

贯穿式 FSCW 定子轴向磁通双转子同步电机 齿槽转矩分析

秦臻¹, 骆皓^{1,2*}, 胡皓宇¹, 倪喜军^{1,2}, 王明超¹

(1. 南京工程学院 电力工程学院, 江苏 南京 211167;

2. 江苏省配电网智能技术与装备协同创新中心, 江苏 南京 211167)

Cogging Torque Analysis of a Through-FSCW-Stator Axial-Flux Dual-Rotor Synchronous Generator

Qin Zhen¹, Luo Hao^{1,2*}, Hu Haoyu¹, Ni Xijun^{1,2}, Wang Mingchao¹

(1. School of Electric Power Engineering, Nanjing Institute of Technology, Nanjing 211167, China;

2. Jiangsu Collaborative Innovation Center for Smart Distribution Network, Nanjing 211167, China)

Abstract: [Objective] This paper addresses the cogging torque inherent in fractional-slot concentrated winding (FSCW) stator axial-flux dual-rotor synchronous generator, which can induce vibration and acoustic noise, degrade control accuracy and operational smoothness. The virtual displacement method is employed to analyze the underlying mechanism of cogging torque generation and to derive its approximate analytical expression, thereby providing a theoretical basis for generator design, manufacturing, and optimization. [Methods] First, the fundamental theory of FSCW was reviewed, and the structural characteristics and coupling principle of an electrically excited through-FSCW-stator axial-flux dual-rotor synchronous generator (AF-DR-TS-FSCW-SG) were introduced. Subsequently, the cogging torque generation mechanism of this class of generators was analyzed using the virtual displacement method, and an analytical expression for cogging torque was derived based on the magnetomotive force-permeance method, yielding an approximate mathematical model. In addition, a two-dimensional finite element modeling approach tailored for axial-flux dual-rotor synchronous machines was proposed, and its accuracy was validated through no-load electromagnetic

characteristic experiments. Finally, the dominant subharmonic amplitudes of cogging torque obtained from the analytical model were compared with those derived from two-dimensional finite element simulations. [Results] The results indicated that the relative errors of the no-load back electromotive force (EMF) amplitude between the two-dimensional finite element analysis (2-D FEA) results and the experimental measurements under three operating conditions—namely, excitation of rotor 1 alone, excitation of rotor 2 alone, and simultaneous excitation of both rotors—were 4.02%, 16.84%, and 10.73%, respectively. Despite the amplitude discrepancies, the waveform variation trends showed good agreement among all cases. Meanwhile, for the operating conditions with rotor 1 alone and rotor 2 alone excited, the relative errors of the dominant harmonic component of the cogging torque between the 2-D FEA results and the analytical results obtained by the virtual displacement method were 13.86% and 13.57%, respectively. [Conclusion] The proposed two-dimensional finite element modeling approach for the FSCW-stator axial-flux dual-rotor synchronous generator in this paper can accurately reflect the actual performance of the generator. In addition, the cogging torque mathematical model derived based on the virtual displacement method exhibits high accuracy.

Key words: fractional-slot concentrated winding; dual-rotor synchronous generator; virtual displacement method; cogging torque

摘要: [目的] 本文针对分数槽集中绕组 (FSCW) 定子轴向磁通同步电机存在齿槽转矩会导致振动噪声, 降低

基金项目: 中国博士后科学基金面上项目 (2017M621086); 江苏省配电网智能技术与装备协同创新中心开放基金项目 (XTCX202405)

General Program Supported by China Postdoctoral Science Foundation (2017M621086); Open Fund Project Supported by Jiangsu Collaborative Innovation Center for Smart Distribution Network (XTCX202405)

控制精度与运行平稳性的问题,利用虚位移法分析其产生原因并推导其近似表达式,为电机设计、制造、优化提供理论依据。【方法】首先分析了 FSCW 的基本理论,介绍贯穿式 FSCW 定子轴向磁通双转子同步电机(AF-DR-TS-FSCW-SG)的结构特点及其主磁通耦合原理。然后采用虚位移法分析该类电机齿槽转矩产生机理,并结合磁路法推导齿槽转矩表达式,得到其近似数学模型。同时本文还提出一种针对轴向磁通双转子同步电机的二维有限元仿真模型,并通过空载试验验证该模型的准确性。最后通过齿槽转矩数学模型得到的齿槽转矩主导谐波幅值与二维有限元仿真结果进行对比分析。【结果】结果表明,在一号转子单独激励、二号转子单独激励、两转子同时激励三种工况下的二维有限元仿真结果与试验结果在空载电压幅值上的相对误差依次为 4.02%、16.84% 与 10.73%,波形变化趋势保持一致。同时一号转子单独激励与二号转子单独激励工况下二维有限元仿真的齿槽转矩与通过虚位移法计算结果在齿槽转矩主导谐波上的相对误差为 13.86% 与 13.57%。【结论】本文所提出的 FSCW 定子轴向磁通同步电机二维有限元仿真模型能较准确地反映电机实际性能,同时利用虚位移法推导的齿槽转矩数学模型具有较高的准确性。

关键词: 分数槽集中绕组;双转子同步电机;虚位移法;齿槽转矩

0 引言

在当代电气传动与能源转换领域,高功率密度、高效率、高可靠性的电机系统是实现工业自动化升级、新能源革命和高端装备制造的核心动力单元。其中,同步电机以其功率因数可调、效率高、控制性能优异等特点,在风力发电、电动汽车牵引、工业伺服驱动及航空航天等场合获得了广泛应用。在诸多同步电机的创新构型中,轴向磁通同步电机凭借其轴向尺寸紧凑、功率密度高、转矩/体积比优越的结构特点^[1],展现出巨大的发展潜力。若采用双转子结构,电机可通过在同一定子结构两侧同时建立气隙磁场,使得磁通利用率和气隙磁剪切应力得到有效叠加,从而在相同体积和铜耗条件下显著提高转矩密度和功率密度。特别是在轴向磁通双转子无轭定子结构中,主磁通无需经由定子轭铁闭合,进一步降低了铁耗和结构质量;同时其对称磁路有效减小了轴向不平衡磁拉力,使其在低速大转矩直驱应用中展现出明显优势。而当其励磁方式采用独立可控的电励

磁技术,而非永磁体时,更赋予了电机气隙磁场灵活可调、弱磁扩速能力强、无退磁风险且稀土资源依赖度低等一系列独特优势。然而,在这种兼具轴向磁通与电励磁特性的先进电机中,齿槽转矩这一电磁设计与控制中固有的问题,却因其特殊结构与磁场形态而呈现出新的复杂特征,成为制约此类先进电机性能跃升和高端应用的关键技术瓶颈之一。因此,深入系统地研究贯穿式 FSCW 定子轴向磁通双转子同步电机的齿槽转矩,具有重要的理论价值与迫切的工程现实意义。

近年来,对于同步电机齿槽转矩的研究已经取得显著成果,文献[2-7]采用各种结构优化方案抑制齿槽转矩。文献[8]设计了一台定子模块化的双转子同步电机,利用模块化定子磁芯固有的轴向磁通路径,通过不同磁芯位置的磁化态分析铁心结构和材料对机器性能的影响。文献[9]介绍了一种用于永磁同步电机 V 型转子设计的新型对面法。所提出的方法显著增强了平均转矩,同时降低了齿槽转矩和转矩脉动。文献[10]介绍了永磁同步电机齿槽转矩的简要推导过程,推导出齿槽转矩的数值计算方法,但没有分析出其谐波组成。文献[11]提出基于谐波筛选的轴向磁通永磁同步电机齿槽转矩计算方法。文献[12]和文献[13]均研究了轴径向混合磁通电机的齿槽转矩表达式并且文献[13]还提出了一种新型的降维变换方法。文献[14]提出了一种基于永磁体径向均匀分段、分组同向偏移的方法来抑制定子无磁轭分块电枢电机的齿槽转矩。文献[15]在分析齿槽转矩及谐波产生原理的基础上,确定了齿槽转矩及磁动势谐波影响因素。文献[16]利用场路结合法设计了一款永磁无刷直流轮毂电机,并对永磁无刷直流电机的结构、工作运行原理、数学模型等作了阐述。文献[17]对槽口函数(相对气隙磁导)解析模型进行了系统推导。

基于上述理论研究成果,本文以一台贯穿式分数槽集中绕组(Fractional-Slot Concentrated Winding, FSCW)定子轴向磁通双转子同步电机样机为例,利用虚位移法与磁路法推导齿槽转矩表达式并建立近似数学模型。该电机定子采用三相 6 槽分数槽集中绕组结构,两个转子分别采用 24 槽二对极与 24 槽四对极,并结合电机试验平台,利用磁路等效原则搭建二维等效有限元仿真

模型,将仿真结果与所推导数学模型得出结果进行对比。本文工作旨在搭建贯穿式 FSCW 定子轴向磁通双转子同步电机 (Through-FSCW-Stator Axial-Flux Dual-Rotor Synchronous Generator, AF-DR-TS-FSCW-SG) 齿槽转矩较为精确的数学模型,为该类电机的设计、制造与优化提供理论依据。

1 AF-DR-TS-FSCW-SG 结构及工作原理

1.1 基本结构

本文所提出的贯穿式 FSCW 定子轴向磁通双转子同步电机的三维结构如图 1 所示。电机采用单定子双转子结构,这是目前最常见的一种轴向磁通发电机,该类型电机将定子安装在两个对称的转子中间且定转子之间气隙长度均匀可调。两个转子通以直流电流产生磁场,定子绕组产生一对主导极分别与两个转子产生的主导极谐波进行耦合;定子由硅钢片叠压而成,并且没有轭部。这种结构的电机由于没有轭部,可以做成扁平的结构,致使其理论上可实现较大的有效作用半径,多个磁极可以同时产生转矩,这在控制电机体积与电机质量的情况下获得了远超前于常规径向电机的转矩与功率。而且无轭部的设计在此基础上又进一步减小了电机的体积与质量,并使得磁滞损耗与涡流损耗也大大减少了,因此在一定程度上使电机获得了更好的散热性能。

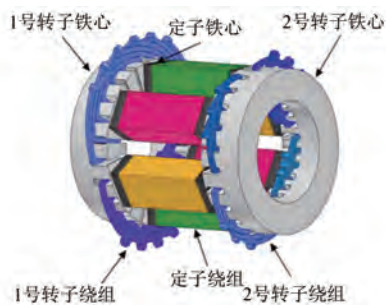


图 1 AF-DR-TS-FSCW-SG 结构图

Fig. 1 Structural diagram of the AF-DR-TS-FSCW-SG

1.2 电机工作原理

该电机定子采用三相对称的六槽双层分数槽集中绕组;两个转子采用同尺寸 24 槽铁心,并采用单层整数槽绕组。定子主导极对数为 2 对极与 4 对极。两个转子绕组采用直流励磁,其中一号

转子的主导极对数为 2 对极,二号转子的主导极对数为 4 对极。该结构使得定子可以与两个转子的主导极进行直接耦合从而进行能量交换。其磁场耦合如图 2 所示。

在不考虑漏磁及以主磁通为研究对象的前提下,贯穿式 FSCW 定子轴向磁通双转子同步电机中两转子与定子之间的磁通传递关系可依据磁路等效原则表示为等效磁路模型,如图 3 所示。图中 $R_{r1,y}$ 、 $R_{r2,y}$ 分别为两转子各自轭部磁阻; $R_{r1,t}$ 、 $R_{r2,t}$ 为两转子齿部磁阻; R_{g1} 为一号转子与定子间气隙磁阻; R_{g2} 为二号转子与定子间气隙磁阻; R_{st1} 、 R_{st2} 为定子齿部磁阻; R_{sp1} 、 R_{sp2} 为定子极身磁阻; F_{r1} 、 F_{r2} 分别为两转子励磁后产生的磁动势; Φ_1 、 Φ_2 为两转子励磁产生的磁通,在忽略漏磁且铁心未进入饱和的条件下,两路主磁通在定子铁心中发生汇合并重新分配,共同构成该类电机的主磁通通路。

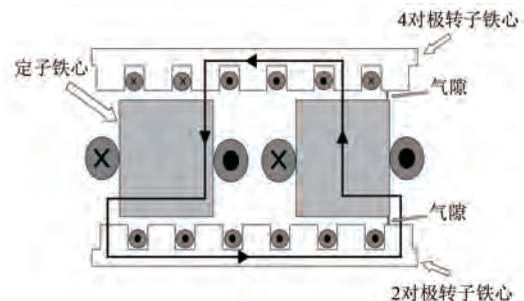


图 2 AF-DR-TS-FSCW-SG 磁场耦合图

Fig. 2 Magnetic field coupling diagram of the AF-DR-TS-FSCW-SG

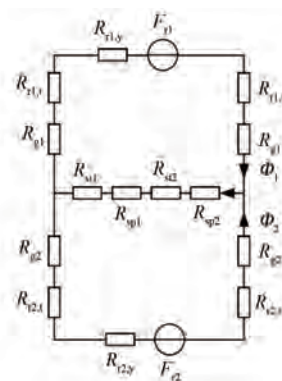


图 3 AF-DR-TS-FSCW-SG 等效磁路图

Fig. 3 Equivalent magnetic circuit of the AF-DR-TS-FSCW-SG

1.3 FSCW 理论

定子绕组采用三相六槽的分数槽集中绕组结

构,所谓分数槽集中绕组结构就是指每极每相槽数为分数,且绕组节距均为 1 的绕组结构。对于一台 m 相的交流电机而言,其定子槽数为 Z ,转子主导极对数为 $2p$ 的时候,则定义其每极每相槽数为 q ,即:

$$q = \frac{Z}{2pm} \quad (1)$$

当 q 为整数时则称该结构为整数槽绕组,为分数时则称该结构为分数槽绕组。所谓集中绕组则是指绕组绕制在一个齿上,其相较于常规分布绕组而言可以极大程度上节省端部铜耗量,同时也简化了制造工艺。除此之外,FSCW 还可分为全齿绕组与隔齿绕组,有的文献也称其为单层绕组与双层绕组,这需要根据设计需要而确定,本文所述的电机定子采用双层绕组结构。

磁动势的分析是电机性能评估中重要的一环,对于分数槽集中绕组电机也是如此。其他文献在分析分数槽集中绕组电机的磁动势时,一般会先将其拆分成单元电机,先分析其单个线圈磁动势,然后将整个线圈组的磁动势进行矢量合成,最后得出单元电机的线圈组极对数为 ν 次的谐波磁动势幅值^[18-26],其表达式为

$$F_{m\nu} = NF_{c\nu}k_{q\nu} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}N \frac{I_c N_c}{\nu} k_{y\nu} k_{q\nu} \quad (2)$$

式中: N 为串联在一起形成一个线圈组的线圈个数; $F_{c\nu}$ 为每极下极对数为 ν 的谐波磁动势振幅; I_c 为定子绕组中所通入电流的幅值; N_c 为绕组匝数; $k_{y\nu}$ 为线圈短距系数; $k_{q\nu}$ 为线圈分布系数。

$k_{y\nu}$ 与 $k_{q\nu}$ 对电机性能有着至关重要的影响,部分文献中也将其合称为绕组系数 $k_{w\nu}$,即:

$$k_{w\nu} = k_{y\nu} k_{q\nu} \quad (3)$$

其中短距系数体现线圈节距对于 ν 次谐波磁动势幅值的影响,就常规整距绕组而言节距就等于极距 τ ,此时线圈两个有效边产生的 ν 次谐波磁动势在空间上相差电角度为 $180^\circ \cdot \nu$,而集中绕组节距为 1,此时节距比 y 为节距与极距的比值,即:

$$y = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{Z/(2p)} = \frac{2p}{Z} \quad (4)$$

此时线圈两个有效边产生的 ν 次谐波磁动势在空间上相差电角度为 β° ,其中:

$$\beta = (1 - y) \cdot 180\nu \quad (5)$$

此时短距系数为采用集中绕组所产生的 ν 次谐波磁动势与采用整距绕组所产生的 ν 次谐波磁动势之比,即:

$$k_{y\nu} = \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) = \cos\left(\frac{(1 - y) \cdot 180\nu}{2}\right) = \cos\left[\frac{\left(1 - \frac{2p}{Z}\right) \cdot 180\nu}{2}\right] = \sin\left(\frac{\nu\pi}{Z}\right) \quad (6)$$

因此可以得到两个主导极对数下的短距系数为 $k_{y2} = k_{y4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0.866$ 。

而分布系数则体现出线圈的分布对于各次谐波的影响,就本台 6 槽样机而言,槽距角为 60° ,一号转子与二号转子的主导极对数分别为 4 对极与 2 对极,这就意味着每当走过一个机械周期,4 对极谐波与 2 对极谐波分别走过了 4 个周期与 2 个周期。因此与两个主导极对数所对应次的槽内导体磁动势夹角分别为 240° 与 120° ,其磁动势星型图如图 4、图 5 所示。

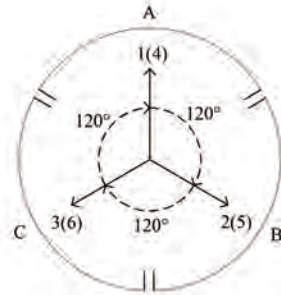


图 4 二对极磁动势星型图

Fig. 4 Magnetomotive force star diagrams for 2-pole-pair

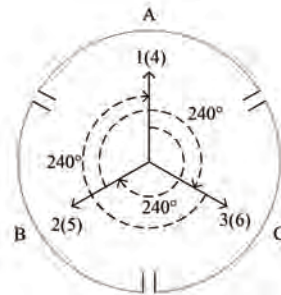


图 5 四对极磁动势星型图

Fig. 5 Magnetomotive force star diagrams for 4-pole-pair

由图 4 和图 5 可知,无论是 4 对极还是 2 对极,一号槽内导体的磁动势与四号槽内导体的磁

动势方向一致;二号槽内导体的磁动势与五号槽内导体的磁动势方向一致;三号槽内导体的磁动势与六号槽内导体的磁动势方向一致。因此可以将方向相同的两个槽分至同一相中,此时分布系数 $k_{q2}=k_{q4}=1$ 。将 k_y 与 k_q 的值代入式(3)可得 $k_{w2}=k_{w4}=0.866$ 。

计算得出定子产生的 1 次、3 次、5 次谐波磁动势绕组系数均小于 2 对极与 4 对极的,验证了电机设计的合理性。

进一步根据气隙磁场合成模型可得转子旋转在定子绕组中生成的反电动势频率 f 为

$$f = \frac{pn}{60} \quad (7)$$

由式(7)可知,当两个转子极对数分别为 4 与 2 时,其转速比应为 1:2 才能使得两个转子分别在定子绕组中生成的感应电动势频率一致。再根据两个主导极对数下的线圈磁动势星型图可知两个主导极对数下的谐波行波方向相反,因此将 4 对极转子与 2 对极转子转速比固定为 1:2 且两个转子旋转方向相反,才可使得磁链耦合效率最高。

2 基于虚位移法的齿槽转矩理论

目前许多文献对于齿槽转矩的定义是在永磁同步电机中定子空载时转动转子,转子永磁体磁场与定子齿槽相互作用所产生的转矩。究其根本,是转子磁场旋转时与定子齿槽间的相互作用。对于本文所提出的电励磁样机而言齿槽转矩便是定子空载时转子加以激励并由原动机带动旋转后,转子磁极在旋转过程中,由于定子齿槽的存在导致磁路磁阻发生变化,而磁场系统有着趋于磁阻最小位置的特性所产生的周期性转矩。通常在求解齿槽转矩时使用虚位移法,有的文献也称虚位移法为能量法。虚位移法是基于虚功原理,假设系统有一个微小的、虚拟的位移,在此位移下所产生的磁场能量变化而导致的转矩。该方法计算转矩时要求系统各回路磁链守恒,但在工程实际中往往难以做到,因此常用磁共能来计算转矩。若用磁共能计算转矩只需确保各回路电流守恒,该条件在工程实际中更容易实现。通常可以利用气隙磁密或者定子自感互感来求解气隙磁场所储存的能量,进而求得齿槽转矩。

2.1 齿槽转矩理论分析

对于常规条件下磁共能的表达式为气隙磁场能量密度对于气隙体积的积分^[27-28],即:

$$W_c = \int_V w_c dV \quad (8)$$

而气隙磁场能量密度又可以表示为

$$w_c = \int_0^H B_g dH \quad (9)$$

式中: B_g 为气隙磁密分布; H 为磁场强度。

当铁心未饱和时可以将其视为线性材料,于是有:

$$B_g = \mu_0 H \quad (10)$$

式中: μ_0 为绝对磁导率。

将式(9)与式(10)代入式(8)可得:

$$W_c = \int_V \frac{B_g^2}{2\mu_0} dV \quad (11)$$

式(11)中的气隙磁密分布 B_g 是关于转子相对定子的相对角度 θ 以及定子空间机械角度 α 的函数,可以写为转子励磁磁场分布 $B_r(\alpha)$ 与相对气隙磁导函数 $\lambda(\alpha)$ 的乘积:

$$B_g(\alpha, \theta) = B_r(\alpha - \theta) \cdot \lambda(\alpha) \quad (12)$$

根据磁路原理可知转子励磁磁场分布 $B_r(\alpha)$ 是由转子励磁绕组通以励磁电流产生磁动势所产生的磁场,可将其写成傅里叶分解的形式:

$$B_r(\alpha) = B_0 + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos(np\alpha) \quad (13)$$

式中: B_0 为气隙磁密平均值; B_n 为转子励磁磁场 n 次谐波幅值。

相对气隙磁导函数 $\lambda(\alpha)$ 定义为实际磁导与标准磁导的比值,其表达式也可化简为傅里叶展开形式:

$$\lambda(\alpha) = \lambda_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \lambda_m \cos(mN_s\alpha) \quad (14)$$

式中: λ_0 为相对气隙磁导平均值; λ_m 为 m 次相对气隙磁导函数幅值。

将式(13)与式(14)代入式(12)可得最终气隙磁密分布 B_g 的表达式:

$$B_g(\alpha, \theta) = B_r(\alpha - \theta) \cdot \lambda(\alpha) = \left\{ B_0 + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos[np(\alpha - \theta)] \right\} \cdot \left[\lambda_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \lambda_m \cos(mN_s\alpha) \right] \quad (15)$$

将气隙磁密分布代入磁共能表达式可得:

$$W_c(\theta) = \frac{1}{2\mu_0} \int_0^{2\pi} \int_{R_i}^{R_o} B_g^2(\alpha, \theta) \cdot r dr d\alpha \cdot L_{ax} \quad (16)$$

式中: R_o 与 R_i 分别为转子的外径与内径; L_{ax} 为铁心的有效轴向长度。

最后可得齿槽转矩表达式:

$$T_{cog}(\theta) = \frac{(R_o^2 - R_i^2)L_{ax}}{4\mu_0} \cdot \frac{\partial \left(\int_0^{2\pi} B_g^2(\alpha, \theta) d\alpha \right)}{\partial \theta} \quad (17)$$

2.2 齿槽转矩近似表达式推导

对于本文设计的轴向磁通双转子同步电机而言,其转子采用单层分布绕组绕制在铁心上,因此其转子产生的磁密波形为阶梯波。若在一个电周期内转子磁密波形跳变 j 次,每次跳变幅值变化为 B_{step} ,则其在一个电周期内表达式为

$$\begin{cases} B_r(\theta) = \frac{B_{step}}{2} \operatorname{sgn}\left(\frac{j}{4}\right) + \\ \frac{B_{step}}{2} \sum_{k=1}^j \alpha_k \operatorname{sgn}\left(\theta - k \frac{2\pi}{j}\right) \\ B_{step} = \frac{\mu_0 N_f I_f}{g_0} \\ B(\theta + 2\pi) = B(\theta) \end{cases} \quad (18)$$

式中: N_f 为线圈匝数; I_f 为励磁电流大小; g_0 为标准气隙长度; α_k 为第 k 次跳变幅值,其上升或者下降的表达式为

$$\alpha_k = \begin{cases} +1, & 1 \leq k \leq \frac{j}{4}; \frac{3j}{4} < k \leq j \\ -1, & \frac{j}{4} < k \leq \frac{3j}{4} \end{cases} \quad (19)$$

由于本文所设计样机的二对极转子与四对极转子均由24槽铁心通过单层分布绕组绕制而成,因此对于二对极转子而言 $j_{4poles} = 24/2$,对于四对极转子而言 $j_{8poles} = 24/4$ 。对两转子产生的磁密进行傅里叶分解:

$$\begin{cases} B_{4poles}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[-\frac{2B_{step}}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \cos(np\theta) \right] + \\ \frac{B_{step}}{n\pi} \left[1 + \sum_{i=1}^{11} \Delta B_i \cos\left(\frac{ni\pi}{6}\right) \right] \sin(np\theta) \\ B_{8poles}(\theta) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2B_{step}}{n\pi} \left(1 + 2\cos\frac{n\pi}{3} \right) \sin(np\theta) \end{cases} \quad (20)$$

式中: ΔB_i 为跳变后磁密值与跳变前磁密值之差。

由式(20)可知无论是二对极还是四对极转子产生的磁密平均值均为0,即 B_0 为0,且根据半波奇对称性可知两转子励磁后产生的磁密均没有偶数次谐波。

定子采用6槽分数槽集中绕组,齿距为 τ_s ,槽口宽度为 b_0 ,基于Carter理论,槽口磁场展开与准静态近似工程解析模型可得出其开槽导致的相对气隙磁导函数表达式如式(21)所示。

$$\begin{cases} \lambda(\alpha) = \lambda_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \lambda_m \cos(mN_s \alpha) \\ \lambda_0 = \frac{1}{k_c} \\ \lambda_m = \frac{2}{m\pi} \sin\left(m\pi \frac{b_0}{\tau_s}\right) \cdot \\ \frac{1 - \lambda_0}{1 + (mg_0/b_0)^2} \cdot G(m) \\ G(m) \approx \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{mg_0}{h_s}\right)^2}} \\ k_c = \frac{\tau_s}{\tau_s - \gamma g_0} \\ \gamma = \frac{4}{\pi} \left[\frac{b_0}{2g_0} \arctan\left(\frac{b_0}{2g_0}\right) - \ln \sqrt{1 + \left(\frac{b_0}{2g_0}\right)^2} \right] \end{cases} \quad (21)$$

式中: k_c 为Carter系数,其体现定子开槽对气隙磁通分布的影响,定义为有效气隙长度与标准气隙长度的比值,其通常与齿距 τ_s ,槽口宽度 b_0 有关; $G(m)$ 为槽口函数,描述了具体几何形状对 m 次磁导谐波的影响; h_s 为槽深。

将式(21)代入式(16)整理可得磁共能的表达式,再将磁共能表达式代入到式(17)中,便可求得齿槽转矩的表达式。在计算过程中由于积分区间为一整个圆周,因此单一关于 α 的三角函数积分后为0。同时根据三角函数正交原理,频率不同的三角函数相乘后积分也为0,因此齿槽转矩主导极对数为定子槽数与转子极数的最小公倍数。

由于谐波幅值随次数上升迅速衰减,因此高次磁密磁导谐波耦合下产生的齿槽转矩近乎为0,在工程实际中可以将其忽略。最终整理可得齿

槽转矩近似表达式如(22)式所示。

$$\begin{cases} T_{\text{cog}}(\theta) = \frac{\pi(R_o^2 - R_i^2)L_{\text{ax}}\lambda_0 N_s}{4\mu_0} \cdot \\ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n,n'=1}^{\infty} m\lambda_m B_n B_{n'} \sin(mN_s\theta) \\ mN_s = p(n - n') \end{cases} \quad (22)$$

3 样机试验与仿真分析

基于以上理论分析,本文以贯穿式 FSCW 定子轴向磁通双转子同步电机为例,按照表 1 所列结构参数搭建样机试验平台,如图 6 所示。

表 1 AF-DR-TS-FSCW-SG 样机结构参数

Tab. 1 Structural parameters of the AF-DR-TS-FSCW-SG

参数名称	参数值
定子矩形铁心轴向长度/mm	120
定子矩形铁心径向长度/mm	38
定子矩形铁心径向宽度/mm	30
定子主极对数	2, 4
定子槽数	6
定子匝数	100
1 号转子极对数	2
2 号转子极对数	4
转子铁心内半径/mm	47.1
转子铁心外半径/mm	76.1
转子铁心齿槽长度/mm	20
转子铁心轭部厚度/mm	20
转子铁心槽数	24
转子单个槽内匝数	40
气隙长度/mm	1.8

贯穿式 FSCW 定子轴向磁通双转子同步电机试验平台由两台额定频率 50 Hz、额定转速 1 500 r/min 的原动机,通过两台变频器提供 10 Hz 与 5 Hz 的三相交流激励,分别为一号转子提供 150 r/min,为二号转子提供 75 r/min 的转速。同时两个转子的转轴上接入编码器记录双转子与定子的相对位置。两个转子绕组通过直流稳压源提供直流激励。

同时利用 Ansys Maxwell 软件建立有限元仿真模型,现有的轴向磁通电机通常采用三维有限元仿真模型进行分析,然而三维仿真模型对于计算机性能要求高、运算量大,一次瞬态仿真周期往

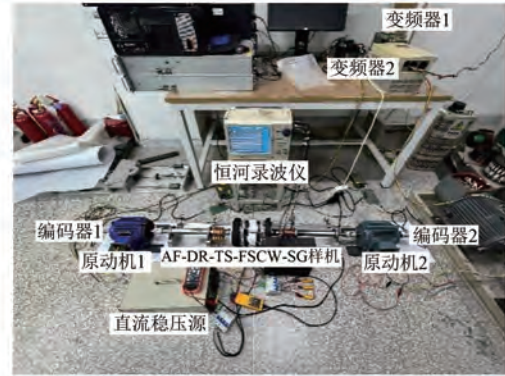


图 6 AF-DR-TS-FSCW-SG 样机试验平台
 Fig. 6 Prototype experimental setup of the AF-DR-TS-FSCW-SG

往需要耗费几个小时,严重影响电机设计和优化周期^[18]。因此本文提出一种根据磁路等效原则采用降维变换搭建的二维有限元运算模型。其拓扑示意图如图 7 所示,结构参数见表 2。

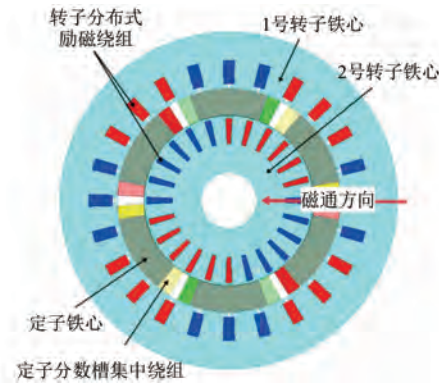


图 7 试验样机拓扑示意图
 Fig. 7 Topology schematic diagram of the test prototype

3.1 气隙磁密分布及谐波特性仿真分析

齿槽转矩的产生本质上是来源于转子磁场与定子齿槽引起的气隙磁导周期性调制之间的相互作用,因此气隙磁密的空间分布及其谐波组成是分析齿槽转矩的重要前提。为判断前文齿槽转矩理论推导所采用磁场假设的合理性,本文首先对电机在不同激励工况下的气隙磁密特性进行有限元仿真分析。首先利用 Ansys Maxwell 仿真软件对定子施加频率为 5 Hz,幅值为 10 V 的三相交流激励,观察 200 ms 内气隙各个圆周位置的磁密幅值以测验其气隙磁密波形和谐波构成情况。对气隙磁密幅值进行傅里叶分解后记录前 20 次谐波幅值,结果如图 8 所示。

在 200 ms 内对于任意时刻而言,两对极谐波与四对极谐波幅值均为最高。

表 2 Ansys Maxwell 2D 有限元模型参数

Tab.2 Parameters of the Ansys Maxwell 2D finite element model

参数名称	参数值
定子主极对数	2,4
定子槽数	6
定子匝数	100
1号转子极对数	2,4
2号转子极对数	4
1号转子铁心内半径/mm	50
1号转子铁心外半径/mm	150
2号转子铁心内半径/mm	200
2号转子铁心内半径/mm	300
转子铁心齿槽长度/mm	50
转子铁心轭部厚度/mm	50
转子槽数	24
转子匝数	40
气隙长度/mm	1.8

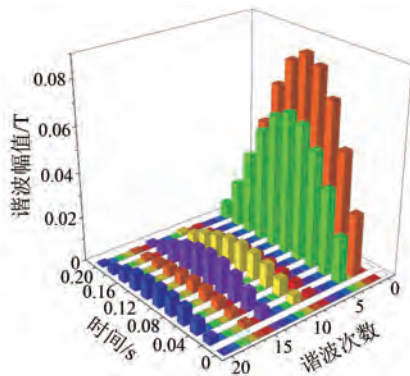


图 8 定子单独激励时气隙磁密谐波分布

Fig.8 Harmonic distribution of the air-gap flux density with only the stator excited

同时依据试验条件,分别为两个转子单独施加 3 A 的电流激励,观测两转子 200 ms 内在定子间气隙中产生的磁密波形并对其进行傅里叶分解。两转子单独激励产生气隙的磁密分解图如图 9 和图 10 所示。

由图 9 和图 10 可知,二对极转子单独激励时气隙中磁密分解后,2 次谐波幅值最高,其次是 8 次谐波,这是由转子所产生的 2 次谐波经 6 槽定子调制后导致的;同理四对极转子单独激励时气

隙中磁密分解后,4 次谐波幅值最高,其次是 10 次谐波,这也是由转子所产生的 4 次谐波经 6 槽定子调制后产生的。

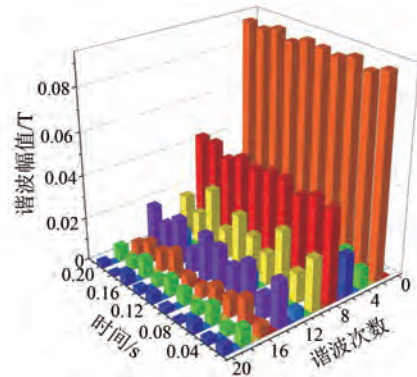


图 9 二对极转子单独激励时气隙磁密谐波分布

Fig.9 Harmonic distribution of the air-gap flux density with only the two-pole-pair rotor excited

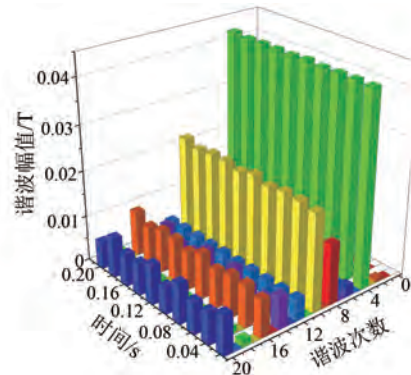


图 10 四对极转子单独激励时气隙磁密谐波分布

Fig.10 Harmonic distribution of the air-gap flux density with only the four-pole-pair rotor excited

3.2 空载电压仿真与试验

空载工况下的定子电压直接由气隙磁链变化所决定,其波形与谐波特性能够综合反映气隙磁场的空间分布及其调制效应。因此,通过空载电压的试验与仿真对比,可以间接体现齿槽转矩分析中所采用的磁场建模及有限元模型的有效性。本文分别在二对极转子单独激励、四对极转子单独激励、两转子同时激励工况下进行样机试验与有限元仿真。在任意工况下两转子均通过可调直流稳压稳源为其提供 3 A 的电流激励,且在任意工况下二对极转子转速均为 150 r/min,四对极转子转速均为 75 r/min,且两转子旋转方向相反。本文对于三种工况下的仿真与试验各取其定子 A 相对于中性点电压的一个电周期为例进行分析。

图 11 和图 12 分别为二对极转子单独激励与四对极转子单独激励的试验值、解析值及折算后的仿真结果对比图。

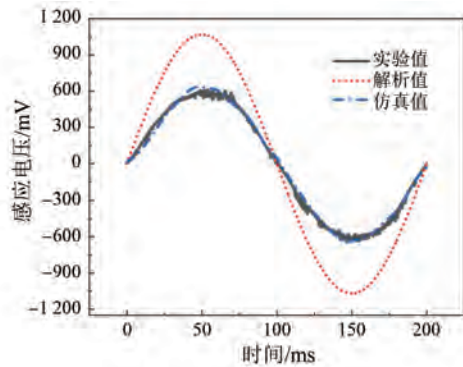


图 11 二对极转子单独激励的电压波形
Fig. 11 Voltage waveform under two-pole-pair rotor-only excitation

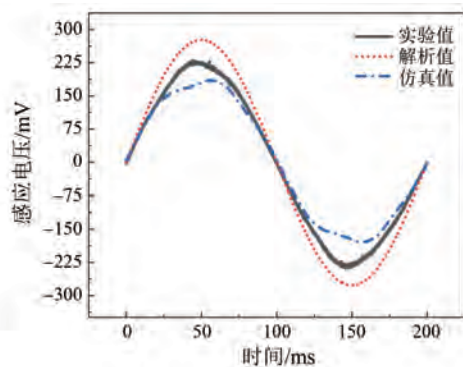


图 12 四对极转子单独激励的电压波形
Fig. 12 Voltage waveform under four-pole-pair rotor-only excitation

图 13 为两转子通过增量式光电编码器测得二对极转子初始电角度超前四对极转子初始电角度 29.7° 时根据上述条件测定的定子 A 相对中性点的感应电压波形。为与试验条件保持一致, 仿真也在上述条件下进行, 并计算相同情况下的定子 A 相对中性点的感应电压解析值。

由图 11~图 13 可知, 三种工况下试验值与仿真值的相对误差依次为 4.02%、16.84% 与 10.73%, 同时波形变化趋势保持一致, 且仿真值与试验值均小于解析值。这是因为解析值是在忽略气隙不均匀、漏磁、涡流损耗等因素后得出的较为理想的值, 而仿真值在考虑了气隙端部效应、气隙离散、齿槽开口等非理想因素对于电机性能的影响后, 较为准确地体现了电机的实际性能。

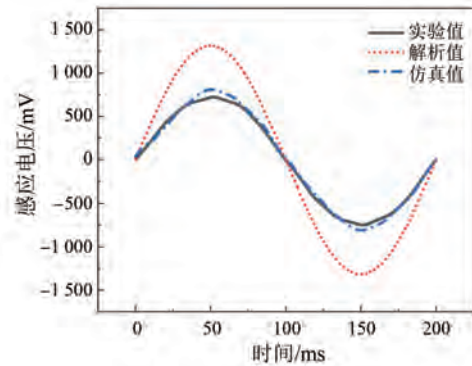


图 13 两转子同时激励的电压波形
Fig. 13 Voltage waveform under dual-rotor simultaneous excitation

3.3 电机齿槽转矩仿真分析

在上述气隙磁场特性及建模得到佐证的基础上, 进一步对不同激励工况下的齿槽转矩进行有限元仿真分析, 并与前文推导的解析结果进行对比。分别对二对极转子单独激励、四对极转子单独激励、两转子同时激励这三种工况进行有限元仿真, 与空载电压仿真保持一致, 在任意工况下两转子均通以 3 A 的电流激励, 且在任意工况下二对极转子转速均为 150 r/min、四对极转子转速均为 75 r/min, 两转子旋转方向相反。在该条件下得出前述三种工况的齿槽转矩仿真波形, 如图 14~图 17 所示。

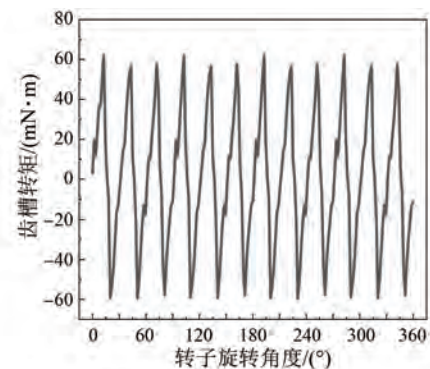


图 14 二对极转子单独激励齿槽转矩仿真
Fig. 14 Simulation of cogging torque under two-pole-pair rotor-only excitation

图 14~图 17 分别展示了两转子单独激励时齿槽转矩的仿真值及其傅里叶分解后的谐波组成, 并将其各自齿槽转矩主导谐波仿真值与解析值进行对比。由图 15 可知, 当二对极转子单独激励时, 其主导谐波次数为 $L_{CM}(4,6) = 12$ 次, 且二

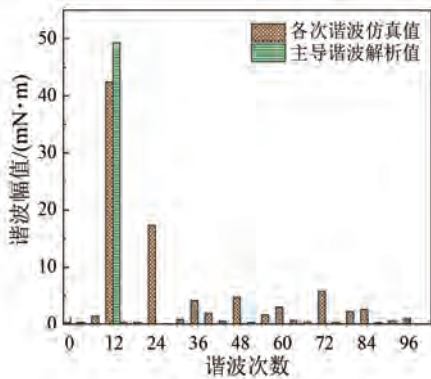


图 15 二对极转子单独激励齿槽转矩谐波分析

Fig. 15 Analysis of cogging torque harmonics under two-pole-pair rotor-only excitation

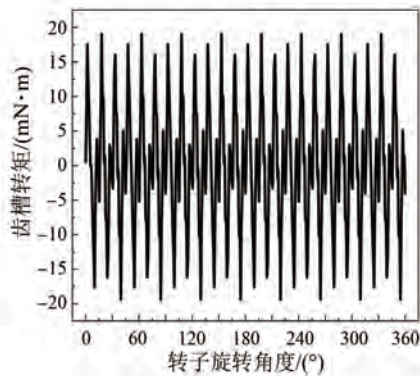


图 16 四对极转子单独激励齿槽转矩仿真

Fig. 16 Simulation of cogging torque under four-pole-pair rotor-only excitation

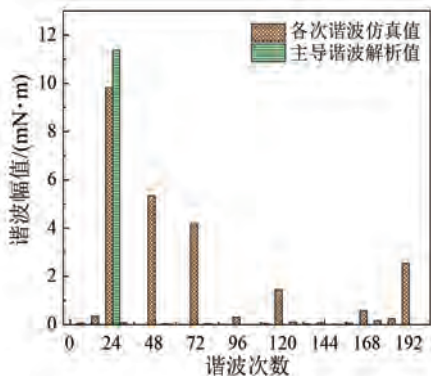


图 17 四对极转子单独激励齿槽转矩谐波分析

Fig. 17 Analysis of cogging torque harmonics under four-pole-pair rotor-only excitation

维有限元仿真的齿槽转矩与通过解析计算结果在主导谐波上的相对误差为 13.86%；由图 17 可知，当四对极转子单独激励时，其主导谐波次数为 $L_{CM}(8,6)=24$ 次，且二维有限元仿真的齿槽转矩

与通过解析计算结果在主导谐波上的相对误差为 13.57%。从对比结果可以看出，在不同极对数条件下，齿槽转矩主导谐波的空间阶次随极对数发生变化，但解析结果与有限元仿真之间的偏差保持在相近水平，体现了所提出分析方法的普适性。

图 18~图 21 为二对极转子超前四对极转子 57.6°电角度时，两转子同时激励的齿槽转矩的仿真值及其傅里叶分解后的谐波组成。相较于仅单转子激励时的齿槽转矩，两转子同时激励条件下的齿槽转矩在性质上发生了变化。单转子齿槽转矩来源于磁导周期起伏引起的磁场能量可逆变化，其在一个机械周期内的平均值为零；而在双转子同时激励并同步旋转时，定子齿槽磁导调制引入了转子间的磁场相互作用能量，即磁场能量来自于两转子叠加，该能量项在同步约束下对公共转角的导数不再积分为零，从而导致齿槽转矩呈现非零平均值和显著变化的幅值，其本质为维持同步运动所需要克服的磁阻反力矩，但整体计算过程与单转子激励时一致，此处不再过多赘述。

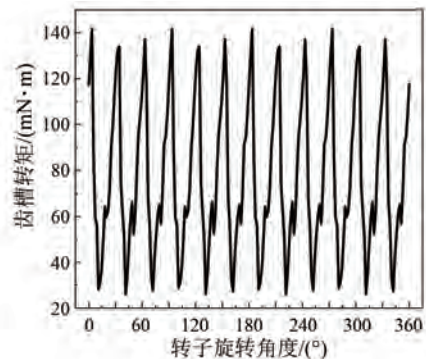


图 18 两转子同时激励二对极转子齿槽转矩仿真

Fig. 18 Simulation of the two-pole-pair rotor's cogging torque under dual-rotor simultaneous excitation

4 结语

本文以一台定子采用 6 槽分数槽集中绕组，转子分别采用 24 槽二对极与 24 槽四对极的轴向磁通电励磁双转子同步电机为研究对象，通过虚位移法结合磁路法推算齿槽转矩近似表达式，并使用有限元仿真对其进行分析，得到如下结论。

(1) 在齿槽转矩理论分析的基础上，本文基于磁路等效思想，对贯穿式 FSCW 定子轴向磁通双转子同步电机的三维有限元仿真模型进行了降维处理，构建了一种用于齿槽转矩相关电磁量分

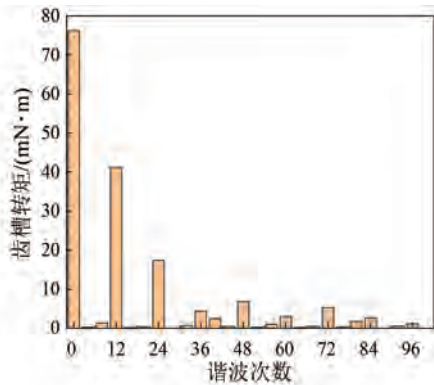


图 19 两转子同时激励工况下二对极转子齿槽转矩谐波仿真

Fig. 19 Simulation of the two-pole-pair rotor's cogging torque harmonics under dual-rotor simultaneous excitation

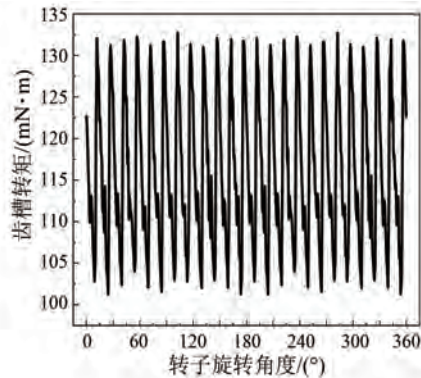


图 20 两转子同时激励四对极转子齿槽转矩仿真

Fig. 20 Simulation of the four-pole-pair rotor's cogging torque under dual-rotor simultaneous excitation

析的二维有限元仿真模型。二维有限元仿真与样机试验结果表明,一号转子单独激励、二号转子单独激励、两转子同时激励三种工况下的二维有限元仿真结果与试验结果在空载电压幅值上的相对误差依次为 4.02%、16.84% 与 10.73%,同时仿真与试验波形的变化趋势具有较好的一致性。与三维有限元仿真相比,该二维仿真模型在保证分析精度的前提下由原先三维有限元仿真所需的数个小时缩减为二维有限元仿真所需的几十分钟,为轴向磁通同步电机齿槽转矩的参数分析与初步设计阶段提供了一种计算效率较高的仿真手段。

(2)在经典齿槽转矩理论框架下,本文基于虚位移法并结合等效磁路分析思想,引入 Carter

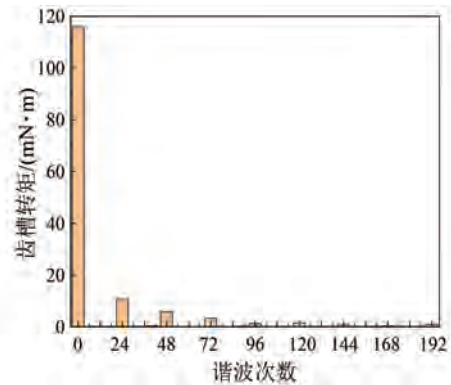


图 21 两转子同时激励工况下四对极转子齿槽转矩谐波仿真

Fig. 21 Simulation of the four-pole-pair rotor's cogging torque harmonics under dual-rotor simultaneous excitation

理论中的气隙磁导修正思想,针对贯穿式 FSCW 定子轴向磁通双转子电励磁同步电机的双气隙结构进行了等效处理,将其统一为单一的相对气隙磁导函数。在此基础上,推导了该类电机齿槽转矩的近似解析表达式。并将该表达式得出的解析值与二维有限元仿真结果进行对比,在一号转子单独激励与二号转子单独激励的工况下相对误差分别为 13.86% 和 13.57%。

利益冲突声明

所有作者声明不存在利益冲突。

All authors disclose no relevant conflict of interests.

作者贡献

秦臻进行了方案设计、内容总结与论文撰写,胡皓宇、骆皓等进行了样机试验平台搭建工作,骆皓进行了论文的审核与修改。所有作者均阅读并同意了最终稿件的提交。

The scheme design, content summary and paper writing were carried out by Qin Zhen. The experimental platform setup was conducted by Hu Haoyu, Luo Hao. The manuscript was revised by Luo Hao. All authors have read the last version of paper and consented for submission.

参考文献

- [1] Xuan V H, Trong N V. Effective electromagnetic

- models for the design of axial flux permanent magnet generators in wind power [J]. *Engineering Proceedings*, 2025, 104(1) : 82.
- [2] Zhou Y, Xiang Z, Liu Q, et al. Design and investigation of a low-cogging-torque and high-torque-density double-sided permanent magnet motor [J]. *Energies*, 2025, 18(22) : 5995.
- [3] Wang D, Xing Z, Li W, et al. Study on the suppression of CT and TR of IRSP PMSWT based on structural improvement and hierarchical collaborative optimization [J]. *Scientific Reports*, 2025, 15(1) : 39871.
- [4] Yoon Y K, Baek W S. Torque ripple reduction and efficiency enhancement of flared-type consequent-pole motors via asymmetric air-gap and structural optimization [J]. *Applied Sciences*, 2025, 15(21) : 11520.
- [5] 岳明强, 刘城, 王晓光. 定子结构优化对盘式电机齿槽转矩的影响分析 [J]. *制造技术与机床*, 2024(4) : 13-18.
- Yue M Q, Liu C, Wang X G. Research on cogging torque of disk motor based on stator structure optimization [J]. *Manufacturing Technology & Machine Tool*, 2024(4) : 13-18.
- [6] 孙珂. 分数槽集中绕组永磁电机转矩脉动抑制与性能优化研究 [D]. 武汉: 武汉理工大学, 2022.
- Sun K. Research on torque ripple suppression and performance optimization of permanent magnet motors with fractional-slot concentrated windings [D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2022.
- [7] 朱霖. 永磁无刷直流电动机齿槽转矩及极槽比优化研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨理工大学, 2014.
- Zhu L. Optimization research of cogging torque and slot/pole ratio for permanent magnet brushless DC motor [D]. Harbin: Harbin University of Science and Technology, 2014.
- [8] Jia L, Lin M, Wang P. Design, analysis and implementation of a low cogging torque axial-flux PM machines with dual rotors and modular stators for electric vehicles [J]. *Energy*, 2025, 338 : 138760.
- [9] Azze A Q, Rostami N, Tohidi S. A pair face method for cogging torque reduction in V-shape rotor design of PMSM [J]. *Journal of Electrical Engineering & Technology*, 2026, 21 : 1661-1669.
- [10] 许金鑫, 邵珠鑫. 永磁电机齿槽转矩削弱方法的研究分析 [J]. *日用电器*, 2025(9) : 83-87.
- Xu J X, Shao Z X. Research and analysis on the method of reducing cogging torque in permanent magnet motors [J]. *Electrical Appliances*, 2025(9) : 83-87.
- [11] Zhao K X, Zou P X, Guo C Q, et al. Axial flux permanent magnet synchronous motor cogging torque calculation method based on harmonic screening [J]. *Energies*, 2025, 18(14) : 3779.
- [12] 段帅帅. 磁矩双调轴径向混合励磁电机电磁特性分析及齿槽转矩优化 [D]. 郑州: 郑州轻工业大学, 2024.
- Duan S S. Analysis of electromagnetic characteristics and optimization of cogging torque for flux-torque regulation hybrid excitation machine with axial-radial magnetic circuit [D]. Zhengzhou: Zhengzhou University of Light Industry, 2024.
- [13] 孙宋君. 新型轴径向混合磁通永磁电机研究 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2022.
- Sun S J. Research on novel axial-radial hybrid flux permanent magnet machine [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2022.
- [14] 刘慧娟, 刘广冬, 易元元. 无磁轭分块电枢盘式电机齿槽转矩优化设计 [J]. *微特电机*, 2024, 52(4) : 1-7.
- Liu H J, Liu G D, Yi Y Y. Optimization design of cogging torque in axial-flux permanent magnet machine with yokeless and segmented armature [J]. *Small & Special Electrical Machines*, 2024, 52(4) : 1-7.
- [15] 唐雅楠, 景会成, 赵欣, 等. 永磁同步电动机齿槽转矩优化设计仿真 [J]. *微特电机*, 2019, 47(1) : 28-32.
- Tang Y N, Jing H C, Zhao X, et al. Optimization design and simulation of cogging torque of permanent magnet synchronous motor [J]. *Small & Special Electrical Machines*, 2019, 47(1) : 28-32.
- [16] 李文军. 基于齿槽转矩优化的永磁无刷直流轮毂电机设计研究 [D]. 杭州: 中国计量大学, 2017.
- Li W J. Design and research of permanent magnet brushless DC wheel motor based on optimization of cogging torque [D]. Hangzhou: China Jiliang University, 2017.
- [17] Di Gerlando A, Ricca C. Analytical modelling of the slot opening function [J]. *Magnetism*, 2023, 3(4) : 308-326.
- [18] 高阳, 骆皓, 肖一凡, 等. 基于空间多分量极对数

- 磁场耦合的 FSCW 双馈感应电机电磁及损耗特性分析[J]. 电机与控制应用, 2024, 51(10): 107-119.
- Gao Y, Luo H, Xiao Y F, et al. Analysis of electromagnetic and loss characteristics of FSCW doubly-fed induction motor based on spatial multi-component polar-pair magnetic field coupling [J]. Electric Machines & Control Application, 2024, 51(10): 107-119.
- [19] 王定豫. 电动汽车用 FSCW 永磁驱动电机磁钢涡流损耗的分析与优化设计研究[D]. 上海: 上海大学, 2023.
- Wang D Y. Analysis and optimal design of magnet eddy current loss of FSCW permanent magnet drive motor for electric vehicles [D]. Shanghai: Shanghai University, 2023.
- [20] 吴刚, 翟长春. 多层分数槽集中绕组的谐波磁动势分析[J]. 电工技术, 2023(5): 208-210.
- Wu G, Zhai C C. Analysis of harmonic magnetodynamic potential of multilayer fractional slot centralized winding [J]. Electric Engineering, 2023(5): 208-210.
- [21] 翟长春, 骆皓, 吴刚, 等. 分数槽集中绕组双馈感应电机电磁特性分析[J]. 微电机, 2023, 56(1): 18-23.
- Zhai C C, Luo H, Wu G, et al. Analysis of electromagnetic characteristics of fractional slot concentrative winding doubly-fed induction motor [J]. Micromotors, 2023, 56(1): 18-23.
- [22] 陈会崇, 宋承林. 分数槽集中绕组定子磁动势的分解[J]. 电机与控制应用, 2022, 49(1): 62-68.
- Chen H C, Song C L. Decomposition of stator magnetomotive force of fractional-slot concentrated winding [J]. Electric Machines & Control Application, 2022, 49(1): 62-68.
- [23] 祝子冲. 分数槽集中绕组高速永磁同步电机的设计研究[D]. 南京: 东南大学, 2021.
- Zhu Z C. Design research on high-speed permanent magnet synchronous machines with fractional slot concentrated windings [D]. Nanjing: Southeast University, 2021.
- [24] 骆皓, 许祥威, 侍正坤, 等. 基于多频对极磁场耦合的直驱型双馈电机电磁耦合特性分析[J]. 电力自动化设备, 2021, 41(2): 159-165.
- Luo H, Xu X W, Shi Z K, et al. Analysis of electromagnetic coupling characteristics for doubly-fed induction generator based on multi-frequency pole pairs' magnetic field coupling [J]. Electric Power Automation Equipment, 2021, 41(2): 159-165.
- [25] 许祥威, 骆皓, 侍正坤, 等. 分数槽集中绕组双转子感应电机电磁耦合特性的分析[J]. 微电机, 2019, 52(9): 34-40.
- Xu X W, Luo H, Shi Z K, et al. Analysis of electromagnetic coupling characteristics of dual rotor induction machine with fractional slot concentrated winding [J]. Micromotors, 2019, 52(9): 34-40.
- [26] 陈益广, 潘玉玲, 贺鑫. 永磁同步电机分数槽集中绕组磁动势 [J]. 电工技术学报, 2010, 25(10): 30-36.
- Chen Y G, Pan Y L, HE X. Magnetomotive force in permanent magnet synchronous machine with concentrated fractional-slot winding [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2010, 25(10): 30-36.
- [27] 钟城堡, 吴帮超, 彭玉礼, 等. 分数槽集中绕组永磁同步电机齿槽转矩研究[J]. 微特电机, 2018, 46(7): 22-24.
- Zhong C B, Wu B C, Peng Y L, et al. Cogging torque research of fractional slot concentrated winding permanent magnet synchronous machines [J]. Small & Special Electrical Machines, 2018, 46(7): 22-24.
- [28] 刘家琦, 白金刚, 郑萍, 等. 基于磁场调制原理的齿槽转矩研究[J]. 电工技术学报, 2020, 35(5): 931-941.
- Liu J Q, Bai J G, Zheng P, et al. Investigation of cogging torque based on magnetic field modulation principle [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2020, 35(5): 931-941.

收稿日期: 2026-01-15

收到修改稿日期: 2026-03-04

作者简介:

秦 臻(2002—), 男, 硕士研究生, 研究方向为新型电机的设计与控制技术, 2443627739@qq.com;

* 通信作者: 骆 皓(1978—), 男, 博士, 教授, 研究方向为双馈风力电机及交流励磁控制技术, 5188051@qq.com.