

基于事件触发的四电机驱动系统 有限时间同步控制

杨胜喜^{1,2}, 蔡明洁^{1,2*}, 王保防^{1,2}

(1. 青岛大学 自动化学院, 山东 青岛 266071;

2. 山东省工业控制技术重点实验室, 山东 青岛 266071)

Event-Triggered Finite-Time Synchronization Control for Four-Motor Drive Systems

YANG Shengxi^{1,2}, CAI Mingjie^{1,2*}, WANG Baofang^{1,2}

(1. School of Automation, Qingdao University, Qingdao 266071, China;

2. Shandong Key Laboratory of Industry Control Technology, Qingdao 266071, China)

Abstract: [Objective] Aiming at the four-motor synchronous drive servo system, this paper investigates an event-triggered finite-time command filtering control (ET-FNCFC) strategy to ensure servo control performance while reducing control signal update frequency, addressing bandwidth resource constraints in network control applications such as teleoperation and high-power multi-axis servo systems. [Methods] Firstly, the dynamics model of the four-motor synchronous drive servo system was established, and the finite-time controller was constructed by employing the command filtering backstepping control technique. Combined with the improved cross-coupling synchronization architecture, synchronization feedback signals between the two sets of motors were designed to enhance inter-motor synchronization performance. Secondly, the event-triggered conditions were formulated to avoid the Zeno phenomenon, thereby reducing control signal update frequency while minimising the impact on control performance. Subsequently, the closed-loop system stability was rigorously proved using Lyapunov stability theory and finite-time stability lemma. Finally, simulation and analysis were carried out based on Matlab/Simulink to compare the

proposed ET-FNCFC with the time-triggered finite-time command filtering control (TT-FNCFC). [Results] The sine signal was selected as the system tracking signal. The load tracking effect, tracking error, synchronization error, and trigger times of ET-FNCFC and TT-FNCFC were compared and analyzed. The results demonstrated that the proposed ET-FNCFC strategy rapidly converged to the desired reference signal, achieved lower synchronization error compared to TT-FNCFC, while significantly reducing event-induced communication frequency to conserve system resources. The simulation results validated both the effectiveness and advantages of the proposed strategy. [Conclusion] The event-triggered control strategy can effectively reduce the occupation of communication resources, and the finite-time synchronization control not only accelerates the convergence speed, but also achieves precise load tracking and motor synchronization, providing a new solution for the high-performance control of multi-motor drive systems.

Key words: command filtering; finite-time synchronization control; multi-motor drive system; event-triggered control

基金项目: 国家自然科学基金(62573250); 山东省高校青年创新团队计划(2024KJH124); 山东省自然科学基金(ZR2024QF008); 青岛市自然科学基金(25-1-1-159-zyyd-jch)

National Natural Science Foundation of China (62573250); The Team Plan for Youth Innovation of Universities in Shandong Province (2024KJH124); National Natural Science Foundation of Shandong Province (ZR2024QF008); National Natural Science Foundation of Qingdao (25-1-1-159-zyyd-jch)

摘要: [目的] 针对四电机同步驱动伺服系统, 本文提出了一种事件触发有限时间命令滤波控制策略, 以确保伺服控制性能, 同时降低控制信号更新频率, 解决遥操作、大功率多轴伺服系统网络控制中的带宽资源有限的问题。[方法] 首先, 建立四电机同步驱动伺服系统的动力学模型, 采用命令滤波反步控制技术, 构建有限时间控制器, 结合改进的交叉耦合同步架构, 设计两组电机之间的同步反馈信号, 以提高电机间的同步性能; 其次, 构建事件触发条件, 避免芝诺现象, 降低控制信号更新频率,

同时将对控制性能的影响降至最低;然后,通过 Lyapunov 稳定性理论及有限时间稳定引理,证明闭环系统的稳定性;最终,基于 Matlab/Simulink 进行仿真分析,将所提 ET-FNCFC 与时间触发有限时间命令滤波控制(TT-FNCFC)进行对比。【结果】选取正弦信号作为系统跟踪信号。对比分析 ET-FNCFC 与 TT-FNCFC 的负载跟踪效果、跟踪误差、同步误差和触发次数。结果表明,相较于 TT-FNCFC 策略,本文所提 ET-FNCFC 策略能够快速跟踪期望信号,实现更低的同步误差,同时显著降低通信频率,节约资源。仿真结果验证了所提策略的有效性及其优越性。【结论】事件触发控制策略可以有效减少通信资源的占用,有限时间同步控制不仅可以加快收敛速度,还可以实现良好的负载跟踪和电机同步,为多电机驱动系统的高性能控制提供了一种新的解决方案。

关键词: 命令滤波;有限时间同步控制;多电机驱动系统;事件触发控制

0 引言

近年来,多电机同步驱动伺服系统在工业机器人、数控机床及航空航天等高精度控制领域得到广泛应用^[1-4]。然而,在遥操作、大功率多轴伺服系统的网络化控制中,有限的通信带宽和计算资源使传统周期控制策略受到了极大影响^[5-7]。事件触发控制(Event-Triggered Control, ETC)仅在系统状态满足触发条件时更新控制信号,可有效降低控制信号更新频率,减少网络通信负担。同时,与单电机驱动系统相比,多电机驱动系统能够满足大功率、大惯量和高可靠性的控制需求,但其机械与电磁架构复杂、各轴特性不一致以及惯量不匹配等特性严重制约系统的控制性能。此外,控制设计中需要同时考虑各轴电机之间的同步性,避免电机间的转速与转矩偏差产生“伺服打架”问题,损伤机械结构并产生额外的能量损耗。因此,如何在降低通信负担的同时保证高精度同步控制,是一个需要关注的研究领域。

实际的数字控制系统通常采用固定采样时间触发机制,其中控制信号以固定采样周期更新。尽管这种机制易实现,但考虑到通信带宽的限制,可能导致通信网络过载。解决这一问题的有效方法是采用 ETC 策略,即只在满足触发条件时发送控制或反馈信号,从而优化通信资源的利用。文献[8]设计了一种带有状态预测器的事件触发一

致性控制协议,在时变组合连通拓扑条件下实现高精度平均一致性。针对切换非线性系统,文献[9]提出了一种基于自适应动态规划技术的切换事件触发最优控制方法。文献[10]提出了一种使用动态事件触发机制的无人水面车辆编队跟踪控制器来解决执行器故障问题。文献[11]提出了一种永磁同步电机的自适应事件触发位置跟踪控制方法。文献[12]提出了一种基于事件触发的多模型预测转矩控制方法,以降低永磁同步电机控制系统的开关频率和平均运算量。文献[13]提出了一种事件触发自抗扰控制方法,实现了直流力矩电机的位置跟踪。文献[14]提出了一种事件触发有限控制集模型预测控制策略,该策略利用永磁同步电机驱动器滑模观测器,减少了由冗余控制动作引起的计算负担和开关损耗,且不会牺牲伺服跟踪性能。上述研究大多集中于单个电机以及非线性系统的控制问题,对多电机伺服系统的同步控制与伺服控制研究较少。如何构建多电机的事件触发控制律,是目前需要研究的问题。

多电机伺服系统阶次更高、变量更多,且具有复杂的电、磁和机械耦合关系。针对多电机伺服系统复杂动态特性导致的同步分析与控制设计困难的问题,许多学者对多电机伺服系统进行了研究。文献[15]在离散时间域建立了四电机系统的低阶模型,并设计了多功率终端滑模控制器进行位置跟踪。文献[16]将反步法结合最优控制,既保证了误差的收敛,又保证了最优性能。文献[17]在反步法的基础上提出了动态面控制(Dynamic Surface Control, DSC),设计了动态面模糊离散速度控制方法,应用动态面技术处理虚拟控制信号。文献[18]开发了带有补偿机制的命令滤波控制(Command Filter Control, CFC)策略,减少了滤波误差。文献[19]在双电机系统的有限时间控制框架下进一步扩展了 CFC。上述研究中,考虑到多电机系统的高阶、非线性特点,一般采用反步法作为有效的控制设计方法。然而,在反步法中,反复计算虚拟控制信号的导数会导致复杂度爆炸问题。文献[17]和[20]在 DSC 中使用滤波器,避免了重复求导,但引入了滤波误差,影响了系统控制精度。为解决此问题,文献[21-22]在 CFC 中开发辅助补偿机制,消除了滤波误

差。除了位置跟踪外,电机同步对于多电机驱动系统也至关重要,要求所有电机以相似的速度运行以实现协调控制性能。文献[23]开发了几种同步结构,包括非耦合控制结构和耦合控制结构。文献[24]根据四电机伺服系统的机械结构特性,设计了速度和扭矩同步控制信号,以确保系统实现高水平同步性能;同时使用 CFC 处理虚拟控制信号,优化动态响应性能,并建立了误差补偿机制以减小滤波误差。文献[25]提出了一种基于命令滤波反步法的容错控制方法,建立了带有未知惯量和不平衡力矩的故障系统动力学模型,通过构建误差补偿系统提高了控制精度,并利用神经网络处理故障电机引起的非线性扰动,设计同步误差信号实现了电机同步。文献[26]通过设计双曲正切函数来调节同步控制输入,提出了一种自适应相邻交叉耦合同步结构,降低了同步与跟踪之间的耦合效应。然而,上述研究大多都没考虑网络控制中的通信资源问题。基于此,考虑到实际应用中有限的通信带宽,本文提出了一种多电机驱动系统的事件触发有限时间命令滤波控制(Event-Triggered Finite-Time Command Filtering Control, ET-FNCFC)策略,以实现高性能的跟踪

和同步。本文主要贡献可以概括如下。

(1)提出了一种多电机驱动系统控制器到执行器通道的 ETC 策略。与现有的多电机驱动系统周期性更新控制信号的策略相比,所提策略考虑了通信带宽约束,仅在满足触发条件时才更新控制信号,不仅节约了通信资源,还获得了理想的控制性能。

(2)针对多电机系统的跟踪和同步控制问题,结合 ETC 策略,提出了一种有限时间命令滤波控制(Finite-Time Command Filtering Control, FNCFC)方法,通过命令滤波降低计算复杂度,通过补偿机制减小滤波误差。同时,提出一种四台电机的分组控制方法,将控制输入叠加在电流指令上,快速实现速度同步。

1 系统模型

在常见的四电机伺服系统架构中,四个独立电机通过四个减速器以相同的速度驱动负载,在与驱动器相连的上位机中可以获得四个电机之间的共享信息。四电机伺服系统结构如图 1 所示。

四电机伺服系统的模型为

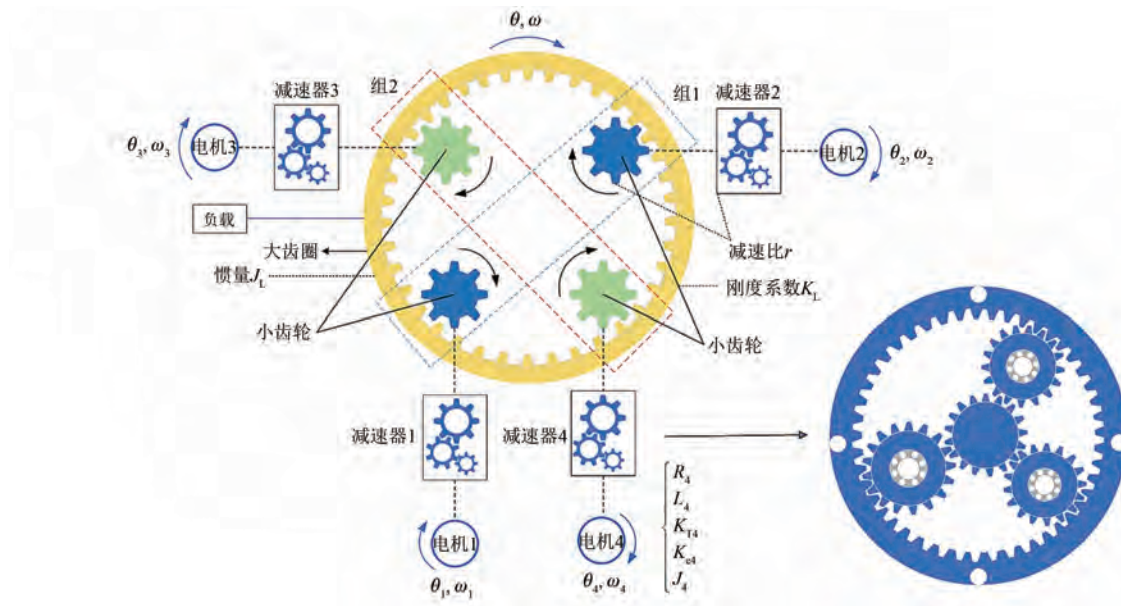


图 1 四电机伺服系统结构

Fig. 1 Four-motor servo system structure

$$\begin{cases} \dot{\theta}_L(t) = \omega_L(t) \\ \dot{\omega}_L(t) = \frac{K_L r}{J_L} \sum_{j=1}^4 (\theta_j - r\theta_L) + \tau_f \\ \dot{\theta}_j(t) = \omega_j(t) \\ \dot{\omega}_j(t) = \frac{K_{Tj}}{J_j} i_j(t) - \frac{K_L}{J_j} (\theta_j - r\theta_L) - \frac{b_j}{J_j} \omega_j(t) \\ \dot{i}_j(t) = \frac{1}{L_j} u_j(t) - \frac{1}{L_j} R_j i_j(t) - \frac{1}{L_j} K_{ej} \omega_j(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中:下标 $j(j=1,2,3,4)$ 为四台电机的编号; θ_L 、 ω_L 和 J_L 分别为负载的角位置、角速度和转动惯量; θ_j 、 ω_j 、 J_j 、 i_j 、 u_j 、 R_j 、 L_j 、 b_j 、 K_{Tj} 和 K_{ej} 分别为电机 j 的角位置、角速度、转动惯量、电流、电压、电阻、电感、粘性摩擦因数、电磁力矩常数和反电动势常数; r 为折算到负载侧的总减速比; K_L 为刚度系数; τ_f 为摩擦扭矩。

为方便推导,将状态变量定义为

$$\begin{cases} x_1 = \theta_L(t) \\ x_2 = \omega_L(t) \\ x_{3j} = \theta_j(t) \\ x_{4j} = \omega_j(t) \\ x_{5j} = i_j \end{cases} \quad (2)$$

因此,四电机系统的状态空间方程可以表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \eta_1(x_3 - 4rx_1) - \psi \\ \dot{x}_{3j} = x_{4j} \\ \dot{x}_{4j} = \eta_{2j}x_{5j} - \eta_{3j}(x_{3j} - rx_1) - \eta_{4j}x_{4j} \\ \dot{x}_{5j} = \eta_{5j}u_j - \eta_{6j}x_{4j} - \eta_{7j}x_{5j} \end{cases} \quad (3)$$

式中: $x_3 = \sum_{j=1}^4 x_{3j}$; $x_4 = \sum_{j=1}^4 x_{4j}$; $\psi = -\frac{\tau_f}{J_L}$; $\eta_1 = \frac{rK_L}{J_L}$; $\eta_{2j} = \frac{K_{Tj}}{J_j}$; $\eta_{3j} = \frac{K_L}{J_j}$; $\eta_{4j} = \frac{b_j}{J_j}$; $\eta_{5j} = \frac{1}{L_j}$; $\eta_{6j} = \frac{K_{ej}}{L_j}$; $\eta_{7j} = \frac{R_j}{L_j}$ 。

控制目标是设计一个事件触发控制器,使负载位置跟踪参考信号,电机速度保持同步,同时保持通信资源。

2 有限时间命令滤波器

在控制设计部分,为了避免传统反步法的重复导数问题,使用了命令滤波器。此外,为了实现闭环系统的有限时间收敛,采用有限时间命令滤波器对虚拟控制信号进行滤波,其设计形式如式(4)所示:

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_{i,1} = \varphi_{i,2} - \kappa_{i1} |\varphi_{i,1} - \alpha_i|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\varphi_{i,1} - \alpha_i) \\ \dot{\varphi}_{i,2} = -\kappa_{i2} \text{sign}(\varphi_{i,2} - \dot{\varphi}_{i,1}) \end{cases} \quad (4)$$

式中: α_i 为滤波器的输入信号,也表示反步控制设计过程中第 i 步的虚拟控制信号; $\varphi_{i,1}$ 、 $\varphi_{i,2}$ 为滤波器的输出信号; κ_{i1} 、 κ_{i2} 为滤波器增益, $\kappa_{i1} > 0$, $\kappa_{i2} > 0$; $\text{sign}(\cdot)$ 为符号函数。

引理 1^[22]: 考虑非线性系统 $\dot{x} = F(x)$, 若存在连续可微的正函数 $V(x)$, 且有标量 $\beta, \gamma > 0, 0 < p < 1, 0 < \varpi < \infty$ 使得:

$$\dot{V}(x) \leq -\beta V(x) - \gamma V^p(x) + \varpi \quad (5)$$

则 $\dot{x} = F(x)$ 是实用有限时间稳定的。

引理 2^[27]: 如果 κ_{i1} 、 κ_{i2} 选择得当,则在有限时间的瞬态过程中,当无输入噪声时,有:

$$\begin{aligned} \varphi_{i,1} &= \alpha_i \\ \iota_{i,1} &= \dot{\alpha}_i \end{aligned} \quad (6)$$

且相应的动态系统的解是有限时间稳定的。

在工业应用中,由于测量噪声无法避免,滤波器输入信号可以改写为 $\alpha_i = \alpha_{i0} + \delta$, α_{i0} 为未受干扰信号, $\delta > 0$ 。在这种情况下,引理 3 给出了一个更实用的结论。

引理 3^[27]: 若 α_i 受噪声干扰,且满足不等式 $|\alpha_i - \alpha_{i0}| \leq \kappa$, 则在有限时间内,有:

$$\begin{aligned} |\varphi_{i,1} - \alpha_{i0}| &\leq \mu_{i,1} \kappa = \varpi_1 \\ |\iota_{i,1} - \dot{\alpha}_{i0}| &\leq \mu_{i,2} \kappa^{\frac{1}{2}} = \varpi_2 \end{aligned} \quad (7)$$

式中: $\kappa > 0$; $\mu_{i,1}$ 和 $\mu_{i,2}$ 为仅取决于滤波器增益的正常数; ϖ_1 和 ϖ_2 为正常数。

虽然虚拟控制信号的导数可以用命令滤波器近似,但滤波误差阻碍了系统达到更高的精度。因此,设计辅助补偿机制来减小滤波误差,如式(8)所示:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1 = \xi_2 - c_1 \xi_1 + (x_{2,c} - \alpha_1) - l_1 \text{sign}(\xi_1) \\ \dot{\xi}_2 = \xi_3 - \xi_1 - c_2 \xi_2 + (x_{3,c} - \alpha_2) - l_2 \text{sign}(\xi_2) \\ \dot{\xi}_3 = \xi_4 - \xi_2 - c_3 \xi_3 + (x_{4,c} - \alpha_3) - l_3 \text{sign}(\xi_3) \\ \dot{\xi}_4 = \sum_{j=1}^4 \xi_{5j} - \xi_3 - c_4 \xi_4 + \sum_{j=1}^4 (x_{5j,c} - \alpha_{4j}) - l_4 \text{sign}(\xi_4) \\ \dot{\xi}_{5j} = -\xi_4 - c_{5j} \xi_{5j} - l_{5j} \text{sign}(\xi_{5j}) \end{cases} \quad (8)$$

式中: ξ_i 为滤波误差补偿信号, $i=1, 2, 3, 4$; c_i, l_i 为设计参数; $x_{i,c}$ 为虚拟控制信号 α_{i-1} 通过命令滤波器后的输出信号。

引理 4^[28]: 设函数 $g(x)$ 是在紧集 Ω 上的连续函数。对于任何标量 $\delta > 0$, 存在一个模糊逻辑系统 $\mathbf{W}^T \mathbf{S}(x)$ 满足:

$$\sup_{x \in \Omega} |g(x) - \mathbf{W}^T \mathbf{S}(x)| \leq \delta \quad (9)$$

式中: $\mathbf{W} = [W_1, \dots, W_N]^T$ 为理想权向量; $\mathbf{S}(x) = [p_1(x), p_2(x), \dots, p_N(x)]^T / \sum_{i=1}^N p_i(x)$ 为当 $N > 1$ 时的基函数向量, 设定 $x = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in \mathbf{R}^n$, $p_i = \prod_j \mu_{\Lambda}^i(x_j)$ 为第 i 条模糊规则的激活条件, μ_{Λ}^i 为高斯函数。

引理 5^[29]: 对于 $\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_n \geq 0, k=1, \dots, n, 0 < c < 1$, 不等式 (10) 成立:

$$\left(\sum_{k=1}^n |\vartheta_k| \right)^c \leq \sum_{k=1}^n |\vartheta_k|^c \quad (10)$$

3 控制器设计

基于事件触发机制的四电机伺服系统自适应控制框图如图 2 所示。

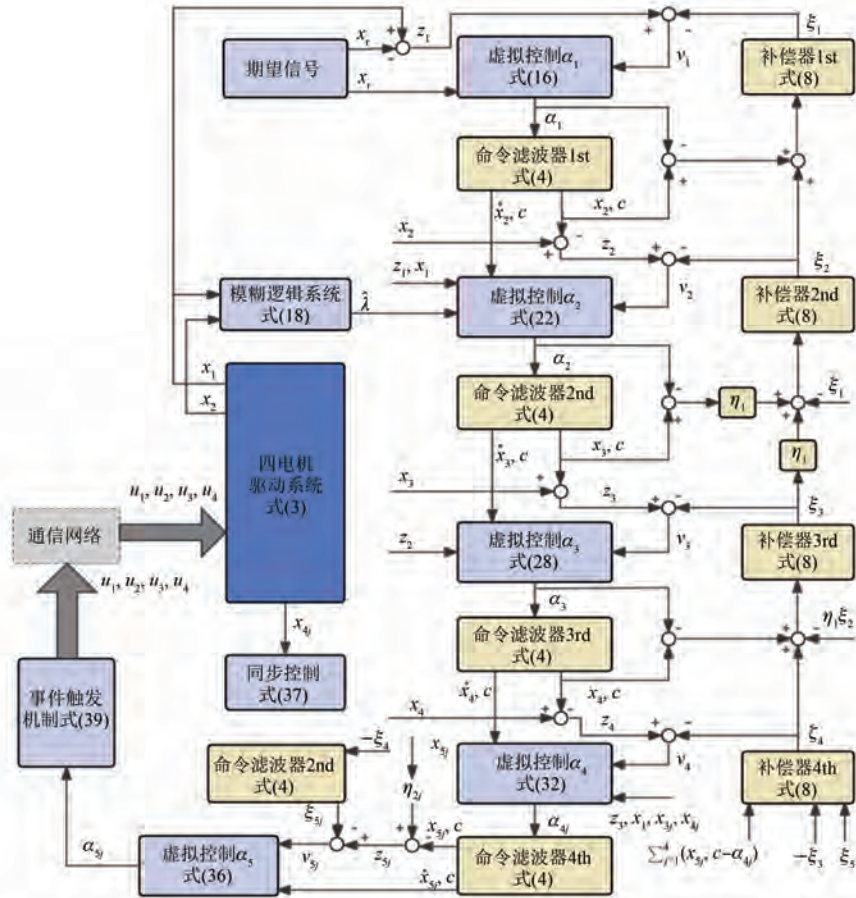


图 2 基于事件触发机制的四电机伺服系统自适应控制框图

Fig. 2 Block diagram of adaptive control of four-motor servo system based on event-triggered mechanism

定义系统的跟踪误差为

$$z_1 = x_1 - x_r$$

$$z_2 = x_2 - x_{2,c}$$

$$z_3 = \eta_1 x_3 - x_{3,c}$$

$$\begin{aligned} z_{4j} &= \eta_1 x_{4j} - \frac{1}{4} x_{4,c} \\ z_{5j} &= \eta_1 \eta_2 x_{5j} - x_{5j,c} \end{aligned} \quad (11)$$

式中: x_r 为系统要跟踪的位置信号。为保证良好的同步性能,期望四台电机以同样的速度驱动负载,因此跟踪信号选为 $x_{4,c}/4$ 。

为确保系统电机之间的同步性能,设计速度同步误差信号为

$$\begin{aligned} z_{a1} &= z_{42} - z_{41} \\ z_{a2} &= z_{44} - z_{43} \\ z_b &= z_{42} + z_{41} - (z_{43} + z_{44}) \end{aligned} \quad (12)$$

式中: z_{a1} 、 z_{a2} 分别为第一组电机之间、第二组电机之间的转速同步误差; z_b 为两组电机间的转速同步误差。

进一步考虑式(8),定义补偿误差为

$$\begin{aligned} v_i &= z_i - \xi_i, \quad i = 1, 2, 3, 4 \\ v_{5j} &= z_{5j} - \xi_{5j}, \quad j = 1, 2, 3, 4 \end{aligned} \quad (13)$$

命令滤波反步设计程序如下。

步骤一:构造 Lyapunov 函数,如式(14)所示:

$$V_1 = \frac{1}{2} v_1^2 \quad (14)$$

V_1 的时间导数为

$$\dot{V}_1 = v_1 \dot{v}_1 = v_1 [z_2 + \alpha_1 + (x_{2,c} - \alpha_1) - \dot{x}_r - \dot{\xi}_1] \quad (15)$$

虚拟控制律设计为

$$\alpha_1 = -c_1 z_1 - p_1 v_1^\gamma + \dot{x}_r \quad (16)$$

将 α_1 、 ξ_1 代入式(15),可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= v_1 [-c_1 v_1 - p_1 v_1^\gamma + l_1 \text{sign}(\xi_1) + (z_2 - \xi_2)] = \\ &= -c_1 v_1^2 - p_1 v_1^{\gamma+1} + v_1 l_1 \text{sign}(\xi_1) + v_1 v_2 \end{aligned} \quad (17)$$

步骤二:在四电机伺服系统中,对于式(3)中的非线性项 ψ ,可以利用引理 4 模糊逻辑系统逼近,即:

$$\psi(x_2) = \mathbf{W}^T \mathbf{S}(x_2) + \delta_b \quad (18)$$

式中: $\mathbf{W}^T \mathbf{S}(x_2)$ 为用于逼近非线性函数的模糊逻辑系统; δ_b 为逼近误差界。

式(18)可以进一步改写为

$$\begin{aligned} \psi(x_2) &\leq \left[\begin{matrix} \mathbf{W}_1 \\ \delta_b \end{matrix} \right]^T \left[\begin{matrix} \mathbf{S}(x_2) \\ 1 \end{matrix} \right] \leq \left\| \left[\begin{matrix} \mathbf{W}_1 \\ \delta_b \end{matrix} \right]^T \right\| \left\| \left[\begin{matrix} \mathbf{S}(x_2) \\ 1 \end{matrix} \right] \right\| \leq \\ &\left\| \left[\begin{matrix} \mathbf{W}_1 \\ \delta_b \end{matrix} \right]^T \right\| \left\| \left[\begin{matrix} \mathbf{S}(x_2) \\ 1 \end{matrix} \right] \right\| = \|\bar{\mathbf{W}}\| \|\bar{\mathbf{S}}(x_2)\| \end{aligned} \quad (19)$$

$$\text{式中: } \bar{\mathbf{W}} = \left[\begin{matrix} \mathbf{W}_1 \\ \delta_b \end{matrix} \right]^T; \bar{\mathbf{S}}(x_2) = \left[\begin{matrix} \mathbf{S}(x_2) \\ 1 \end{matrix} \right]。$$

定义 $\lambda = \|\mathbf{W}\|^2$, $\hat{\lambda}$ 为 λ 的估计, λ 的误差定义为 $\tilde{\lambda} = \lambda - \hat{\lambda}$ 。步骤二的 Lyapunov 函数设为

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} v_2^2 + \frac{1}{2} \tilde{\lambda}^2 \quad (20)$$

V_2 的时间导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + v_2 \dot{v}_2 - \tilde{\lambda} \dot{\hat{\lambda}} = \\ &\dot{V}_1 + v_2 [z_3 + \alpha_2 + (x_{3,c} - \alpha_2) - \\ &\dot{x}_{2,c} - 4r\eta_1 x_1 - \psi - \dot{\xi}_2] - \tilde{\lambda} \dot{\hat{\lambda}} \end{aligned} \quad (21)$$

虚拟控制律设计为

$$\alpha_2 = -c_2 z_2 - p_2 v_2^\gamma + \dot{x}_{2,c} + 4r\eta_1 x_1 - z_1 - \frac{v_2 \hat{\lambda} \bar{\mathbf{S}}^T \bar{\mathbf{S}}}{2h^2} \quad (22)$$

式中: $h > 0$ 。

应用杨氏不等式和式(19)得:

$$-v_2 \psi \leq \frac{1}{2\vartheta^2} v_2^2 \|\mathbf{W}\|^2 \mathbf{S}^T \mathbf{S} + \frac{1}{2} \vartheta^2 \quad (23)$$

自适应律设计为

$$\dot{\hat{\lambda}} = \frac{v_2^2 \bar{\mathbf{S}}^T \bar{\mathbf{S}}}{2h^2} - q\hat{\lambda} \quad (24)$$

式中: $q > 0$ 。

将式(8)、式(11)和式(24)代入式(21)得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq \dot{V}_1 - c_2 v_2^2 - p_2 v_2^{\gamma+1} - v_1 v_2 + v_2 v_3 + \\ &v_2 l_2 \text{sign}(\xi_2) + \frac{1}{2} h^2 - \tilde{\lambda} \dot{\hat{\lambda}} + \frac{v_2^2 (\lambda - \hat{\lambda}) \bar{\mathbf{S}}^T \bar{\mathbf{S}}}{2h^2} \leq \\ &= -\sum_{i=1}^2 (c_i v_i^2 + p_i v_i^{\gamma+1}) + \sum_{j=1}^2 [v_j l_j \text{sign}(\xi_j)] + \\ &v_2 v_3 + \frac{1}{2} h^2 + q \tilde{\lambda} \hat{\lambda} \end{aligned} \quad (25)$$

步骤三:步骤三的 Lyapunov 函数设为

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} v_3^2 \quad (26)$$

V_3 的时间导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= \dot{V}_2 + v_3 \dot{v}_3 = \\ &\dot{V}_2 + v_3 [z_4 + \alpha_3 + (x_{4,c} - \alpha_3) - \dot{x}_{3,c} - \dot{\xi}_3] \end{aligned} \quad (27)$$

虚拟控制律设计为

$$\alpha_3 = -c_3 z_3 - p_3 v_3^\gamma + \dot{x}_{3,c} - z_2 \quad (28)$$

将 α_3 、 ξ_3 代入式(27),可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = \dot{V}_2 + v_3[-c_3v_3 - p_3v_3^\gamma + v_4 - v_2 + l_3\text{sign}(\xi_3)] \leq & \sum_{j=1}^4 v_{5j}[\eta_1\eta_{2j}(\eta_{5j}u_j - \eta_{6j}x_{4j} - \eta_{7j}x_{5j}) - \dot{x}_{5j,c} - \dot{\xi}_{5j}] \\ & - \sum_{i=1}^3 (c_iv_i^2 + p_iv_i^{\gamma+1}) + \sum_{j=1}^3 [v_jl_j\text{sign}(\xi_j)] + \\ & v_3v_4 + \frac{1}{2}h^2 + q\tilde{\lambda}\hat{\lambda} \end{aligned} \quad (29)$$

步骤四:步骤四的 Lyapunov 函数设为

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2}v_3^2 \quad (30)$$

V_4 的时间导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 = \dot{V}_3 + v_4\dot{v}_4 = \\ \dot{V}_3 + v_4 \left\{ \sum_{j=1}^4 [z_{5j} + \alpha_{4j} + (x_{5j,c} - \alpha_{4j}) - \right. \\ \left. \eta_{3j}(x_{3j} - rx_1) - \eta_1\eta_{4j}x_{4j}] - \dot{x}_{4,c} - \dot{\xi}_4 \right\} \end{aligned} \quad (31)$$

虚拟控制律设计为

$$\begin{cases} \alpha_{4j} = -c_4z_{4j} - \frac{p_4v_4^\gamma}{4} + \eta_1\eta_{3j}(x_{3j} - rx_1) + \\ \eta_1\eta_{4j}x_{4j} + \frac{\dot{x}_{4,c}}{4} - \frac{z_3}{4} + (-1)^{j+1}k_{s1}z_{a1} + \\ (-1)^{j+1}k_{s2}z_{a1}^\gamma - k_{s3}z_b - k_{s4}z_b^\gamma, j=1,2 \\ \alpha_{4j} = -c_4z_{4j} - \frac{p_4v_4^\gamma}{4} + \eta_1\eta_{3j}(x_{3j} - rx_1) + \\ \eta_1\eta_{4j}x_{4j} + \frac{\dot{x}_{4,c}}{4} - \frac{z_3}{4} + (-1)^{j+1}k_{s1}z_{a2} + \\ (-1)^{j+1}k_{s2}z_{a2}^\gamma + k_{s3}z_b + k_{s4}z_b^\gamma, j=3,4 \end{cases} \quad (32)$$

式中: k_{s1} 、 k_{s2} 、 k_{s3} 和 k_{s4} 为正常数。

将 α_4 、 ξ_4 代入式(31),可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 = \dot{V}_3 + v_4 \left[-c_4v_4 - p_4v_4^\gamma + \sum_{j=1}^4 v_{5j} - \right. \\ \left. v_3 + l_4\text{sign}(\xi_4) \right] \leq - \sum_{i=1}^4 (c_iv_i^2 + p_iv_i^{\gamma+1}) + \\ \sum_{j=1}^4 [v_jl_j\text{sign}(\xi_j)] + \sum_{j=1}^4 v_4v_{5j} + \frac{1}{2}h^2 + q\tilde{\lambda}\hat{\lambda} \end{aligned} \quad (33)$$

步骤五:步骤五的 Lyapunov 函数设为

$$V_5 = V_4 + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^4 v_{5j}^2 \quad (34)$$

V_5 的时间导数为

$$\dot{V}_5 = \dot{V}_4 + \sum_{j=1}^4 v_{5j}\dot{v}_{5j} = \dot{V}_4 +$$

虚拟控制律设计为

$$\begin{aligned} \alpha_{5j} = \frac{1}{\eta_1\eta_{2j}\eta_{5j}} [\eta_1\eta_{2j}\eta_{6j}x_{4j} + \eta_1\eta_{2j}\eta_{7j}x_{5j} \\ - c_{5j}z_{5j} - p_{5j}v_{5j}^\gamma + \dot{x}_{5j,c} - z_4] \end{aligned} \quad (36)$$

同步控制误差的 Lyapunov 函数设为

$$V_s = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^2 z_{aj}^2 + \frac{1}{2}z_b^2 \quad (37)$$

V_s 的时间导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_s = \sum_{j=1}^2 z_{aj}\dot{z}_{aj} + z_b\dot{z}_b = \\ z_{a1}(\dot{z}_{42} - \dot{z}_{41}) + z_{a2}(\dot{z}_{44} - \dot{z}_{43}) + \\ z_b(\dot{z}_{42} + \dot{z}_{41} - \dot{z}_{44} - \dot{z}_{43}) \leq \\ \sum_{j=1}^2 [- (c_4 + 2k_{s1})z_{aj}^2 - 2k_{s2}z_{aj}^{\gamma+1}] - \\ (c_4 + 4k_{s3})z_b^2 - 4k_{s4}z_b^{\gamma+1} + \sum_{j=1}^4 |z_bz_{5j}| + \\ \sum_{j=1}^2 \left(\sum_{i=1}^2 |z_{aj}z_{5,i+2(j-1)}| \right) + \\ \sum_{j=1}^2 \left(\sum_{i=1}^2 \varpi_{i+2(j-1)} |z_{aj}| \right) + \sum_{i=1}^4 \varpi_i |z_b| \end{aligned} \quad (38)$$

4 事件触发机制设计

在控制通道中引入相对阈值的事件触发机制,将事件触发控制律设计为

$$\begin{aligned} \beta_j(t) = - (1 + \rho) \left[\alpha_{5j} \tanh\left(\frac{v_{5j}\alpha_{5j}}{\varepsilon}\right) + \sigma' \tanh\left(\frac{v_{5j}\sigma'}{\varepsilon}\right) \right] \\ u_j(t) = \beta_j(t_{j,k}), \quad \forall t \in [t_{j,k}, t_{j,k+1}) \\ t_{j,k+1} = \inf\{t \in \mathbf{R} \mid |e_j(t)| \geq \rho |u_j(t)| + \sigma\} \end{aligned} \quad (39)$$

式中: k 为正整数; $e_j(t) = \beta_j(t) - u_j(t)$; $\varepsilon > 0$; $0 < \rho < 1$, $\sigma > 0$, $\sigma' > \frac{\sigma}{1-\rho}$ 。

由式(39)可知,存在 $-1 \leq l_1(t) \leq 1$, $-1 \leq l_2(t) \leq 1$, 使得 $\beta_j(t) = [1 + l_1(t)\rho]u_j(t) + l_2(t)\sigma$ 。

因此, $u_j(t)$ 可以写为

$$u_j(t) = \frac{\beta_j(t)}{1 + l_1(t)\rho} - \frac{l_2(t)\sigma}{1 + l_1(t)\rho} \quad (40)$$

将式(40)代入式(35)得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}_5 = \dot{V}_4 + \sum_{j=1}^4 v_{5j} \left[\eta_1 \eta_{2j} \eta_{5j} \frac{\beta_j(t)}{1 + l_1(t)\rho} - \right. \\ \left. \eta_1 \eta_{2j} \eta_{5j} \frac{l_2(t)\sigma}{1 + l_1(t)\rho} - \eta_1 \eta_{2j} \eta_{6j} x_{4j} - \right. \\ \left. \eta_1 \eta_{2j} \eta_{7j} x_{5j} - \dot{x}_{5j,c} + c_{5j} \xi_{5j} + \xi_4 + \right. \\ \left. l_{5j} \text{sign}(\xi_{5j}) \right] \quad (41) \end{aligned}$$

当 $\xi_5 \beta_j(t) \leq 0$, 有:

$$\frac{\xi_{5j} \beta_j(t)}{1 + l_1(t)\rho} \leq \frac{\xi_{5j} \beta_j(t)}{1 + \rho}, \quad -\frac{\xi_{5j} l_2(t)\sigma}{1 + l_1(t)\rho} \leq \left| \frac{\xi_{5j} \sigma}{1 + \rho} \right| \quad (42)$$

将式(36)、式(39)和式(42)代入式(41), 结合不等式 $0 \leq |\chi| - \chi \tanh(\chi/\Gamma) \leq 0.278 \ 5\Gamma$, χ 和 Γ 为正常数。则式(41)推导为

$$\begin{aligned} \dot{V}_5 = \dot{V}_4 + \sum_{j=1}^4 v_{5j} \left\{ \eta_1 \eta_{2j} \eta_{5j} v_{5j} \alpha_{5j} \tanh\left(\frac{v_{5j} \alpha_{5j}}{\varepsilon}\right) - \right. \\ \left. \eta_1 \eta_{2j} \eta_{5j} v_{5j} \sigma' \tanh\left(\frac{v_{5j} \sigma'}{\varepsilon}\right) + \eta_1 \eta_{2j} \eta_{5j} \left| \frac{v_{5j} \sigma'}{1 - \rho} \right| + \right. \\ \left. v_{5j} [-\eta_1 \eta_{2j} \eta_{6j} x_{4j} - \eta_1 \eta_{2j} \eta_{7j} x_{5j} - \dot{x}_{5j,c} + \right. \\ \left. c_{5j} \xi_{5j} + \xi_4 + l_{5j} \text{sign}(\xi_{5j})] \right\} \leq \\ - \sum_{i=1}^4 (c_i v_i^2 + p_i v_i^{\gamma+1}) + - \sum_{i=1}^4 (c_{5j} v_{5j}^2 + p_{5j} v_{5j}^{\gamma+1}) + \\ \sum_{i=1}^4 [v_i l_i \text{sign}(\xi_i)] + \sum_{j=1}^4 [v_{5j} l_{5j} \text{sign}(\xi_{5j})] + \\ \frac{1}{2} h^2 + q \bar{\lambda} \hat{\lambda} + \varepsilon \quad (43) \end{aligned}$$

式中: ε 为正常数。

5 稳定性分析

对于式(3)所示的四电机驱动系统, 如果式(4)的命令滤波器、式(8)的补偿机制、式(18)的模糊逻辑系统、式(24)的自适应律、式(16)、式(22)、式(28)、式(32)和式(36)的虚拟控制律以及式(39)的实际事件触发控制律被实现, 则闭环系统是有限时间稳定的, 跟踪误差和同步误差在有限时间内收敛到原点的小邻域内以及芝诺行为被排除在外。

最终的 Lyapunov 函数构造为

$$V = V_5 + V_s + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \xi_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \xi_{5j}^2 \quad (44)$$

V 的时间导数为

$$\dot{V} = \dot{V}_5 + \dot{V}_s + \sum_{i=1}^4 \xi_i \dot{\xi}_i + \sum_{j=1}^4 \xi_{5j} \dot{\xi}_{5j} \leq$$

$$\begin{aligned} - \sum_{i=1}^4 (c_i v_i^2 + p_i v_i^{\gamma+1} + c_i \xi_i^2) - \\ \sum_{i=1}^4 (c_{5j} v_{5j}^2 + p_{5j} v_{5j}^{\gamma+1} + c_{5j} \xi_{5j}^2) + \\ \sum_{i=1}^4 [v_i l_i \text{sign}(\xi_i) - \xi_i l_i \text{sign}(\xi_i)] + \\ \frac{1}{2} h^2 + q \bar{\lambda} \hat{\lambda} + \varepsilon + \\ \sum_{j=1}^4 [v_{5j} l_{5j} \text{sign}(\xi_{5j}) - \xi_{5j} l_{5j} \text{sign}(\xi_{5j})] - \\ (c_4 + 2k_{s1}) \sum_{j=1}^2 z_{aj}^2 - 2k_{s2} \sum_{j=1}^2 z_{aj}^{\gamma+1} - (c_4 + 4k_{s3}) z_b^{\gamma+1} - \\ 4k_{s4} z + \sum_{j=1}^4 |z_b z_{5j}| + \sum_{j=1}^2 \left(\sum_{i=1}^2 |z_{aj} z_{5, i+2(j-1)}| \right) + \\ \sum_{j=1}^2 \left(\sum_{i=1}^2 \varpi_{i+2(j-1)} |z_{aj}| \right) + \sum_{i=1}^4 \varpi_i |z_b| + (x_{2,c} - \alpha_1) \xi_1 + \\ (x_{3,c} - \alpha_2) \xi_2 + (x_{4,c} - \alpha_3) \xi_3 + \sum_{j=1}^4 (x_{5j,c} - \alpha_{4j}) \xi_4 \quad (45) \end{aligned}$$

应用引理 5 以及杨氏不等式有:

$$\begin{aligned} \bar{\lambda} \hat{\lambda} &\leq \frac{1}{2} \lambda^2 - \frac{1}{2} \bar{\lambda}^2 + \frac{1-\gamma}{2} \left(\frac{1+\gamma}{2} \right)^{\frac{1+\gamma}{1-\gamma}} \\ |z_{aj} z_{5j}| &\leq \frac{z_{aj}^2}{o^2} + \frac{z_{aj}^{1+\gamma}}{o^2} + \frac{o^2 v_{5j}^2}{2} + \frac{o^2 v_{5j}^{1+\gamma}}{2} + \\ &\quad \frac{o^2 \xi_{5j}^2}{2} + \frac{o^2 \xi_{5j}^{1+\gamma}}{2} \\ (x_{i+1,c} - \alpha_i) \xi_i &\leq \frac{1}{2} (\xi_i^2 + \varpi_i^2) \quad (46) \end{aligned}$$

式中: $o > 0$ 。

根据式(46), 式(45)被推导为

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq - \sum_{i=1}^4 \left[\left(c_i - \frac{1}{2} \right) v_i^2 + \left(p_i - \frac{1}{2} \right) v_i^{\gamma+1} \right] - \\ &\sum_{j=1}^4 \left[\left(c_{5j} - o^2 - \frac{1}{2} \right) v_{5j}^2 + \left(p_{5j} - o^2 - \frac{1}{2} \right) v_{5j}^{\gamma+1} \right] - \\ &\sum_{i=1}^4 \left(c_i \xi_i^2 + \frac{1}{2} \xi_i^{\gamma+1} \right) - \sum_{j=1}^4 \left[\left(c_{5j} + \frac{1}{2} \right) \xi_{5j}^2 + \right. \\ &\left. \left(\frac{1}{2} - o^2 \right) \xi_{5j}^{\gamma+1} \right] + \frac{1}{2} h^2 + \varepsilon + \frac{q}{2} \lambda^2 - \frac{q}{2} \bar{\lambda}^2 + \\ &q \frac{1-\gamma}{2} \left(\frac{1+\gamma}{2} \right)^{\frac{1+\gamma}{1-\gamma}} + \sum_{i=1}^4 \frac{3}{2} \varpi_i^2 - \sum_{j=1}^2 (c_4 + 2k_{s1} - \\ &\frac{1}{o^2} - \frac{1}{2}) z_{aj}^2 - \sum_{j=1}^2 \left(2k_{s2} - \frac{1}{o^2} - \frac{1}{2} \right) z_{aj}^{1+\gamma} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left(c_4 + 4k_{s3} - \frac{1}{o^2} - \frac{1}{2} \right) z_b^2 - \\ & \left(4k_{s4} - \frac{1}{o^2} - \frac{1}{2} \right) z_b^{1+\gamma} \leq \\ & -2a_1V - 2^{\frac{1+\gamma}{2}} a_2 V^{\frac{1+\gamma}{2}} + b \quad (47) \end{aligned}$$

式中: $a_1 = \min \left\{ c_i - \frac{1}{2}, c_{5j} - o^2 - \frac{1}{2}, c_i, c_{5j} + \frac{1}{2}, \frac{q}{4}, c_4 + 2k_{s1} - \frac{1}{o^2} - \frac{1}{2}, c_4 + 4k_{s3} - \frac{1}{o^2} - \frac{1}{2} \right\}$; $a_2 = \min \left\{ p_i - \frac{1}{2}, p_{5j} - o^2 - \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} - o^2, 2k_{s2} - \frac{1}{o^2} - \frac{1}{2}, 4k_{s4} - \frac{1}{o^2} - \frac{1}{2} \right\}$; $b = \frac{1}{2}h^2 + \varepsilon + \frac{q}{2}\lambda^2 + q \frac{1-\gamma}{2} \left(\frac{1+\gamma}{2} \right)^{\frac{1+\gamma}{1-\gamma}} + \sum_{i=1}^4 \frac{3}{2} \varpi_i^2$ 。

根据引理 1,可得闭环系统具有实际的有限时间稳定性,证明了芝诺现象的不存在性。考虑到 $e_j = \beta_j - u_j$ 以及 u_j 在时间区间 $[t_{j,k}, t_{j,k+1})$ 内保持不变,有:

$$\frac{d}{dt} |e_j| = \text{sign}(e_j) \dot{e}_j \leq |\dot{\beta}_j| \quad (48)$$

根据式 (39) 可推断出 $|\dot{\beta}_j| \leq \bar{\beta}_j$ 成立, $\bar{\beta}_j > 0$ 。由于 $e_j(t_{j,k}) = 0$ 且 $\lim_{t \rightarrow t_{j,k+1}^-} e_j(t) = \rho |u_j| + \sigma$, 可得出结论:存在一个下界,使得 $t_{j,k+1} - t_{j,k} \geq (\rho |u_j| + \sigma) / \bar{\beta}_j$, 从而可以避免芝诺行为,证毕。

6 仿真与试验结果分析

6.1 仿真结果分析

为了研究事件触发机制的有效性和对控制性能的影响,在 Matlab/Simulink 环境下进行仿真分析。将所提 ET-FNCFC 与时间触发有限时间命令滤波控制 (Time-Triggered FNCFC, TT-FNCFC) 进行对比验证。选取正弦信号为系统跟踪信号,正弦信号设计为 $y = \frac{\pi}{6} \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot t\right)$ 。ET-FNCFC 参数设置为: $c_1 = 100, c_2 = 100, c_3 = 100, c_4 = 600, c_{5j} = 100, k_{s1} = 1, k_{s2} = 0.85, k_{s3} = 0.5, k_{s4} = 1.5, p_1 = 600, p_2 = 500, p_3 = 10, p_4 = 4, p_{5j} = 10, m = \frac{4}{5}, \rho = 0.1, \sigma = 1, \sigma' = 1.5, \varepsilon = 0.3$ 。滤波器参数设置为: $\kappa_{11} = 1 \times 10^3, \kappa_{12} = 2 \times 10^3, \kappa_{21} = 6 \times 10^3, \kappa_{22} = 8 \times 10^3, \kappa_{31} = 5 \times 10^3,$

$\kappa_{32} = 1 \times 10^4, \kappa_{41} = 5 \times 10^3, \kappa_{42} = 1 \times 10^4$ 。模糊逻辑系统参数设置为: $h = 200, q = 200$, 系统参数以标称值给出。TT-FNCFC 可以通过选择 ET-FNCFC 中的式 (22) 作为实际控制律,无需事件触发机制。控制周期为 1 ms,其他控制参数与 ET-FNCFC 相同。

负载参数如表 1 所示,四台电机的参数如表 2 所示。

表 1 负载参数

Tab. 1 Load parameters

参数名称	参数值
负载转动惯量 $J_L / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.024
减速比 r	8.5

表 2 电机参数

Tab. 2 Motor parameters

参数名称	参数值
转动惯量 $J_j / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.012
电磁力矩数 $K_{Tj} / (\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1})$	0.641
电感 L_j / H	0.05
电阻 R_j / Ω	1.3
反电动势数 $K_{ej} / (\text{V} \cdot \text{rad}^{-1})$	0.6
刚度系数 $K_L / (\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1})$	6
粘性摩擦因数 $b_j / (\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1})$	0.3

正弦信号下 ET-FNCFC 和 TT-FNCFC 的负载位置和跟踪效果如图 3 所示,负载跟踪误差如图 4 所示。

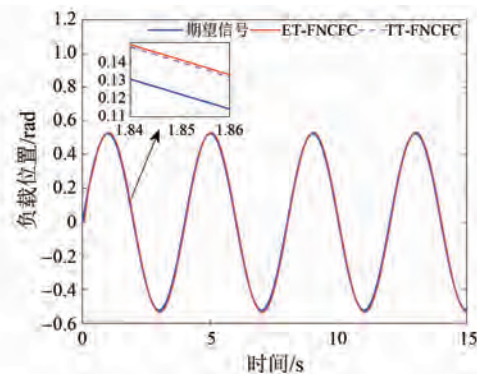


图 3 负载跟踪信号

Fig. 3 Load tracking signal

对比图 3 和图 4 可知,两种方法均能快速跟踪期望信号,其跟踪误差在动态过程中快速收敛,在稳态时保持在小范围内,ET-FNCFC 的跟踪误

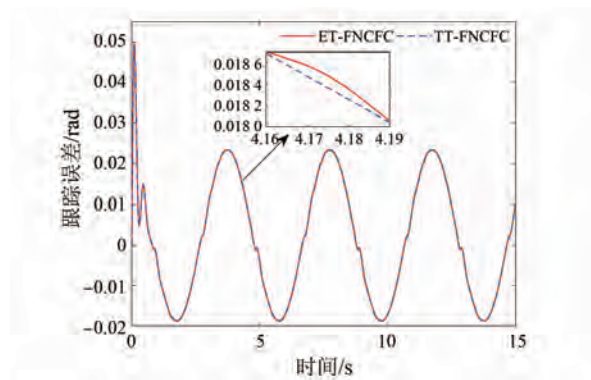


图 4 负载跟踪误差

Fig. 4 Load tracking error

差稳定在 $-1.878 \times 10^{-2} \sim 2.335 \times 10^{-2}$ rad 之间, 误差峰值约为 2.34×10^{-2} rad; TT-FNCFC 的跟踪误差稳定在 $-1.872 \times 10^{-2} \sim 2.337 \times 10^{-2}$ rad 之间, 误差峰值约为 2.33×10^{-2} rad。结果表明两种方法具有相似的跟踪性能。

两种方法下, 四台电机的角速度、角位置和电流如图 5 和图 6 所示, 速度同步误差如图 7 所示。

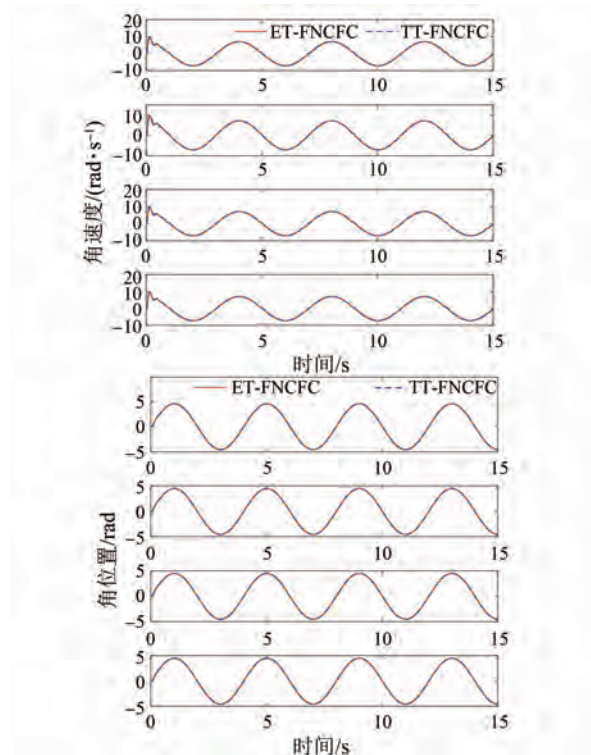


图 5 电机角速度和角位置

Fig. 5 Motor angular velocity and motor position

由图 7 可知, 对于第一组和第二组电机之间的转速同步误差以及两组电机之间的转速同步误差, ET-FNCFC 和 TT-FNCFC 均能做到快速收敛并

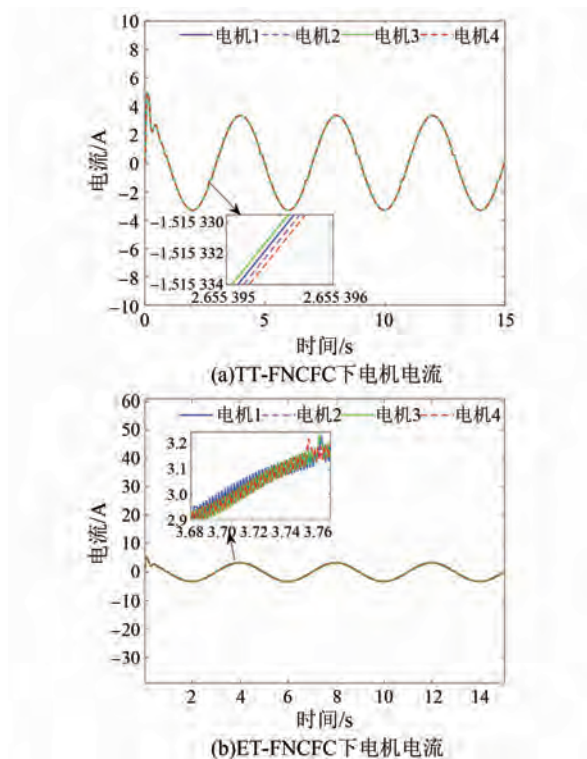


图 6 两种方法下的电机电流

Fig. 6 Motor currents under two methods

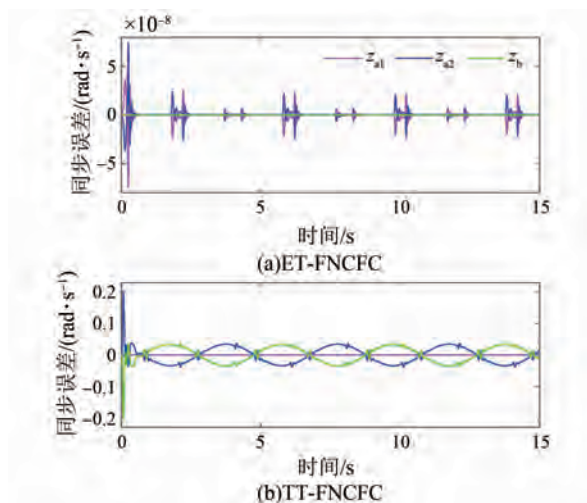


图 7 速度同步误差曲线

Fig. 7 Speed synchronization error curves

维持在较小的范围内。然而, 从误差范围来看, 采用 ET-FNCFC 时, 第一组电机之间的转速同步误差可以稳定在 $-7.493 \times 10^{-8} \sim 3.591 \times 10^{-8}$ rad/s 之间, 第二组电机之间的转速同步误差可以稳定在 $-3.625 \times 10^{-8} \sim 7.416 \times 10^{-8}$ rad/s 之间, 两组电机之间的转速同步误差保持在 $-4.002 \times 10^{-11} \sim 4.002 \times 10^{-11}$ rad/s 之间; 而采用 TT-FNCFC 时, 第

一组电机之间的转速同步误差可以稳定在 $-3.877 \times 10^{-2} \sim 0.1987$ rad/s 之间,第二组电机之间的转速同步误差可以稳定在 $-0.2017 \sim 3.806 \times 10^{-2}$ rad/s 之间,两组电机之间的转速同步误差保持在 $-2.092 \times 10^{-3} \sim 9.451 \times 10^{-4}$ rad/s 之间。可见,ET-FNCFC 有明显的优势。

两种方法的控制输入如图 8 所示,两种方法的触发次数和触发条件如图 9 所示,总触发次数如表 3 所示。

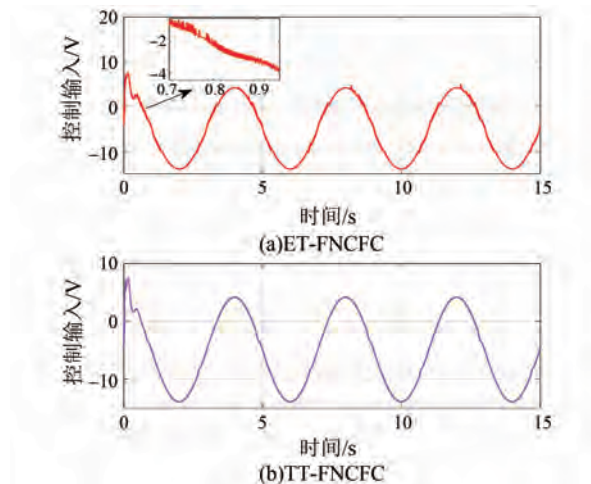


图 8 控制输入

Fig. 8 Control input

表 3 总触发次数

Tab. 3 Total trigger times

方法名称	触发次数
ET-FNCFC	2 464
TT-FNCFC	15 000

由图 9 和表 3 可知,与 TT-FNCFC 相比,所提 ET-FNCFC 可以显著降低通信频率,减少了 83.57% 的通信时间,节约了资源。

6.2 试验结果分析

四电机驱动系统试验平台如图 10 所示,该平台包含上位计算机、控制驱动模块、电源箱、永磁同步电机、行星齿轮减速器及齿轮及负载装置。位置信息由旋转编码器测量,电流数据通过霍尔电流传感器采集,并将其反馈至控制驱动模块。控制驱动模块内部的数字信号处理器执行控制算法,输出脉宽调制信号。单个控制驱动模块可同时驱动两台电机。

保持系统参数与仿真一致,试验伺服系统的

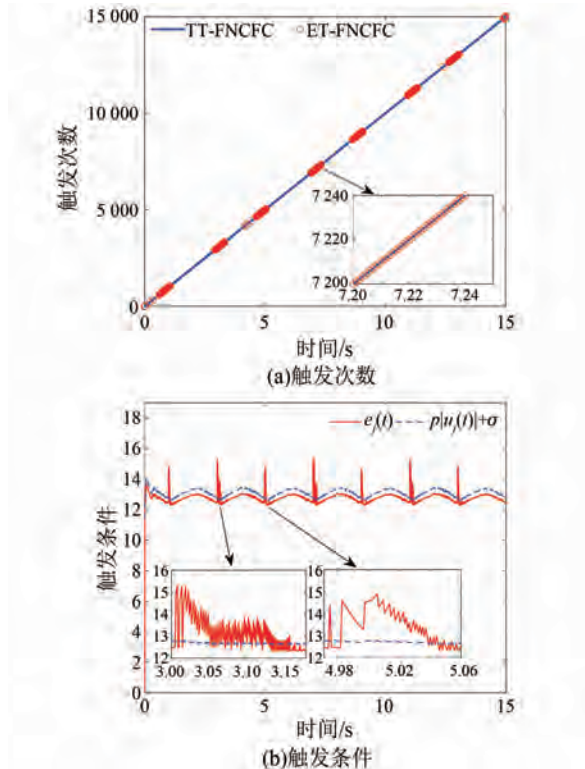


图 9 两种方法的触发次数和触发条件

Fig. 9 Triggering times and trigger conditions of two methods

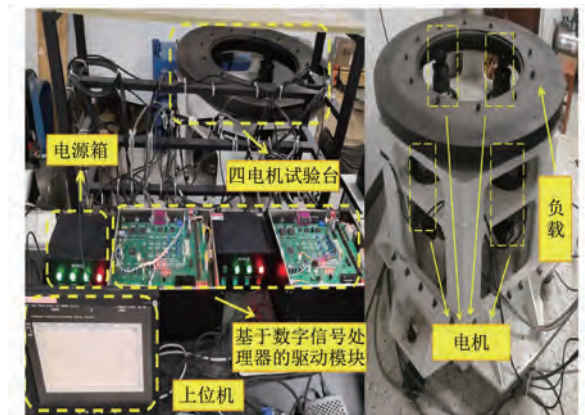


图 10 四电机驱动系统试验装置

Fig. 10 Experimental platform of four-motor drive system

期望跟踪信号为正弦信号 $y = \frac{\pi}{6} \sin t$ 。试验结果如图 11 所示。

由图 11(a) 和图 11(b) 可知,ET-FNCFC 和 TT-FNCFC 均能精准跟踪期望信号,其跟踪误差收敛迅速,波动范围较小。从误差范围来看,ET-FNCFC 的跟踪误差稳定在 $-1.725 \times 10^{-3} \sim$

1.725×10^{-3} rad 之间, TT-FNCFC 的跟踪误差稳定在 $-1.629 \times 10^{-3} \sim 1.342 \times 10^{-3}$ rad 之间, 表明两种方法有相似的跟踪性能。由图 11(e) 可知, ET-FNCFC 和 TT-FNCFC 具有相似的同步性能, 组内

和组间同步误差均较小。由图 11(f) 可知, 在 15 s 内, TT-FNCFC 触发了 15 万次, 而 ET-FNCFC 仅触发了 1 006 次。结果表明, ET-FNCFC 策略可大幅节省通信资源。

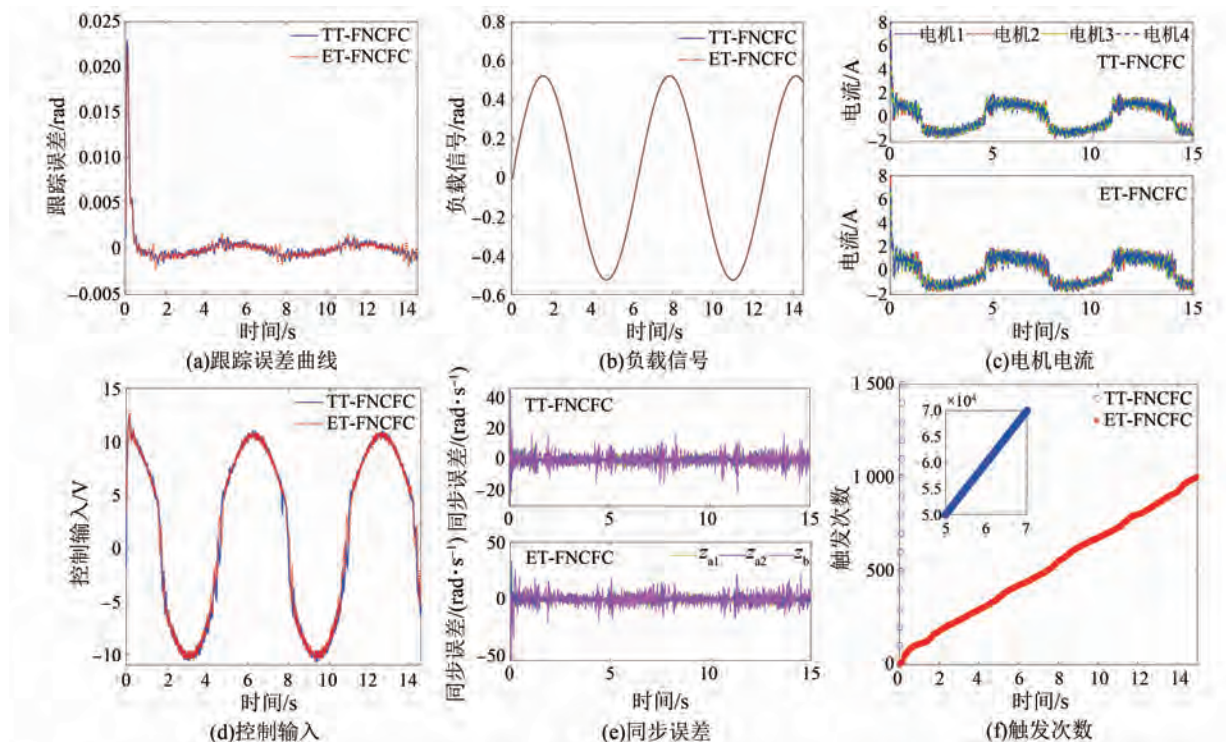


图 11 试验结果

Fig. 11 Experimental results

7 结语

本文提出了一种 ET-FNCFC 策略, 该策略在减少通信资源占用的同时, 实现了良好的负载跟踪和电机同步。在跟踪控制中, 将有限时间控制纳入反步法中, 不仅加快了收敛速度, 还能提高跟踪精度。通过命令滤波器降低计算复杂性, 并通过补偿机制减小滤波误差。在同步控制中, 提出分组控制方法, 将控制输入叠加到当前命令上, 快速实现速度同步, 减少机械磨损。此外, 构建事件触发机制来更新控制信号, 大大节省了通信资源。

利益冲突声明

所有作者声明不存在利益冲突。

All authors disclose no relevant conflict of interests.

作者贡献

杨胜喜进行了方案设计、试验研究、内容总结与论文撰写, 蔡明洁、王保防参与了论文的审核与修改。所有作者均阅读并同意了最终稿件的提交。

The scheme design, experimental study, content summary and paper writing were carried out by Yang Shengxi. The manuscript was reviewed and revised by Cai Mingjie and Wang Baofang. All authors have read and approved the final version of the manuscript for submission.

参考文献

- [1] WANG S B, DING J C, JI Y H. Adaptive immersion and invariance tracking and synchronization control for multi-motor driving systems with parameter uncertainties [J]. IEEE Transactions on Transportation Electrification, 2024, 10(4): 9987-9995.

- [2] 方圣龙,樊继东. 一种基于自抗扰的永磁同步电机复合控制策略[J]. 电机与控制应用, 2023, 50(10): 62-69.
FANG S L, FAN J D. A composite control strategy of permanent magnet synchronous motor based on active disturbance rejection [J]. Electric Machines & Control Application, 2023, 50(10): 62-69.
- [3] LIU G H, ZHAO M L, CHEN Q, et al. Performance comparison of fault-tolerant control for triple redundant 3×3-phase motors driven by mono-inverter [J]. IEEE Transactions on Transportation Electrification, 2021, 8(2): 1839-1852.
- [4] 何建华,宋润生,蔡明洁,等. 基于命令滤波反步法的双电机离散同步控制[J]. 电机与控制应用, 2023, 50(9): 35-41+48.
HE J H, SONG R S, CAI M J, et al. Synchronous discrete control of dual-motor system based on command filtered backstepping method [J]. Electric Machines & Control Application, 2023, 50(9): 35-41+48.
- [5] ZHANG Y, SUN J, LI H, et al. Event-triggered adaptive bipartite containment control for stochastic multiagent systems [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 52(9): 5843-5852.
- [6] 王金锋,于广亮,任正某,等. 基于事件触发的多电机系统一致性控制[J]. 电机与控制应用, 2024, 51(6): 20-30.
WANG J F, YU G L, REN Z M, et al. Consensus control of multi-motor system based on event-triggered [J]. Electric Machines & Control Application, 2024, 51(6): 20-30.
- [7] HUA C C, TIAN W, LI Q D. Switching event-triggered fixed-time control for uncertain high-order nonlinear systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2024, 69(7): 4742-4749.
- [8] 陈世明,管俊杰,高彦丽,等. 组合连通拓扑下基于事件触发的多智能体快速一致性算法[J]. 自动化学报, 2018, 44(12): 2269-2277.
CHEN S M, GUAN J J, GAO Y L, et al. Event-triggered fast consensus algorithm for multi-agent systems under jointly-connected topology [J]. Acta Automatica Sinica, 2018, 44(12): 2269-2277.
- [9] XIANG Z R, LI P C, ZOU W C. Event-triggered optimal control for a class of continuous-time switched nonlinear systems [J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2024, 22(2): 1620-1630.
- [10] LI Y M, FENG K L, LI K W. Finite-time fuzzy adaptive dynamic event-triggered formation tracking control for USVs with actuator faults and multiple constraints [J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2023, 20(4): 5285-5296.
- [11] LI W J, LIU Y G, HUANG Y X, et al. Event-triggered position tracking for permanent magnet synchronous motor [C]//2019 Chinese Control Conference, Guangzhou, 2019.
- [12] 李耀华,苏锦仕,吴庭旭,等. 基于事件触发的永磁同步电机多步模型预测转矩控制[J]. 电机与控制应用, 2022, 49(9): 17-21+36.
LI Y H, SU J S, WU T X, et al. Multi-step model prediction torque control of permanent magnet synchronous motor based on event triggering [J]. Electric Machines & Control Application, 2022, 49(9): 17-21+36.
- [13] SHI D W, XUE J, ZHAO L X, et al. Event-triggered active disturbance rejection control of DC torque motors [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2017, 22(5): 2277-2287.
- [14] SHEN W, SHAO L W, LIU D C, et al. Event-triggered FCS-MPC with sliding mode observer for permanent magnet synchronous motor servo motion systems [J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2024, 22(4): 2257-2268.
- [15] WANG X, WANG B F, CHEN X K, et al. Discrete-time position tracking control for multi-motor driving systems via multipower terminal sliding-mode technique [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2023, 29(2): 1158-1169.
- [16] WANG M L, REN X M, CHEN Q. Cascade optimal control for tracking and synchronization of a multi-motor driving system [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2018, 27(3): 1376-1384.
- [17] 张国斌,于金鹏,于海生,等. 永磁同步电机动态面模糊离散速度调节控制[J]. 电机与控制应用, 2019, 46(4): 1-7.
ZHANG G B, YU J P, YU H S, et al. Fuzzy approximation based dynamic surface discrete speed regulation control for permanent magnet synchronous motor [J]. Electric Machines & Control Application, 2019, 46(4): 1-7.

- [18] WANG B F, IWASAKI M, YU J P. Command filtered adaptive backstepping control for dual-motor servo systems with torque disturbance and uncertainties [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 69(2): 1773-1781.
- [19] WANG B F, IWASAKI M, YU J P. Finite-time command-filtered backstepping control for dual-motor servo systems with LuGre friction [J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2022, 19(5): 6376-6386.
- [20] SWAROOP D, HEDRICK J K, YIP P P, et al. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(10): 1893-1899.
- [21] FARELL J A, POLUCARPOU M, SHARMA M, et al. Command filtered backstepping [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(6): 1391-1395.
- [22] YU J P, SHI P, ZHAO L. Finite-time command filtered backstepping control for a class of nonlinear systems [J]. Automatica, 2018, 92: 173-180.
- [23] NIU F, SUN K J, HUANG S P, et al. A review on multi-motor synchronous control methods [J]. IEEE Transactions on Transportation Electrification, 2022, 9(1): 22-33.
- [24] 郑智超, 蔡明洁, 王保防. 基于命令滤波反步法的四电机同步跟踪控制[J]. 控制工程, 2023, 29(9): 1529-1536.
- ZHENG Z C, CAI M J, WANG B F. Synchronous tracking control of four-motor system based on command filtered backstepping method [J]. Control Engineering of China, 2023, 29(9): 1529-1536.
- [25] 辛洪敏, 蔡明洁, 王保防. 考虑未知惯量与不平衡力矩的四电机同步驱动伺服系统容错控制[J]. 电机与控制应用, 2024, 51(6): 98-106.
- XIN H M, CAI M J, WANG B F. Four-motor synchronously driving servo system fault-tolerant control with unknown inertia and unbalanced torque [J]. Electric Machines & Control Application, 2024, 51(6): 98-106.
- [26] HU S Y, REN X M, ZHENG D D, et al. Neural network-based robust adaptive synchronization and tracking control for multi-motor driving servo systems [J]. IEEE Transactions on Transportation Electrification, 2024, 10(4): 9618-9630.
- [27] LEVANT A. Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control [J]. International Journal of Control, 2003, 76(9-10): 924-941.
- [28] WANG L X, MENDEL J M. Fuzzy basis functions, universal approximation, and orthogonal least-squares learning [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1992, 3(5): 807-814.
- [29] ZUO Z Y, TIE L. Distributed robust finite-time nonlinear consensus protocols for multi-agent systems [J]. International Journal of Systems Science, 2016, 47(6): 1366-1375.

收稿日期:2025-07-21

收到修改稿日期:2025-08-28

作者简介:

杨胜喜(2001-),男,硕士研究生,研究方向为多电机伺服系统控制,yangsx0328@163.com;

*通信作者:蔡明洁(1989-),女,博士,副教授,研究方向为非线性系统有限时间控制、多智能体系统有限时间协调控制及切换系统等,c_mj0810@163.com。