

# 考虑未知惯量与不平衡力矩的四电机同步驱动 伺服系统容错控制

辛洪敏<sup>1</sup>, 蔡明洁<sup>1,2</sup>, 王保防<sup>1,2\*</sup>

(1. 青岛大学 自动化学院, 山东 青岛 266071;

2. 山东省工业控制技术重点实验室, 山东 青岛 266071)

## Four-Motor Synchronously Driving Servo System Fault-Tolerant Control with Unknown Inertia and Unbalanced Torque

XIN Hongmin<sup>1</sup>, CAI Mingjie<sup>1,2</sup>, WANG Baofang<sup>1,2\*</sup>

(1. School of Automation, Qingdao University, Qingdao 266071, China;

2. Shandong Key Laboratory of Industrial Control Technology, Qingdao 266071, China)

**Abstract:** A fault-tolerant control scheme based on command filtered backstepping method is proposed for the failure of a single motor in a four-motor servo system. Firstly, a dynamic model of the fault servo system with unknown inertia and unbalanced torque is established. Subsequently, the controller is designed using command filtered backstepping technology, in which an error compensation system is designed to improve the control accuracy. In addition, the neural network is used to deal with the nonlinear disturbance caused by the faulty motor, and synchronization error signals are designed to achieve synchronization control of the system. Finally, based on the Lyapunov stability theory, the stability of the closed-loop system under the condition of single motor failure is proved. And simulation is designed to verify the effectiveness and superiority of the proposed control method.

**Key words:** four-motor servo system; command filtered backstepping; fault-tolerant control; neural network

**摘要:** 针对四电机伺服系统中单个电机的故障,提出了一种基于命令滤波反步法的容错控制方案。首先,建立带有未知惯量和不平衡力矩的故障伺服系统动力学模型;随后,采用命令滤波反步技术进行控制器设计,构建误差补偿系统提高控制精度;此外,利用神经网络处理故障电机引起的非线性扰动,并设计同步误差信号实现系统的同步控制;最后,基于 Lyapunov 稳定性理论证明单电机故障情况下闭环系统的稳定性,设计仿真验证了所提

控制方法的有效性及其优越性。

**关键词:** 四电机伺服系统; 命令滤波反步法; 容错控制; 神经网络

## 0 引言

目前在许多大惯量应用中,单电机系统由于功率不足、惯性有限,已经逐渐被多电机同步伺服系统取代。相比于单电机,多电机叠加具有更出色的驱动载重能力,可以实现高性能的伺服控制<sup>[1-5]</sup>。但多电机系统的机械结构比单电机系统更加复杂,影响控制性能的因素也更多,会面临更多的挑战。

为了提高伺服系统的跟踪精度,文献[6]提出了一种基于神经网络和误差符号鲁棒积分的自适应鲁棒控制方法,采用参考和误差驱动神经网络来处理系统中的不确定动态和未知的时变扰动。文献[7]提出了一种永磁同步电机伺服系统滑模控制方法,结合连续非奇异终端滑模和线性自抗扰控制来提高电机的性能。文献[8]建立了考虑输入电压波动的永磁同步电动机系统离散模型,使用命令滤波器来处理系统中的非线性问题,针对输入电压波动的问题利用神经网络自适应技术进行控制器设计。文献[9]提出了一种具有全状态约束的永磁同步电机伺服系统的有限时间自适应神经网络位置跟踪控制方法,分别用神经网络和有限时间控制技术来补偿系统的负载转矩扰

基金项目: 国家自然科学基金(62103212,62203381)

National Natural Science Foundation of China (62103212, 62203381)

动,提高系统的鲁棒性。但上述文献的研究主要针对提高系统的跟踪精度和抗扰动能力<sup>[10-12]</sup>,而对系统在运行过程中出现的电机损坏或者部分失效的研究甚少,因此研究多电机系统的容错控制非常重要。

近年来,专家学者开始投入更多的精力研究伺服系统的容错控制。文献[13]针对双电机驱动伺服系统中执行器故障的问题,提出了一种基于反步技术的自适应鲁棒补偿控制方法,能很好的解决该问题。文献[14]针对机器人机械臂发生关节执行器故障的问题,提出了基于神经网络和强化学习的主动容错控制方法。文献[15]研究了一种有限时间自适应容错控制方法来解决多关节机械臂中传感器和执行器故障的问题。文献[16]提出了一种双三相永磁同步电机驱动器故障的自适应容错控制方法。以上文献主要针对执行器部分故障进行容错控制,达到故障电机仍能与正常电机一起工作的目的。然而用故障的电机工作不是一个长久的解决方案,故障电机的情况随时可能恶化。针对四电机伺服系统<sup>[17-20]</sup>中单个电机故障的问题,本文提出了一种新的容错控制方案,当单个电机出现故障时直接切断故障电机,用正常的电机带动故障电机,使系统仍然可以完成剩余的工作。系统中的故障电机会引起一些非线性问题,设计了只需要一个自适应参数的神经网络来处理这些问题,对多电机系统的容错控制研究有了更加实际的意义。

本文提出了一种基于命令滤波反步法的容错控制方案。首先,无需考虑故障执行器的有效因子,当检测到电机出现故障时,直接切断故障电机,用非对称结构的三电机同步带动刚性负载完成工作。其次,考虑伺服系统中一个电机故障的情况下电机之间的速度同步误差,在确保系统稳定的情况下提高同步性能。然后,利用神经网络处理故障电机引起的不平衡转矩、额外摩擦转矩和额外的未知惯量,并且只需要估计一个自适应参数,为实际实现带来了方便。最后,通过仿真试验验证控制方法的可行性。

## 1 问题描述

四电机伺服系统在正常工作状态的动力学方程为

$$\begin{cases} \dot{\Theta} = \tilde{\omega} \\ \dot{\tilde{\omega}} = \frac{1}{J_L} r k_s \sum_{j=1}^4 (\theta_j - r\Theta) - T_\Sigma \\ \dot{\theta}_j = \omega_j \\ \dot{\omega}_j = \frac{1}{J_j} C_{T,j} i_{q,j} - \frac{1}{J_j} k_s (\theta_j - r\Theta) - b_m \omega_j \end{cases} \quad (1)$$

式中: $j(j=1,2,3,4)$ 为四个不同电机的指标; $\Theta$ 为负载角位置; $\tilde{\omega}$ 为负载角速度; $J_L$ 为负载惯量; $J_j$ 为电动机惯量; $T_\Sigma$ 为连续、有界的负载侧负载转矩及其他非线性力矩的合成为力矩; $\theta_j$ 为电动机的角位置; $\omega_j$ 为电动机的角速度; $C_{T,j}$ 为电动机的等效转矩系数; $i_{q,j}$ 为电动机的电流; $b_m$ 为负载粘性摩擦系数; $r$ 为大齿轮和小齿轮减速比及小齿轮减速机减速比叠加的总减速比; $k_s$ 为电机轴上传递力矩刚度系数。

本文采用永磁同步电机构建多电机伺服系统,采用 $i_d=0$ 的控制方法,使电机产生的电磁转矩与 $i_q$ 成正比。因此 $i_{q,j}$ 在式(1)中表示各电机的 $q$ 轴电流 $i_q$ 。

当四电机系统中出现单个电机故障时,系统结构如图1所示。图中实心部分为故障状态的电机,空心部分为正常状态的电机。

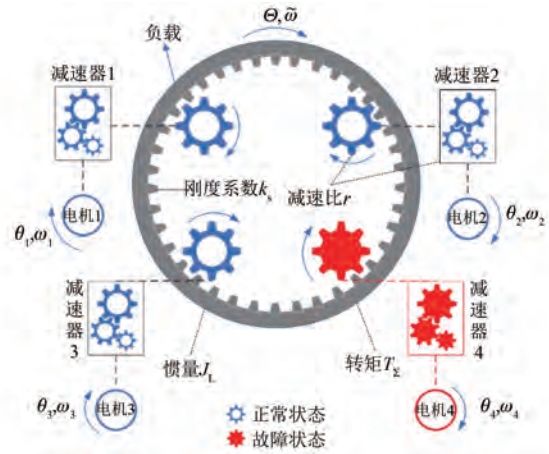


图1 单电机故障的四电机伺服系统  
 Fig. 1 Four-motor servo system with single motor fault

目前已有部分研究成果对故障电机的失效因子进行了估计,当电机4出现故障时,直接切断故障电机使能信号,得到非对称结构的三电机同步带动刚性负载的系统动力学模型:

$$\begin{cases} \dot{\Theta} = \tilde{\omega} \\ \dot{\tilde{\omega}} = \frac{1}{J_L + \Delta J} r k_s \sum_{j=1}^3 (\theta_j - r\Theta) - T_\Sigma - T_{\text{add}} \\ \dot{\theta}_j = \omega_j \\ \dot{\omega}_j = \frac{1}{J_j} C_{T,j} i_{q,j} - \frac{1}{J_j} k_s (\theta_j - r\Theta) - b_j \omega_j \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\Delta J$ 为拖动故障电机作为负载的一部分而引起的负载侧未知惯性变化; $T_{\text{add}}$ 为故障电机导致的不平衡偏执力矩以及拖动故障电机产生的摩擦力矩的合成力矩,显然连续、有界; $j(j=1,2,3)$ 为三个正常电机的指标。

由于电机故障原因未知,所以故障电机转换到负载侧的惯量未知,则 $\Delta J \in (0, J_{\text{max}}]$ 。

定义 $\beta_{2,j} = \frac{C_{T,j}}{J_j}$ ,  $\beta_{3,j} = \frac{k_s}{J_j}$ ,  $\beta_1 = \frac{r k_s}{J_L + J_{\text{max}}}$ ,  $\Delta\beta_1 = \frac{r k_s}{J_L + \Delta J} - \frac{r k_s}{J_L + J_{\text{max}}}$ , 则: $\frac{r k_s}{J_L + \Delta J} = \beta_1 + \Delta\beta_1$ ,  $\Delta\beta_1$ 为未知常数。

令 $x_1 = \Theta$ ,  $x_2 = \tilde{\omega}$ ,  $x_{3,j} = \theta_j$ ,  $x_{4,j} = \omega_j$ ,  $u_j = i_{q,j}$

系统状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = (\beta_1 + \Delta\beta_1) \sum_{j=1}^3 x_{3,j} - 3r(\beta_1 + \Delta\beta_1)x_1 \\ \quad - T_\Sigma - T_{\text{add}} \\ \dot{x}_{3,j} = x_{4,j} \\ \dot{x}_{4,j} = \beta_{2,j} u_j - \beta_{3,j} x_{3,j} + \beta_{3,j} r x_1 - b_j x_{4,j} \\ y = x_1 \end{cases} \quad (3)$$

假设 1: 对于该系统,期望信号需要满足 $\dot{y}_d$ 和 $\ddot{y}_d$ 连续、光滑和有界,并且 $\ddot{y}_d$ 也是有界的。

定义命令滤波器:

$$\begin{cases} \dot{\phi}_1 = \omega_n \phi_2 \\ \dot{\phi}_2 = -2\omega_n \zeta \phi_2 - \omega_n (\phi_1 - \alpha) \end{cases} \quad (4)$$

式中: $\phi_1$ 和 $\phi_2$ 为命令滤波器的输出; $\alpha$ 为命令滤波器的输入。此外, $\omega_n$ 、 $\zeta$ 为滤波器的参数,对任意 $\mu > 0$ 、参数 $\omega_n > 0$ ,  $\zeta \in (0, 1)$ 满足 $|\phi_1 - \alpha| \leq \mu$ 。

当 $t \geq 0$ 时,输入信号应该满足初始条件 $\dot{\alpha} \leq \delta_1$ 、 $\ddot{\alpha} \leq \delta_2$ ,其中 $\phi_1(0) = \alpha(0) = 0$ 、 $\phi_2(0) = 0$ 并且 $\delta_1, \delta_2$ 是正数。

## 2 控制器设计

结合命令滤波器和反步法以及神经网络技术进行容错控制设计,容错控制框图如图 2 所示。

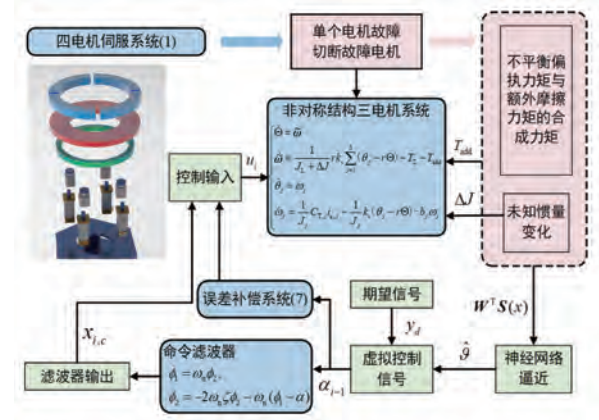


图 2 容错控制框图

Fig. 2 Fault-tolerant control block diagram

定义系统的跟踪误差为

$$\begin{cases} e_1 = x_1 - y_d \\ e_2 = x_2 - x_{2,c} \\ e_3 = \beta_1 x_3 - x_{3,c} \\ e_{4,j} = \beta_1 x_{4,j} - \frac{1}{3} x_{4,c} \end{cases} \quad (5)$$

式中: $x_3 = \sum_{j=1}^3 x_{3,j}$ ;  $x_4 = \sum_{j=1}^3 x_{4,j}$ ;  $y_d$ 为期望跟踪信号; $x_{i,c}$ 为虚拟控制信号 $\alpha_{i-1}$ 通过命令滤波器后的输出。

为了方便控制,定义 $e_4 = \sum_{j=1}^3 e_{4,j}$ 。

为确保系统电机之间的同步性能,设计速度同步误差信号为

$$\begin{cases} e_{s,1} = e_{4,2} - e_{4,1} \\ e_{s,2} = e_{4,3} - \frac{e_{4,1} + e_{4,2}}{2} \end{cases} \quad (6)$$

式中: $e_{s,1}$ 为电机 1 和电机 2 的速度同步误差; $e_{s,2}$ 为电机 3 和电机 1、2 平均速度的误差。

设计滤波误差补偿系统为

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_1 = -c_1 \varphi_1 + \varphi_2 + (x_{2,c} - \alpha_1) \\ \dot{\varphi}_2 = -c_2 \varphi_2 - \varphi_1 + \varphi_3 + (x_{3,c} - \alpha_2) \\ \dot{\varphi}_3 = -c_3 \varphi_3 - \varphi_2 + \varphi_4 + (x_{4,c} - \alpha_3) \\ \dot{\varphi}_4 = -c_4 \varphi_4 - \varphi_3 \end{cases} \quad (7)$$

式中: $c_i>0(i=1,2,3,4)$ 为设计参数。

跟踪信号的补偿误差定义为

$$v_i = e_i - \varphi_i \quad (8)$$

式中: $\varphi_i(i=1,2,3,4)$ 为滤波误差补偿信号。

步骤一:选择合适的 Lyapunov 函数为

$$V_1 = \frac{1}{2}v_1^2 \quad (9)$$

$V_1$  的时间导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= v_1(\dot{e}_1 - \dot{\varphi}_1) = v_1(\dot{x}_1 - \dot{y}_d - \dot{\varphi}_1) = \\ &v_1(x_2 - \alpha_1 + \alpha_1 - \dot{y}_d - \dot{\varphi}_1) \end{aligned} \quad (10)$$

选择虚拟控制信号  $\alpha_1$  和误差补偿信号  $\varphi_1$  为

$$\begin{cases} \alpha_1 = -c_1 e_1 + \dot{y}_d \\ \dot{\varphi}_1 = -c_1 \varphi_1 + \varphi_2 + (x_{2,c} - \alpha_1) \end{cases} \quad (11)$$

将式(11)代入式(10)中得:

$$\dot{V}_1 = -c_1 v_1^2 + v_1 v_2 \quad (12)$$

步骤二:由于径向基函数(Radial Basis Function, RBF)神经网络的逼近特性,对于任意的正数  $z_b$ ,连续非线性函数  $f(x)$  总是可以用 RBF 神经网络表示:

$$f(x) = \Delta \beta_1(x_3 - 3rx_1) - (T_\Sigma + T_{add}) = \mathbf{W}^T \mathbf{S}(x) + \varepsilon(x) \quad (13)$$

式中: $\mathbf{W}$ 为权值向量; $\mathbf{S}(x)$ 为基函数向量; $x=(x_1, x_2, x_3)$ ;  $\varepsilon(x)$ 为逼近误差,且  $\varepsilon(x) \leq z_b$ 。

定义  $\bar{\mathbf{W}} = \begin{bmatrix} \mathbf{W} \\ z_b \end{bmatrix}$ ,  $\bar{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}(x) \\ 1 \end{bmatrix}$ , 则:

$$\begin{aligned} f(x) &\leq \begin{bmatrix} \mathbf{W} \\ z_b \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{S}(x) \\ 1 \end{bmatrix} \leq \left| \begin{bmatrix} \mathbf{W} \\ z_b \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{S}(x) \\ 1 \end{bmatrix} \right| \leq \\ &\| \begin{bmatrix} \mathbf{W} \\ z_b \end{bmatrix} \| \| \begin{bmatrix} \mathbf{S}(x) \\ 1 \end{bmatrix} \| \leq \| \bar{\mathbf{W}} \| \| \bar{\mathbf{S}}(x) \| \end{aligned} \quad (14)$$

定义  $\vartheta = \| \bar{\mathbf{W}} \|^2$ 。  $\tilde{\vartheta} = \vartheta - \hat{\vartheta}$ ,  $\hat{\vartheta}$  和  $\tilde{\vartheta}$  分别为估计值和估计误差。

选择 Lyapunov 函数:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}v_2^2 + \frac{1}{2}\tilde{\vartheta}^2 \quad (15)$$

式(15)的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + v_2 \dot{v}_2 - \tilde{\vartheta} \dot{\vartheta} = \\ &\dot{V}_1 + v_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_{2,c} - \dot{\varphi}_2) - \tilde{\vartheta} \dot{\vartheta} \end{aligned} \quad (16)$$

结合式(3)可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + v_2[\beta_1(x_3 - 3rx_1) + \\ &f(x) - \dot{x}_{2,c} - \dot{\varphi}_2] - \tilde{\vartheta} \dot{\vartheta} \end{aligned} \quad (17)$$

由杨氏不等式得:

$$v_2 f(x) \leq \frac{1}{2h^2} v_2^2 \| \bar{\mathbf{W}} \|^2 \bar{\mathbf{S}}^T(x) \bar{\mathbf{S}}(x) + \frac{1}{2} h^2 \quad (18)$$

式中: $h>0$ 。

设计自适应率  $\dot{\vartheta}$  为

$$\dot{\vartheta} = \frac{v_2^2 \bar{\mathbf{S}}^T \bar{\mathbf{S}}}{2h^2} - g \dot{\vartheta} \quad (19)$$

式中: $g>0$ 。

选择虚拟控制信号  $\alpha_2$  和误差补偿信号  $\varphi_2$  为

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= 3r\beta_1 x_1 + \dot{x}_{2,c} - c_2 e_2 - e_1 - \frac{v_2 \tilde{\vartheta} \bar{\mathbf{S}}^T \bar{\mathbf{S}}}{2h^2} \\ \dot{\varphi}_2 &= -c_2 \varphi_2 - \varphi_1 + \varphi_3 + (x_{3,c} - \alpha_2) \end{aligned} \quad (20)$$

将式(19)、式(20)代入式(17)可得:

$$\dot{V}_2 \leq -c_1 v_1^2 - c_2 v_2^2 + v_2 v_3 + g \tilde{\vartheta} \dot{\vartheta} + \frac{1}{2} h^2 \quad (21)$$

步骤三:选择 Lyapunov 函数  $V_3$  为

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2}v_3^2 \quad (22)$$

存在:

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 + v_3 \dot{v}_3 = \dot{V}_2 + v_3(\beta_1 x_4 - \dot{x}_{3,c} - \dot{\varphi}_3) \quad (23)$$

选择虚拟控制信号  $\alpha_3$  和误差补偿信号  $\varphi_3$  为

$$\begin{cases} \alpha_3 = \dot{x}_{3,c} - c_3 e_3 - e_2 \\ \dot{\varphi}_3 = -c_3 \varphi_3 - \varphi_2 + \varphi_4 + (x_{4,c} - \alpha_3) \end{cases} \quad (24)$$

结合式(23)、式(24)得:

$$\dot{V}_3 \leq -\sum_{i=1}^3 c_i v_i^2 + v_3 v_4 + g \tilde{\vartheta} \dot{\vartheta} + \frac{1}{2} h^2 \quad (25)$$

步骤四:选择 Lyapunov 函数  $V_4$  为

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2}v_4^2 \quad (26)$$

同样可得:

$$\dot{V}_4 = \dot{V}_3 + v_4 \dot{v}_4 = \dot{V}_3 + v_4(\beta_1 \sum_{j=1}^3 x_{4,j} - \dot{x}_{4,c} - \dot{\varphi}_4) \quad (27)$$

设计三个无故障电机的控制信号为

$$\begin{aligned}
u_1 &= \frac{1}{\beta_1 \beta_{2,1}} \left[ \beta_1 \beta_{3,1} (x_{3,1} - rx_1) + \beta_1 b_1 x_{4,1} + \frac{1}{3} \dot{x}_{4,c} - \right. \\
&\quad \left. c_4 e_{4,1} - \frac{1}{3} e_3 + k_{s1} e_{s,1} + k_{s2} e_{s,1} + \frac{1}{2} k_{s3} e_{s,2} \right] \\
u_2 &= \frac{1}{\beta_1 \beta_{2,2}} \left[ \beta_1 \beta_{3,2} (x_{3,2} - rx_1) + \beta_1 b_2 x_{4,2} + \frac{1}{3} \dot{x}_{4,c} - \right. \\
&\quad \left. c_4 e_{4,2} - \frac{1}{3} e_3 - k_{s1} e_{s,1} - k_{s2} e_{s,1} + \frac{1}{2} k_{s3} e_{s,2} \right] \\
u_3 &= \frac{1}{\beta_1 \beta_{2,3}} \left[ \beta_1 \beta_{3,3} (x_{3,3} - rx_1) + \beta_1 b_3 x_{4,3} + \frac{1}{3} \dot{x}_{4,c} - \right. \\
&\quad \left. c_4 e_{4,3} - \frac{1}{3} e_3 - k_{s3} e_{s,2} \right]
\end{aligned} \quad (28)$$

将式(28)和式(3)代入式(27)得:

$$\begin{aligned}
\dot{V}_4 &= \dot{V}_3 + v_4 (-c_4 v_4 - v_3) \leq \\
&\quad - \sum_{i=1}^4 c_i v_i^2 + g \tilde{\vartheta} \dot{\vartheta} + \frac{1}{2} h^2
\end{aligned} \quad (29)$$

### 3 稳定性分析

对于有一个故障电机的四电机伺服系统式(2),基于式(4)中给出的命令滤波器,选择式(28)中的控制信号、式(7)中的误差补偿信号和式(19)中的自适应率,则伺服系统的位置跟踪误差将在有限时间内收敛到原点的小邻域内。

考虑以上情况,选取总的 Lyapunov 函数:

$$V = V_4 + \frac{1}{2} e_{s,1}^2 + \frac{1}{2} e_{s,2}^2 \quad (30)$$

式(30)的时间导数为

$$\dot{V} = \dot{V}_4 + e_{s,1} \dot{e}_{s,1} + e_{s,2} \dot{e}_{s,2} \quad (31)$$

速度同步误差的时间导数为

$$\dot{e}_{s,1} = \dot{e}_{4,2} - \dot{e}_{4,1} = - (c_4 + 2k_{s1} - 2k_{s2}) e_{s,1} \quad (32)$$

$$\dot{e}_{s,2} = \dot{e}_{4,3} - \frac{\dot{e}_{4,1} + \dot{e}_{4,2}}{2} = - \left( c_4 + \frac{3}{2} k_{s3} \right) e_{s,2} \quad (33)$$

将式(29)、式(32)和式(33)代入式(31)中得:

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= - \sum_{i=1}^4 c_i v_i^2 + g \tilde{\vartheta} \dot{\vartheta} + \frac{1}{2} h^2 - (c_4 + 2k_{s1} - \\
&\quad 2k_{s2}) e_{s,1}^2 - \left( c_4 + \frac{3}{2} k_{s3} \right) e_{s,2}^2 \leq \\
&\quad - \sum_{i=1}^4 c_i v_i^2 - \frac{g}{2} \tilde{\vartheta}^2 + \frac{g}{2} \vartheta^2 + \frac{1}{2} h^2 - (c_4 + \\
&\quad 2k_{s1} - 2k_{s2}) e_{s,1}^2 - \left( c_4 + \frac{3}{2} k_{s3} \right) e_{s,2}^2 \leq
\end{aligned}$$

$$- aV + b \quad (34)$$

式中:  $a = \min \left\{ 2c_1, 2c_2, 2c_3, 2c_4, \frac{g}{2}, (c_4 + 2k_{s1} - 2k_{s2}), \left( c_4 + \frac{3}{2} k_{s3} \right) \right\}$ ;  $b = \frac{g}{2} \vartheta^2 + \frac{1}{2} h^2$ 。

由此得出:有故障的伺服系统仍然可以保证系统状态的实际有限时间稳定性,同时,无故障电机之间的速度同步误差可以在有限时间内收敛到原点的小邻域内。

### 4 仿真实验

本文的容错控制方案针对四电机伺服系统中单个电机故障的问题,提出了一种基于命令滤波反步法的容错控制方案。当有电机故障,切断故障电机后,四电机系统变为非对称结构的三电机系统。在 Matlab 中对该容错控制方案的可行性进行仿真实验。模型参数和其他参数分别如表 1 和表 2 所示。

表 1 模型参数

Tab. 1 Model parameters

参数名称	电机 1	电机 2	电机 3
转动惯量/(kg·m <sup>2</sup> )	0.8	0.8	0.8
转矩系数/(N·m·A <sup>-1</sup> )	0.641	0.641	0.641
摩擦系数/(N·m·s·rad <sup>-1</sup> )	0.5	0.5	0.5
负载转动惯量/(kg·m <sup>2</sup> )		5	
刚度系数/(N·m·A <sup>-1</sup> )		10	
总减速比		8	

表 2 其他参数

Tab. 2 Other parameters

参数名称	参数值	参数名称	参数值
$c_1$	500	$k_{s1}$	0.15
$c_2$	800	$k_{s2}$	0.17
$c_3$	500	$k_{s3}$	0.11
$c_4$	300	$\omega_n$	10 <sup>4</sup>
$g$	1	$\zeta$	0.8
$h$	1	—	—

选取系统的期望信号为  $y_d = \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{2}$ , 仿真结果如图 3~图 7 所示。

图 3 为电机的位置曲线,图 4 为电机的速度曲线,图 5 为单电机故障后不用控制方案和采用本容错控制方案的负载位置跟踪曲线,图 6 为单电机故障后不用控制方案和采用本容错控制方案的位置跟踪误差曲线,图 7 为速度同步误差曲线。

电机 1、电机 2 和电机 3 的位置信号如图 3(a) 所示。电机 4 故障产生的不平衡偏执力矩和拖动故障电机产生的摩擦力矩等如图 3(b) 所示, 每当电机转换方向时会产生震荡。

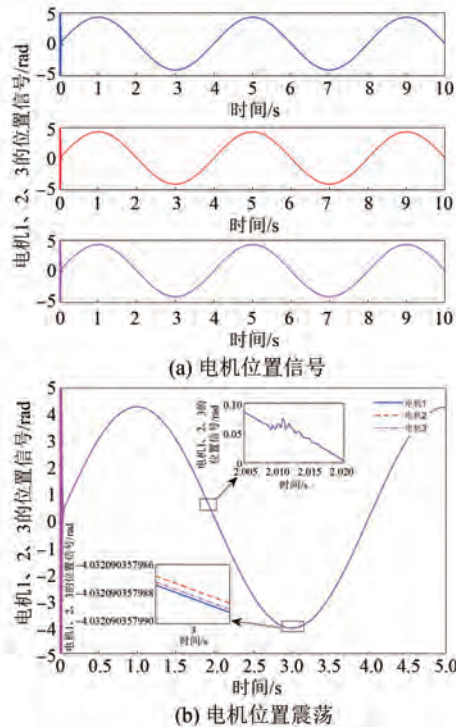


图 3 电机位置曲线  
 Fig. 3 Motor position curves

电机 1、电机 2、电机 3 的速度曲线如图 4 所示。电机产生了如图 3(b) 所示的位置震荡, 导致电机的速度也会有震荡产生。

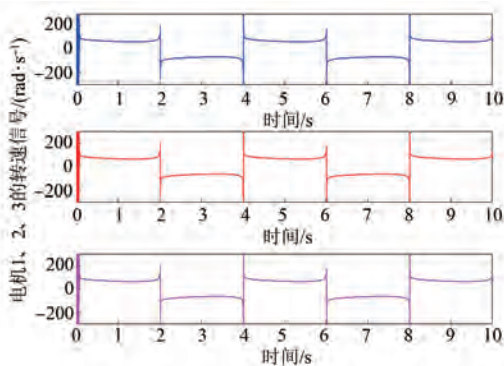


图 4 电机速度曲线  
 Fig. 4 Motor speed curves

从图 5 可以看出“容错控制”的负载比“单电机故障”可以更稳定的跟踪期望信号。从图 6 和表 3 可以看出“单电机故障”相比“容错控制”的

跟踪误差更小, 在  $-6.71277 \times 10^{-6}$  rad ~  $-3.48664 \times 10^{-6}$  rad 之间, 并且“容错控制”的跟踪误差峰值明显更小。由此看出, 本文所提容错控制法效果良好。

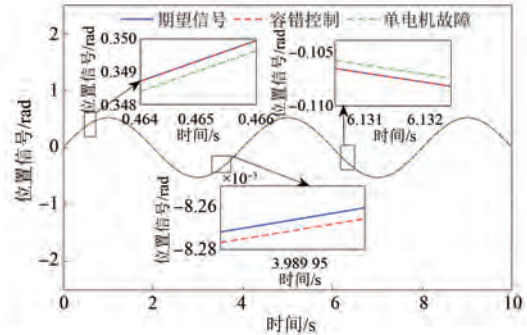


图 5 位置跟踪  
 Fig. 5 Position tracking

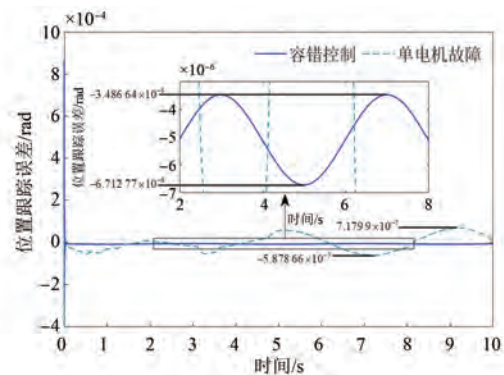


图 6 位置跟踪误差  
 Fig. 6 Position tracking errors

图 7 中电机 1 与电机 2 之间的速度误差为第一组; 电机 3 与电机 1、2 平均速度之间的误差为第二组。图中从上往下分别为第一组电机的速度误差、第二组电机的速度误差和组间的速度误差。由图可知第一组的误差可以稳定在  $-3 \times 10^{-11}$  rad/s ~  $2.5 \times 10^{-11}$  rad/s 之间; 第二组的误差在  $-2.5 \times 10^{-11}$  rad/s ~  $2 \times 10^{-11}$  rad/s 之间; 第一与第二组的组间误差保持在  $-2.5 \times 10^{-11}$  rad/s ~  $2.5 \times 10^{-11}$  rad/s 之间, 由此可以看出速度同步性能比较好。

表 3 跟踪性能定量分析表

Tab. 3 Quantitative analysis table for tracking performance

control method	error peak	error mean
容错控制	-0.349	0.532
单电机故障	7.179	7.398

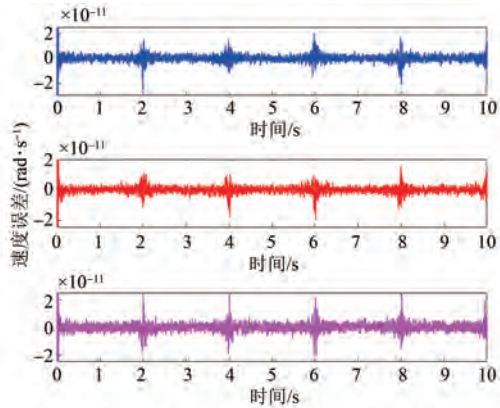


图7 速度同步误差

Fig.7 Velocity synchronization errors

## 5 结语

本文提出了一种单个电机故障情况下四电机伺服系统的容错控制策略。当一个电机故障后,可以使用剩余的正常电机继续完成任务。提出了结合命令滤波和反步法的容错控制方法,设计滤波误差补偿系统来提高控制精度,考虑了系统中电机间的速度同步误差,系统的速度同步误差和跟踪误差都可以收敛到原点的小邻域内。通过仿真验证了本文提出的容错控制方法的可行性。由仿真结果可以得出本文提出的控制方法能使四电机伺服系统在一个电机完全故障的情况下仍然能很好的对期望信号进行跟踪,相比于不采用控制方法的系统具有明显的优越性,而且采用容错控制后系统能保持良好的速度同步性能。

## 参考文献

- [ 1 ] 于慧慧,于金鹏,刘加朋,等. 基于指令滤波的PMSMs全状态约束有限时间控制[J]. 控制工程, 2023, 30(1): 18-26.  
YU H H, YU J P, LIU J P, et al. Command filtered-based finite-time position tracking control of permanent magnet synchronous motor with full-state constraints [ J ]. Control Engineering of China, 2023, 30(1): 18-26.
- [ 2 ] 方圣龙,樊继东. 一种基于自抗扰的永磁同步电机复合控制策略[J]. 电机与控制应用, 2023, 50(10): 62-69.  
FANG S L, FAN J D. A composite control strategy of permanent magnet synchronous motor based on active disturbance rejection [ J ]. Electric Machines &

Control Application, 2023, 50(10): 62-69.

- [ 3 ] WANG M L, REN X M, LI L W, et al. Adaptive optimal integral sliding mode control for a dual-motor driving servo system [ C ] // 2017 36th Chinese Control Conference, Dalian, 2017.
- [ 4 ] 何建华,宋润生,蔡明洁,等. 基于命令滤波反步法的双电机离散同步控制[J]. 电机与控制应用, 2023, 50(9): 35-41+48.  
HE J H, SONG R S, CAI M J, et al. Synchronous discrete control of dual-motor system based on command filtered backstepping method [ J ]. Electric Machines & Control Application, 2023, 50(9): 35-41+48.
- [ 5 ] 王海荟,崔国增,李泽,等. 四旋翼飞行器固定时间自适应轨迹跟踪控制[J]. 控制工程, 2022, 29(5): 861-866.  
WANG H H, CUI G Z, LI Z, et al. Fixed-time adaptive trajectory tracking control for a quadrotor UAV [ J ]. Control Engineering of China, 2022, 29(5): 861-866.
- [ 6 ] DING R Z, DING C Y, XU Y L, et al. Neural network-based robust integral error sign control for servo motor systems with enhanced disturbance rejection performance [ J ]. ISA Transactions, 2022, 129(Part A): 580-591.
- [ 7 ] LU H C, YANG D X, SU Z D. Improved sliding mode control for permanent magnet synchronous motor servo system [ J ]. IET Power Electronics, 2023, 16(2): 169-179.
- [ 8 ] 赵科淇,于金飞,刘加朋,等. 永磁同步电动机指令滤波离散容错控制[J/OL]. 控制工程, 2023-11-15. <https://link.cnki.net/doi/10.14107/j.cnki.kzgc.20220761>.  
ZHAO K Q, YU J F, LIU J P, et al. Discrete fault tolerant control of permanent magnet synchronous motor via command filtering [ J/OL ]. Control Engineering of China, 2023-11-15. <https://link.cnki.net/doi/10.14107/j.cnki.kzgc.20220761>.
- [ 9 ] DING L S, WANG W, YU Y. Finite-time adaptive NN control for permanent magnet synchronous motors with full-state constraints [ J ]. Neurocomputing, 2021, 449: 435-442.
- [ 10 ] 陈威,吴益飞,杜仁慧,等. 双电机同步驱动伺服系统的鲁棒动态面控制[J]. 信息与控制, 2013, 5: 625-631.  
CHEN W, WU Y F, DU R H, et al. Robust dynamic

- surface control for the servo system driven by two motors synchronously [J]. *Information and Control*, 2013, 5: 625-631.
- [11] 吴玉香, 王萍. 基于反馈线性化同步伺服电机鲁棒跟踪控制[J]. *控制工程*, 2008, 15(1): 46-49.  
WU Y X, WANG P. Robust tracking control for synchronous servo-motor based on feedback linearization [J]. *Control Engineering of China*, 2008, 15(1): 46-49.
- [12] 张国斌, 于金鹏, 于海生, 等. 永磁同步电机动态面模糊离散速度调节控制[J]. *电机与控制应用*, 2019, 46(4): 1-7.  
ZHANG G B, YU J P, YU H S, et al. Fuzzy approximation based dynamic surface discrete speed regulation control for permanent magnet synchronous motor [J]. *Electric Machines & Control Application*, 2019, 46(4): 1-7.
- [13] WAN J, MEI C L, QIAN F, et al. Adaptive robust failure compensation control for servo system driven by twin motors [J]. *IEEE Access*, 2020, 9: 542-550.
- [14] YAN Z C, TAN J B, LIANG B, et al. Active fault-tolerant control integrated with reinforcement learning application to robotic manipulator [C] // 2022 American Control Conference, Atlanta, GA, 2022.
- [15] 陈海亭, 刘加朋, 于金鹏, 等. 含传感器和执行器故障的机械臂有限时间自适应容错控制[J/OL]. *控制工程*, 2023-11-16. <https://link.cnki.net/doi/10.14107/j.cnki.kzgc.20230231>.  
CHEN H T, LIU J P, YU J P, et al. Finite-time adaptive fault-tolerant control of manipulator considering sensor and actuator faults [J/OL]. *Control Engineering of China*, 2023-11-16. <https://link.cnki.net/doi/10.14107/j.cnki.kzgc.20230231>.
- [16] SHI P S, WANG X Q, MENG X, et al. Adaptive fault-tolerant control for open-circuit faults in dual three-phase PMSM drives [J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2022, 38(3): 3676-3688.
- [17] HU S Y, REN X M, ZHENG D D. Integral predictor based prescribed performance control for multi-motor driving servo systems [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2022, 359(16): 8910-8932.
- [18] GAO Y, WU Y F, GUO J, et al. Adaptive control of four motor servo systems based on characteristic model and gradient projection estimator [J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 192239-192247.
- [19] 李京. 基于双滑模的 PMSM 控制及多电机转速同步研究[D]. 马鞍山: 安徽理工大学, 2023.  
LI J. Research on PMSM control and multi-motor speed synchronization based on double sliding mode [D]. Ma' anshan: Anhui University of Science and Technology, 2023.
- [20] HU S Y, REN X M, WANG M L, et al. Observer-based optimal adaptive control for multimotor driving servo systems [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2021, 31(18): 9745-9766.

---

收稿日期:2023-11-26

收到修改稿日期:2024-03-05

作者简介:

辛洪敏(1997-),男,硕士研究生,研究方向为多电机伺服系统容错控制,145430074@qq.com;

\*通信作者:王保防(1988-),男,博士,副教授,研究方向为高精度伺服控制和非线性系机器人轨迹跟踪控制,baofangtc@163.com。



# Four-Motor Synchronously Driving Servo System Fault-Tolerant Control with Unknown Inertia and Unbalanced Torque

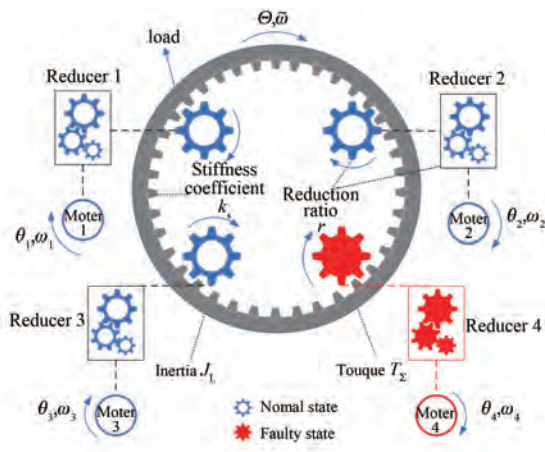
XIN Hongmin<sup>1</sup>, CAI Mingjie<sup>1,2</sup>, WANG Baofang<sup>1,2\*</sup>

(1. School of Automation, Qingdao University, Qingdao 266071, China;

2. Shandong Key Laboratory of Industrial Control Technology, Qingdao 266071, China)

**Key words:** four-motor servo system; command filtered backstepping; fault-tolerant control; neural network

In this paper, a fault-tolerant control scheme based on command filtered backstepping method is proposed for the failure of a single motor in a four-motor servo system. And four-motor servo system with single motor failure is shown as Fig.1.

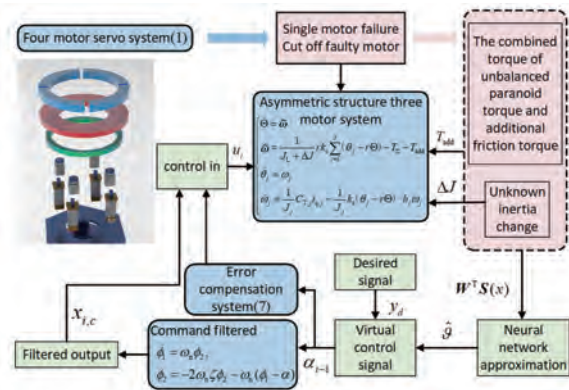


**Fig. 1 Four-motor servo system with single motor failure**

Firstly, a dynamic model of the fault servo system with unknown inertia and unbalanced torque is established, the dynamic model is shown as formula (1):

$$\begin{cases} \dot{\Theta} = \tilde{\omega} \\ \dot{\tilde{\omega}} = \frac{1}{J_L} r k_s \sum_{j=1}^4 (\theta_j - r\Theta) - T_\Sigma \\ \dot{\theta}_j = \omega_j \\ \dot{\omega}_j = \frac{1}{J_j} C_{T,j} i_{q,j} - \frac{1}{J_j} k_s (\theta_j - r\Theta) - b_m \omega_j \end{cases} \quad (1)$$

Subsequently, the controller is designed using command filtered backstepping technology, in which an error compensation system is designed to improve the control accuracy. In addition, the neural network is used to deal with the nonlinear disturbance caused by the faulty motor, and the synchronization error feedback signal between the motors is introduced to realize the synchronous control of the asymmetric structure multi-motor system with a single motor fault. The fault-tolerant control block diagram is known as Fig.2.



**Fig. 2 Fault-tolerant control block diagram**

Finally, based on the Lyapunov stability theory, the stability of the closed-loop system under the condition of single motor failure is proved. Combined with the proposed control method, simulation experiments are designed to verify the effectiveness and superiority of the proposed control method.