) = \\ \left(\frac{\pi}{3} - \gamma\right) u_{dc}/u_m \end{cases} \quad (26)$$

根据式 (26) 中的三个方程, 采用数值计算方法可以求得临界电压值为  $1.6589 u_m$ 。

至此, 所有模态的  $\theta_0, \mu, \lambda, \gamma$  与发电机电势幅值、电容电压之间的关系式以及各模态之间的临界电压值的计算式均已推导得到, 如表 1 所示。从前面的分析可以看出, 忽略直、交轴次暂态电感之间的差异时, 感应子发电机容性整流系统的换流延迟角度、重叠角度等只与电容电压和发电机相电势幅值的比值有关。各电路模态之间对比如表 2 所示。

## 4 瞬态特性分析

从图 4 可以看出, 当电路处于模态 3 和模态 4 时, 充电电流很小。因此, 在实际工程中, 设定预设充电电压值时, 会使得电路工作在模态 1 和模态 2。因此, 主要考虑模态 1 和模态 2。与文献 [17-19] 的推导思路类似, 根据式 (3) 和式 (6) 中

表 1 各模态下  $\theta_0, \mu, \lambda, \gamma$  以及临界电压值的计算式

Tab. 1 The calculations for  $\theta_0, \mu, \lambda, \gamma$  and critical voltage in all modes

模态	临界电压	换流延迟角度 $\theta_0$	换流重叠角度 $\mu$	换流结束时与断流开始时刻的电角度差 $\lambda$	断流开始时刻与结束时刻的电角度差 $\gamma$
1	(15)	(10)	$\pi/3$	—	0
2	(24)	(14)	(9) 和 (14)	—	0
3	(26)	(14)	(23)	(23)	(23)
4	(26)	(25)	0	0	(25)

表 2 各模态之间对比

Tab. 2 The comparison between different modes

模态	运行形式	换流重叠角	直流电流
1	只有换流过程	$\mu = 60^\circ$	连续
2	换流和导通交替出现	$0^\circ < \mu < 60^\circ$	连续
3	换流、导通和三相都不导通, 交替出现	$0^\circ < \mu < 60^\circ$	不连续
4	无换流过程	$\mu = 0^\circ$	不连续

关于  $u_{dc}$  的电压方程, 两边同时积分可得:

$$\begin{aligned} u_{dc} = \bar{u}_{dc} = \\ \frac{3\sqrt{3}}{\pi} u_m \sin\left(\theta_0 + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{3w}{\pi} L_s i_{dc} |_{\theta_0} - 2L_s p i_{dc} \end{aligned} \quad (27)$$

$i_{dc} |_{\theta_0}$  可以近似用状态变量  $i_{dc}$  的表达式表示, 并考虑电枢绕组电阻  $R_s$  的电压降, 进而可以得到式 (28):

$$\begin{aligned} u_{dc} = \bar{u}_{dc} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} u_m \sin\left(\theta_0 + \frac{\pi}{3}\right) - \\ \frac{3w}{\pi} L_s [i_{dc} + i_{dc} |_{\theta_0} - \bar{i}_{dc}] - 2L_s p i_{dc} - 2R_s i_{dc} \end{aligned} \quad (28)$$

式中:  $\bar{i}_{dc}$  为当电容电压为  $u_{dc}$  时, 计算得到的直流电流平均值。

$$i_{dc} |_{\theta_0} = \frac{\sqrt{3} u_m \sin\left(\theta_0 + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{\pi}{3\omega} \bar{u}_{dc}}{L_s} \quad (29)$$

式中:  $i_{dc} |_{\theta_0}$  为当电容电压为  $u_{dc}$  时, 根据式 (29) 推导计算得到的值。

储能电容器的模型以电容电压  $u_{dc}$  为状态变量, 电容上的电压和电流之间的关系如式 (30) 所示:

$$p u_{dc} = \frac{i_{dc}}{C_f} \quad (30)$$

联立式(28)和式(30)可得一个以电容电压和电容充电电流为状态变量的状态方程组,感应子发电机通过整流桥对电容器充电的动态过程可以通过求解此状态方程组得到。感应子发电机容性整流系统可以看成是一个直流电源串联一个等效换流电抗和等效瞬态换流电感对电容器充电的形式。当忽略等效瞬态换流电感上的电压时,式(27)进一步简化为式(31),此时结果与三相整流桥直流输出电压计算式类似<sup>[20]</sup>:

$$u_{dc} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} u_m \sin\left(\theta_0 + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{3\omega}{\pi} L_s i_{dc} | \theta_0 \quad (31)$$

## 5 电路仿真和理论计算结果

根据图 3 所示的电路模型,在 Matlab/Simulink 搭建电路仿真模型,并考虑了电机电枢绕组电阻的影响。电路仿真模型中,电机的参数和储能电容器的参数参考了实际脉冲电源样机中的参数,以便进行对比。其中电容器电容值为 7 800  $\mu\text{F}$ 。

电机的电频率为 1 500 Hz,根据电机转速约为 6 920 r/min、极对数为 13 计算得到;相电势有效值约为 1 980 V,由电机空载线反电势试验结果计算得到;电枢绕组相电阻约为 0.095  $\Omega$ ,根据电机绕组参数并考虑绕组挤流效应,由三维有限元仿真得到;等效放电电感(内电感)约为 0.21 mH,与电机直轴瞬态电感值相等,由三维有限元仿真得到。

由电路仿真得到整个充电过程的充电电流、电压和充电功率曲线(电压为标么值),以及各模态所对应的区间如图 4 所示。其中,瞬时功率和平均功率的定义分别如式(32)和(33)所示:

$$P_c(t) = i_{dc}(t) u_{dc}(t) \quad (32)$$

$$\bar{P}_c(t) = \frac{\int_{t_0}^t P_c(t) dt}{t - t_0} \quad (33)$$

式中: $t_0$ 为充电开始时刻; $P_c(t)$ 和 $\bar{P}_c(t)$ 分别为瞬时充电功率和平均充电功率。

从图 4 可以看出,当电路处于模态 3 和模态 4 时,由于此时充电电流非常小,充电速度非常慢。因此,在电容充电系统中,整个充电过程中起主要作用的阶段是模态 1 和模态 2。还可以看出,当充电电压值约为 1.3 倍相电势幅值时,平均

充电功率最大,此时电机能发挥出最佳性能。当充电电压预设值超过此值时,平均功率越来越小。另一方面,保持充电电压预设值不变,当预设充电电压与电机相电势幅值的比值越小时,则所需的电机相电势幅值越高,对电机的绝缘要求更高。因此,从电机绝缘角度来看,预设充电电压与电机相电势幅值的比值越大越好。综合考虑以上两个方面,在设计电容充电脉冲电源时,合理的充电电压设置值应介于 1.3 倍~1.5 倍发电机相电势幅值之间。

四种模态的三相电流和充电电流电路仿真波形分别如图 6~图 9 所示。可以看出,模态 1 下换流重叠角度为 60°,电路始终处于两相换流状态。模态 2 下换流重叠角度小于 60°,电路处于两相换流和两相导通交替出现的状态。模态 3 下电路处于两相换流、两相导通、三相都不导通和两相导通交替出现的状态,并且直流侧电流出现断流现象。模态 4 下电路处于两相导通、三相都不导通交替出现的状态。 $\theta_0$ 、 $\mu$ 、 $\lambda$ 、 $\gamma$  和电容电压值的关系曲线如图 10 所示(电容电压为标么值,基值为电机相电势幅值)。可以看出,随着电容电压值的增大, $\theta_0$  在模态 1 和模态 4 下逐渐减小,在模态 2 和模态 3 下逐渐增大;而  $\mu$  在模态 1 下,始终为 60°,在模态 2 和 3 下逐渐减小,在模态 4 下为零。

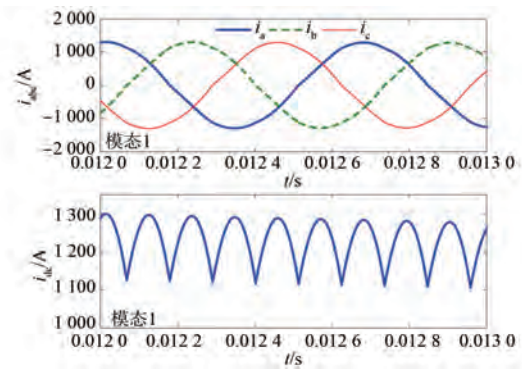


图 6 模态 1 三相电流和充电电流的电路仿真波形  
 Fig. 6 Circuit simulation waveforms of three-phase current and charging current in mode 1

$\theta_0$ 、 $\mu$ 、 $\lambda$ 、 $\gamma$  电路仿真结果和理论计算值的对比如表 3 所示,临界电压值的电路仿真结果和理论计算值的对比如表 4 所示。从电路仿真和理论计算结果的对比可以看出,电路仿真结果和理论计算值基本吻合,验证了理论分析计算的

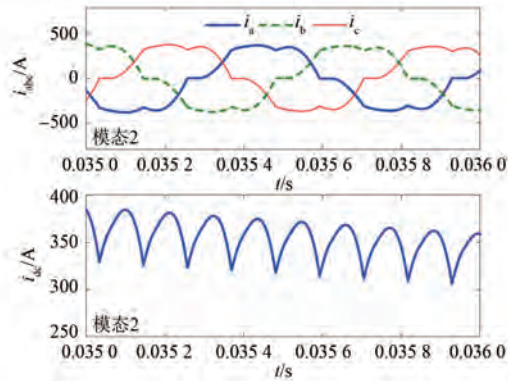


图7 模态2三相电流和充电电流的电路仿真波形  
Fig.7 Circuit simulation waveforms of three-phase current and charging current in mode 2

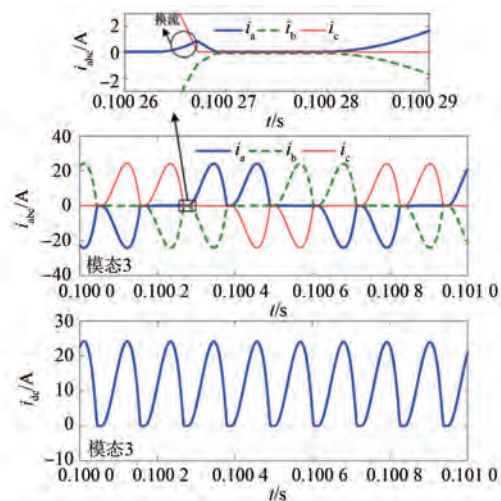


图8 模态3三相电流和充电电流的电路仿真波形  
Fig.8 Circuit simulation waveforms of three-phase current and charging current in mode 3

准确性。

表3  $\theta_0, \mu, \lambda, \gamma$  电路仿真结果和理论计算值对比

Tab.3 The comparison of circuit simulation results and theoretical calculated values for  $\theta_0, \mu, \lambda, \gamma$

模态 (标幺值)	电压值	换流延迟角度 $\theta_0 / (^\circ)$	换流重叠角度 $\mu / (^\circ)$	换流结束时与断流开始时刻的电角度差 $\lambda / (^\circ)$	断流开始时刻与结束时刻的电角度差 $\gamma / (^\circ)$
1	0.98	47.2	60	—	0
2	1.42	28.5	44.8	—	0
3	1.65	33.4	1.9	0.8	6.1
4	1.67	30.9	0	0	13.7
1	0.98	46.9	60	—	0
2	1.42	28.2	44.6	—	0
3	1.65	33.4	2.1	0.9	5.9
4	1.67	31.0	0	0	13.6

刘龙建,等:感应子脉冲发电机容性整流系统瞬态特性分析

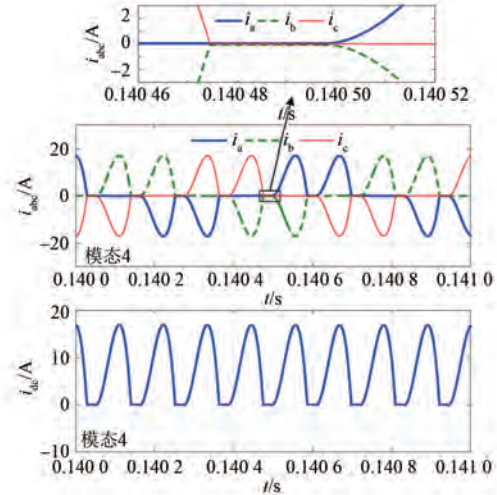


图9 模态4三相电流和充电电流的电路仿真波形  
Fig.9 Circuit simulation waveforms of three-phase current and charging current in mode 4

表4 临界电压值的电路仿真结果和理论计算值对比

Tab.4 The comparison of circuit simulation results and theoretical calculated values of critical voltage values

模态	临界值仿真结果	临界值理论计算值
模态1和2之间	1.292 9 $u_m$	1.292 6 $u_m$
模态2和3之间	1.644 5 $u_m$	1.644 8 $u_m$
模态3和4之间	1.658 5 $u_m$	1.658 9 $u_m$

## 6 试验验证

为了验证前面的理论分析计算,开展了基于感应子脉冲发电机的电容充电脉冲电源的试验研究。试验时,首先由开关磁阻电机将感应子电机转子转速升至 6 920 r/min,然后施加励磁电流,待感应子电机励磁磁场建立后,将晶闸管开通,通过整流桥对电容器进行快速充电。试验中,充电电压预设值设定为 4 000 V,约为电机空载相电势幅值的 1.43 倍。当电容电压大于预设值时,将整流桥关断,并通过放电回路将电容器电能释放到脉冲负载上。

试验时,用示波器记录电机电枢绕组三相电流波形、充电电流波形和充电电压波形,为方便试验结果和仿真结果的对比,试验记录数据格式为 csv 格式。由于电流传感器量程是按模态 1 时的最大电流来选取,而模态 3、模态 4 的电流相比模态 1 非常小,因此电流传感器测量模态 3、模态 4 时的电流精度不够。并且此模式下,测量噪声和电流信号幅值相当,因此不能测量得到模态 3、模



态 4 的正确电流波形。所以, 试验电流波形结果只给出了模态 1 和模态 2 的试验结果。

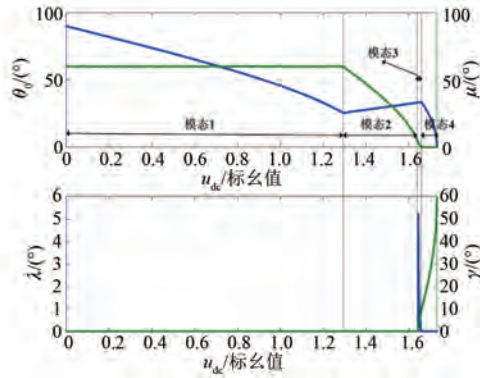


图 10  $\theta_0, \mu, \lambda, \gamma$  与电容电压的关系

Fig. 10 The relationship between  $\theta_0, \mu, \lambda, \gamma$  and capacitor voltage

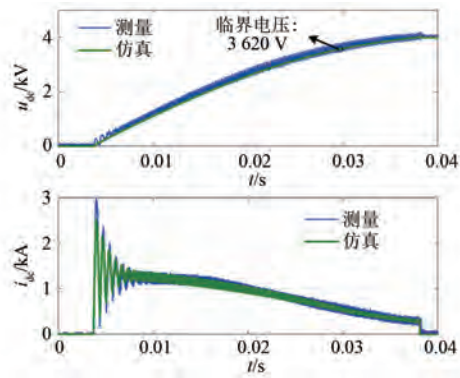


图 11 充电电流、充电电压的试验波形和电路仿真波形对比  
 Fig. 11 The comparison of experimental and simulation waveforms of charging current and voltage

充电电流、充电电压的试验波形和电路仿真波形的对比如图 11 所示。从充电电流、充电电压的试验波形可以看出, 当电容电压达到 4 000 V 时, 此时充电电流已较小, 但其却还未出现断流情况。这说明此时电路还未进入模态 3, 因此从侧面说明了模态 3、模态 4 的充电电流非常小。

模态 1 和模态 2 的三相电流试验波形如图 12 所示。可以看出, 三相电流试验波形的特征与仿真以及理论分析相符合。模态 1 ( $t \in [0.012, 0.013]$ ) 和模态 2 ( $t \in [0.035, 0.036]$ ) 下, A 相电流试验波形和仿真波形的对比如图 13 所示。模态 1 ( $t \in [0.012, 0.013]$ ) 和模态 2 ( $t \in [0.035, 0.036]$ ) 下, 换流延迟角度和换流重叠角度的理论计算值和试验测量值的对比如表 5 所示。瞬态模型仿真结果和试验结果对比如图 14 所示, 从图中

可以看出, 理论计算值与试验结果基本吻合。

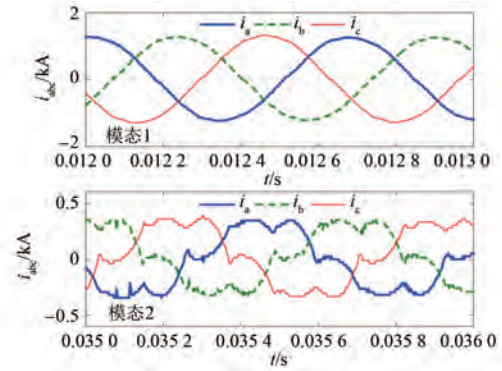


图 12 模态 1 和模态 2 的三相电流试验波形

Fig. 12 The experimental waveforms of three phase currents of mode 1 and mode 2

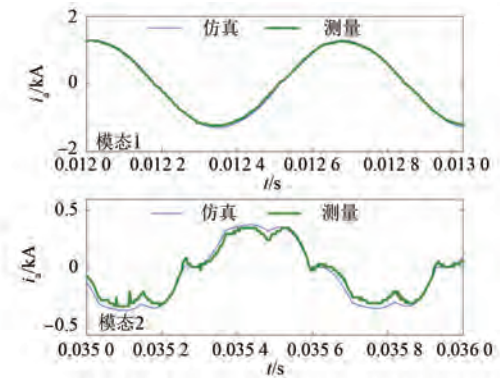


图 13 模态 1 和模态 2 的 A 相电流试验波形和仿真波形对比  
 Fig. 13 The comparison of experimental and simulation waveforms of A phase currents of mode 1 and mode 2

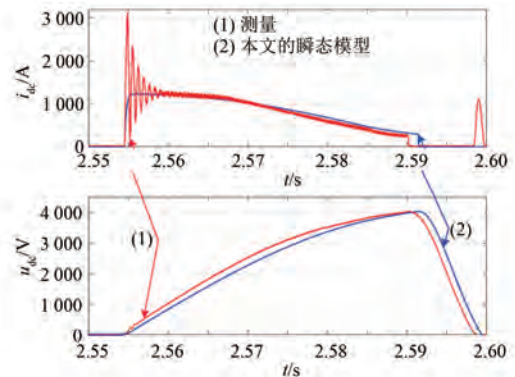


图 14 瞬态模型仿真结果和试验结果对比

Fig. 14 The comparison of experimental and simulation waveforms of charging current and voltage

## 7 结语

本文主要工作总结为以下三点:

(1) 基于放电电感模型全面地分析了感应子

脉冲发电机容性整流系统的瞬态特性,厘清了此整流系统存在的全部四种工作模式,推导出各模式之间的临界电压值,以及换流延迟角度和重叠角度的计算式,并建立了系统瞬态模型。

表 5 换流延迟角度和重叠角度的试验结果和理论计算值对比

Tab. 5 The comparison of the experimental results with the theoretical calculated values for  $\theta_0$  and  $\mu$  ( $^\circ$ )

	模式	试验结果	理论计算值
$\theta_0$	模式 1	64	66
	模式 2	31	29
$\mu$	模式 1	60	60
	模式 2	45	46

(2) 用电路仿真和试验结果验证了本文理论分析计算的准确性。

(3) 阐明了电路中各工作模式对充电过程的作用,揭示了电容充电电压与电机电势的设计原则及电路的等效形式,研究表明:在电容充电系统中,电路可以看成直流电源串联一个等效换流电抗和等效瞬态换流电感对电容器充电的形式,整个充电过程中起主要作用的阶段是模式 1 和模式 2;合理的充电电压设置值应介于 1.3 倍~1.5 倍发电机相电势幅值之间。

从理论计算和仿真结果以及试验结果的对比可以看出,理论计算和仿真结果与试验结果之间存在一些偏差。这是因为试验样机系统中电机的实际参数与仿真模型和理论模型的参数不完全一致。主要的原因可能有:理论模型和仿真电路模型忽略了电机直、交轴参数之间的差异以及电机次暂态磁链的变化,并且理论计算和仿真模型所使用的参数有部分是由有限元计算得到,与实际值可能存在偏差。此外,理论计算模型中,忽略了电枢绕组电阻对换流角度和电流值计算的影响,可能会使得计算结果产生偏差。下一步将考虑电枢绕组电阻、电机直交轴参数之间的差异及次暂态磁链变化所带来的影响,从而建立更准确的分析模型。

## 参考文献

[ 1 ] 任章鳌,于克训,娄振袖,等. 同性极感应子发电机整流容性负载特性的一种简化平均值分析方法[J]. 电工技术学报, 2011, 26(6): 113-120.  
REN Z A, YU K X, LOU Z X, et al. A simplified

average-value analysis method on the characteristics of homopolar inductor alternator with rectified capacitive load [ J ]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2011, 26(6): 113-120.

- [ 2 ] 辛清明,于克训,袁满,等. 感应子发电机带整流大容性负载的瞬态特性分析[J]. 中国电机工程学报, 2014, 34(24): 4109-4117.  
XIN Q M, YU K X, YUAN M, et al. Investigation of instantaneous characteristics for homopolar inductor alternators with rectified capacitive loads [ J ]. Proceedings of the CSEE, 2014, 34 ( 24 ): 4109-4117.
- [ 3 ] REN Z A, YU K X, XIN Q M, et al. Performance of homopolar inductor alternator with diode-bridge rectifier and capacitive load [ J ]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2013, 60 ( 11 ): 4891-4902.
- [ 4 ] YE C Y, YU K X, XU W, et al. Optimal design and experimental research of a capacitor-charging pulsed alternator [ J ]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2015, 30(3): 948-956.
- [ 5 ] GUO S L, YU K X, JIANG L D, et al. Optimization of design method and experiment of a repetition pulse charging HIA-CCPS [ J ]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2023, 59(1): 745-758.
- [ 6 ] YU K X, LIU L J, XIE X F. Design consideration of eddy current losses for rotor of HIA with rectifier and capacitive loads [ J ]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2018, 46(8): 2949-2953.
- [ 7 ] LIU L J, YU K X, XIE X F. Analysis and test efficiency of a high-power pulsed power supply based on HIA [ J ]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2019, 47(5): 2293-2301.
- [ 8 ] 刘龙建. 基于感应子储能脉冲发电机的电容器重频充电系统瞬态分析及损耗研究[D]. 武汉:华中科技大学, 2019.  
LIU L J. Transient analysis of a repetitive frequency capacitor charging power system based on energy-storage pulsed homopolar inductor alternator and research on the losses [ D ]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2019.
- [ 9 ] CALISKAN V, PERREAULT D J, JAHNS T M, et al. Analysis of three-phase rectifiers with constant-voltage loads [ J ]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 2003, 50(9): 1220-1226.

- [10] BLEIJS J A M. Continuous conduction mode operation of three-phase diode bridge rectifier with constant load voltage [J]. IEE Proceedings-Electric Power Applications, 2005, 152(2): 359-368.
- [11] PEJOVIC P, KOLAR J W. Exact analysis of three-phase rectifiers with constant voltage loads [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2008, 55(8): 743-747.
- [12] HANCOCK M. Rectifier action with constant load voltage: Infinite-capacitance condition [J]. Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, 1973, 120(12): 1529-1530.
- [13] PEJOVIC P, KOLAR J W. An analysis of three-phase rectifiers with constant voltage loads [C] // 5th European Conference on Circuits and Systems for Communications, Belgrade, 2010.
- [14] ZHAO Z H, GAO Q, HE K W, et al. Boundary and optimum of constant-voltage load three-phase bridge rectifier [C] // 17th International Conference on Electrical Machines and Systems, Hangzhou, 2014.
- [15] YU K X, YAO J K, GUO S L, et al. Study of capacitor charge power supply with homopolar inductor alternator: System modeling and mode analysis [J]. IET Power Electronics, 2021, 14(1): 14-26.
- [16] GUO S L, YU K X, YI Z K, et al. An improved simplified model of capacitor charging power supply with homopolar inductor alternator considering field flux linkage and speed changes [C] // 2023 IEEE 6th International Electrical and Energy Conference, Hefei, 2023.
- [17] YI Z K, YU K X, LAI H C, et al. Average-value modeling of a capacitor charge power supply with homopolar inductor alternator [C] // 3rd China International Youth Conference on Electrical Engineering, Wuhan, 2022.
- [18] SUDHOFF S D, SUDHOFF S D, CORZINE K A, et al. Transient and dynamic average-value modeling of synchronous machine fed load-commutated converters [J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 1996, 11(3): 508-514.
- [19] SUDHOFF S D, WASYNCZUK O. Analysis and average-value modeling of line-commutated converter-synchronous machine systems [J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 1993, 8(1): 92-99.
- [20] MOHAN N, UNDELAND T M, ROBBINS W P. Power Electronics: Converters, Applications, and Design [M]. 2nd. New York: John Wiley & Sons, 1995.

---

收稿日期:2023-12-14

收到修改稿日期:2024-02-05

作者简介:

刘龙建(1989-),男,博士,讲师,研究方向为新型电机分析及设计,liulongjian001@yeah.net;

\* 通信作者:刘龙建(1989-),男,博士,讲师,研究方向为新型电机分析及设计,liulongjian001@yeah.net。

## Transient Characteristics Analysis of Capacitive Rectifier System of Pulsed Homopolar Inductor Alternator

LIU Longjian<sup>1\*</sup>, YU Kexun<sup>2</sup>, XIE Xianfei<sup>2</sup>

(1. School of Electric Power Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China;

2. State Key Laboratory of Advanced Electromagnetic Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

**Key words:** pulsed homopolar inductor alternator; capacitor charge; transient characteristics; mode; equivalent circuit

Based on the discharge inductance model, the transient characteristics of capacitive rectifier system of pulsed homopolar inductor alternator are analyzed in this paper, the critical voltage between modes and the formulas for calculating commutation delay angle and overlap angle are derived, and a transient model is established, as shown in Eq.1.

$$u_{dc} = \bar{u}_{dc} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} u_m \sin\left(\theta_0 + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{3\omega}{\pi} L_s [i_{dc} + i_{dc} |_{\theta_0} - \bar{i}_{dc}] - 2L_s p i_{dc} - 2r_s i_{dc} \quad (1)$$

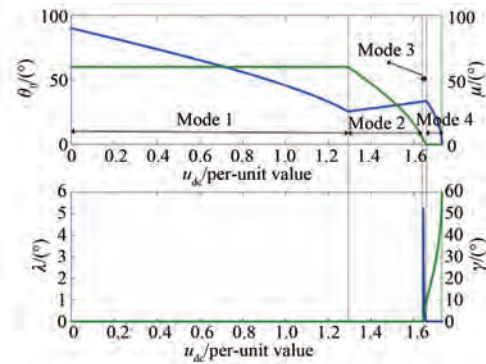
The accuracy of the theoretical calculation is verified by valve-to-valve circuit simulation and experimental results. The function of each mode to the charging process is expounded at the paper, and the equivalent form of circuit is analyzed, and reveals the design principle of the charge voltage and the motor electromotive force (EMF); the circuit can be seen as a form of charging a capacitor by serially connecting a DC source with an equivalent commutation reactance and an equivalent transient commutation inductance; mode 1 and mode 2 play a major role in the whole charging process; the reasonable charge voltage should be between 1.3 times and 1.5 times the amplitude of the generator's phase EMF.

The relationship between  $\theta_0$ ,  $\mu$ ,  $\lambda$ ,  $\gamma$  and capacitor voltage is shown in Fig.1 (capacitor voltage is per unit value, and the base value is amplitude of motor's phase EMF). The comparison between simulation results of transient model and experimental results is shown in Fig.2. And the

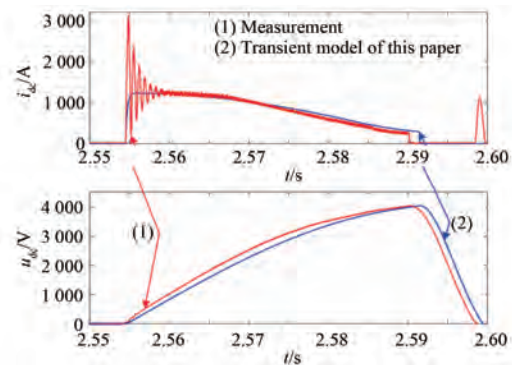
experimental results coincide with the transient-model simulation results.

**Tab. 1 The comparison of experimental results and theoretical calculated values for commutation delay angle and overlap angle** (°)

	Mode	Experiment	Calculation
$\theta_0$	1	64	66
	2	31	29
$\mu$	1	60	60
	2	45	46



**Fig. 1 The relationship between  $\theta_0$ ,  $\mu$ ,  $\lambda$ ,  $\gamma$  and capacitor voltage**



**Fig. 2 The comparison between transient-model simulation results and experimental results**