

考虑非线性迭代收敛的双定子轴向磁通 永磁电机动态松弛因子等效磁网络模型

范腾辉^{1*}, 侯昭霆², 高琦², 孙剑超², 郭瀚元¹, 张志锋¹

(1. 沈阳工业大学 电气工程学院, 辽宁 沈阳 110870;

2. 山东省舰船先进电机及机电系统重点实验室, 山东 德州 253000)

Equivalent Magnetic Network Model with Dynamic Relaxation Factor for Dual-Stator Axial-Flux Permanent Magnet Motors Considering Nonlinear Iterative Convergence

Fan Tenghui^{1*}, Hou Zhaoting², Gao Qi², Sun Jianchao², Guo Hanyuan¹, Zhang Zhifeng¹

(1. School of Electrical Engineering, Shenyang University of Technology, Shenyang 110870, China;

2. Shandong Key Laboratory of Advanced Motors and Electromechanical Systems, Dezhou 253000, China)

Abstract: [Objective] The magnetic circuit of dual-stator axial-flux permanent magnet motors is distributed along both the axial and circumferential directions, requiring three-dimensional finite element method for electromagnetic performance analysis. Although the three-dimensional finite element method offers high computational accuracy, it also presents challenges such as high computational resource demands and long solution times. This paper proposes an equivalent magnetic network method that accurately accounts for nonlinear iterations, enabling fast and precise calculation of the electromagnetic performance of such motors.

[Methods] First, considering the three-dimensional magnetic circuit characteristics of this motor, the motor was divided radially into multiple independent slices, with each slice equivalently modeled as a two-dimensional linear motor, thereby a quasi-three-dimensional layered magnetic network model that accounts for iron core saturation was established. Second, to overcome the convergence difficulties and poor robustness of traditional magnetic network models in nonlinear solutions, an iterative strategy with a dynamic relaxation factor based on the Sigmoid function was proposed. This strategy utilized the continuous and smooth characteristics of the Sigmoid function to dynamically adjust the relaxation factor, achieving fast convergence in the initial iteration

stages and high-precision stable solutions in the final stages. Finally, taking a dual-stator axial-flux permanent magnet motor as an example, the calculated results were compared and analyzed with three-dimensional finite element results, demonstrating the correctness and feasibility of the proposed method. [Results] The established quasi-three-dimensional layered magnetic network model was able to accurately reflect the magnetic field distribution characteristics of this motor. The calculated results of air-gap flux density, no-load back electromotive force, and electromagnetic torque agreed well with the finite element simulation results, and the errors were within the engineering allowable range. In terms of nonlinear iteration performance, the proposed Sigmoid function dynamic relaxation factor strategy significantly improved the iterative convergence characteristics. Compared with the traditional fixed relaxation factor method, this strategy exhibited stronger robustness, the convergence process was more stable, it maintained stable convergence performance under different saturation levels, and it effectively avoided the iterative divergence problem that might occur in the deep saturation region. [Conclusion] The electromagnetic performance analysis method proposed in this paper, which is based on the quasi-three-dimensional layered magnetic network model and the Sigmoid function dynamic relaxation factor, balances computational accuracy and efficiency. This method possesses good generality and can be extended to the electromagnetic performance analysis of other types of axial-flux motors with complex magnetic circuit structures.

基金项目: 山东省舰船先进电机及机电系统重点实验室开放课题(HLZDSY2025003)

Open Fund Project of Shandong Key Laboratory of Advanced Motors and Electromechanical Systems (HLZDSY2025003)

Key words: dual-stator axial-flux motor; equivalent magnetic network; nonlinear iteration; dynamic relaxation factor; Sigmoid function

摘要:【目的】双定子轴向磁通永磁电机的磁路沿轴向和周向两个方向分布,需采用三维有限元法进行电磁性能分析。尽管三维有限元法计算精度高,但也存在计算资源需求大、求解时间长等问题。本文提出一种可以准确考虑非线性迭代的等效磁网络法,以实现对该类电机电磁性能的快速精确计算。【方法】首先,针对该类电机的三维磁路特征,将电机沿径向划分为多个独立切片,并将每个切片等效为二维直线电机,从而建立考虑铁心饱和的准三维分层磁网络模型。其次,针对传统磁网络模型在非线性求解中存在的收敛困难、鲁棒性差等问题,提出一种基于 Sigmoid 函数的动态松弛因子迭代策略。该策略利用 Sigmoid 函数的连续平滑特性动态调节松弛因子,在迭代初期实现快速收敛,在迭代末期实现高精度稳定求解。最后,以一台双定子轴向磁通永磁电机为例,将计算结果与三维有限元结果进行对比分析,说明所提方法的正确性与可行性。【结果】所建立的准三维分层磁网络模型能够准确反映该电机的磁场分布特性,气隙磁密、空载反电动势及电磁转矩的计算结果与有限元仿真结果吻合较好,误差在工程允许范围内。在非线性迭代性能方面,所提出的 Sigmoid 函数动态松弛因子策略显著改善了迭代收敛特性。与传统固定松弛因子法相比,该策略具有更强的鲁棒性,收敛过程更为平稳,在不同饱和程度下均能保持稳定的收敛性能,有效避免了深度饱和区域可能出现的迭代发散问题。【结论】本文提出的基于准三维分层磁网络模型和 Sigmoid 函数动态松弛因子的电磁性能分析方法,兼顾了计算精度与效率,且具有良好的通用性,可推广应用于其他类型轴向磁通电机及复杂磁路结构的电磁性能分析。

关键词: 双定子轴向磁通电机;等效磁网络;非线性迭代;动态松弛因子;Sigmoid 函数

0 引言

永磁同步电机 (Permanent-Magnet Synchronous Motor, PMSM) 因具有高功率密度、高效率和高可靠性等优点,已广泛应用于电动汽车、航空航天及工业伺服等领域^[1-3]。与传统径向磁通永磁电机相比,轴向磁通永磁电机 (Axial Flux Permanent Magnet Motor, AFPM) 采用盘式结构,具有轴向尺寸短、转矩密度高和散热性能好等特点,在空间受限和高转矩密度场合表现出良好的应用

潜力^[4-6]。其中,双定子轴向磁通永磁电机由于双侧定子共同参与能量转换,其磁路沿轴向与周向同时分布,呈现出明显的三维特征,使得该类电机的电磁性能分析通常需要借助三维有限元法完成^[7-8]。尽管三维有限元法具有较高的计算精度,但其建模和求解过程复杂,计算资源需求大、求解时间长,难以满足电机初始设计阶段多参数优化与快速性能评估的需求^[9-11]。

针对轴向磁通电机电磁性能需要快速分析的问题,国内外学者提出了多种解析或半解析方法。磁场重构法通过结合有限元结果与解析表达式实现气隙磁场重建,但其基函数获取过程较为繁琐,前期准备工作量较大^[12-13];精确子域法通过对不同区域磁场控制方程进行分域求解获得磁场分布,具有较高的理论严谨性,但通常依赖较为理想化的边界条件,且推导过程复杂、公式冗长^[14-16];磁场分离法则通过将总磁场分解为永磁体场、电枢反应场和等效饱和场等组成部分,有利于揭示不同磁场分量对电机性能的影响,但对于结构复杂的轴向磁通电机,其分段建模与场域映射过程会显著增加分析难度^[17-18]。相比之下,等效磁网络法 (Magnetic Equivalent Circuit Network Method, MECNM) 将求解区域离散为由磁导和磁动势源构成的网络,将复杂磁场问题转化为磁路问题求解,具有物理意义清晰、建模灵活、计算速度快等特点,在复杂磁路结构电机的快速分析中具有较好的应用价值^[19-22]。

对于双定子轴向磁通永磁电机而言,采用准三维分层思想建立等效磁网络模型,能够在保留主要磁路特征的基础上兼顾计算效率与工程精度。因此,等效磁网络法适合作为该类电机快速电磁性能分析的求解框架。然而,需要指出的是,磁网络模型在此类问题中的主要困难并不完全在于网络拓扑形式本身,而更多体现在考虑铁磁材料非线性后的数值求解过程。由于铁心材料磁导率会随磁通密度变化而变化,磁网络模型的求解本质上是一个含强非线性特征的代数方程组迭代过程。当电机处于较高饱和程度或过载工况时,非线性耦合效应进一步增强,模型求解往往容易出现收敛速度下降、迭代振荡甚至发散等问题,从而限制了磁网络方法在复杂工况下的计算效率与工程适用性^[23-25]。

围绕磁网络模型的非线性求解问题,已有研究通常采用牛顿-拉夫逊法、不动点法及松弛迭代法等策略。其中,牛顿-拉夫逊法具有较快的局部收敛特性,但其每步迭代均需构造并求解雅可比矩阵,当网络规模较大时计算量明显增加,且在强非线性条件下对初值较为敏感,易出现收敛困难。不动点法实现简单、每步计算量较小,但本质上属于线性收敛,其收敛速度在深度饱和区域会显著降低^[26]。为兼顾稳定性与收敛速度,松弛迭代法被广泛用于磁网络模型求解中。然而,传统方法多采用固定松弛因子,其参数选取通常依赖经验。松弛因子取值较大时虽然有利于初期快速逼近真实解,但在迭代后期易引起震荡甚至发散;取值较小时虽可改善稳定性,却会显著增加迭代步数,降低整体求解效率。尤其在饱和程度和不同运行工况下,固定松弛因子往往难以同时兼顾收敛速度、收敛精度与鲁棒性,这已成为制约磁网络方法进一步发挥快速分析优势的重要因素。

基于上述分析,本文工作的重点是在准三维分层等效磁网络建模框架基础上,针对其非线性求解过程中的收敛性问题进行改进。为此,本文结合双定子轴向磁通永磁电机的三维磁路分布特征,采用准三维分层方法建立电机定子、永磁体及气隙区域的等效磁网络模型;在此基础上,针对传统固定松弛因子在非线性迭代中存在适应性不足、鲁棒性较差的问题,引入一种基于 Sigmoid 函数的动态松弛因子自适应策略,根据实时迭代误差动态调整松弛因子大小,以兼顾迭代初期的收敛速度与迭代后期的稳定性和精度;最后,以一台 24 槽 8 极双定子轴向磁通永磁电机为研究对象,将所提方法的计算结果与三维有限元结果进行对比,并在额定和过载工况下对不同迭代策略的收敛性能进行分析。研究表明,所引入的动态松弛因子策略能够在保持磁网络模型计算精度的同时,显著改善非线性迭代过程的收敛特性,从而提升双定子轴向磁通永磁电机电磁性能快速分析的效率与稳定性。

1 电机拓扑结构及各区域模型建模

1.1 电机拓扑结构

图 1 为双定子单转子 AFPM 的电磁结构。其

主磁通路径如下:从中间转子的 N 极永磁体出发,垂直于定转子平面穿过第一个气隙,进入一侧定子;在定子轭部沿周向走过一个极距后,再反向穿过同一气隙,返回到转子盘上与 N 极相邻的 S 极;随后,从该 S 极出发,沿转子盘的另一方向,按照相似的路径穿过另一侧气隙进入另一侧定子,最终回到出发的 N 极,构成一个完整的闭合磁路。

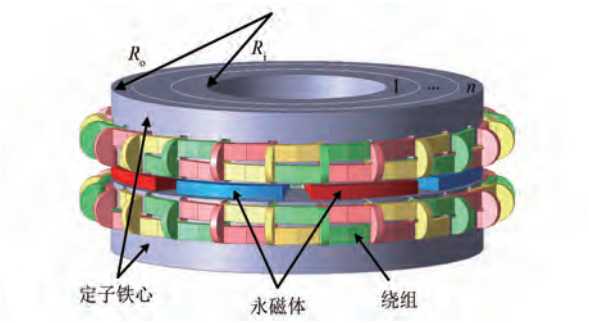


图 1 AFPM 电机的电磁结构

Fig. 1 Electromagnetic structure of the AFPM motor

图 1 同样展示了用于构建准三维解析模型的分层方法。该方法沿径向将电机均匀划分为多个圆环切片,并将每个切片沿周向展开为二维直线电机模型。通过叠加各切片对应模型的计算结果,即可获得电机的整体电磁性能。电机具体电磁计算参数如表 1 所示。

表 1 AFPM 电机主要参数

Tab. 1 AFPM motor main parameters

参数名称	参数值
定子外半径 R_o/mm	155
定子内半径 R_i/mm	75
定子轭高度 T_{sy}/mm	22.5
槽宽 W_s/mm	7.5
槽高 H_s/mm	33.25
槽口宽度 W_n/mm	3
槽口高度 H_n/mm	1
气隙高度 g/mm	1.75
永磁体高度 T_{pm}/mm	10.5
极弧系数	0.8
槽数	24
极数	8

由于所提电机具有周期性与对称性,在进行电磁性能解析计算时,可充分利用其双重对称特征。电机在圆周方向的对称因子为 8,可缩减至

1/8 模型;在此基础上,考虑双定子单转子结构的镜像对称,模型可进一步缩减一半。最终仅需构建整机的 1/16 模型,可有效降低解析模型的计算负担。图 2 给出了单个切片进行解析计算的模型示意图。

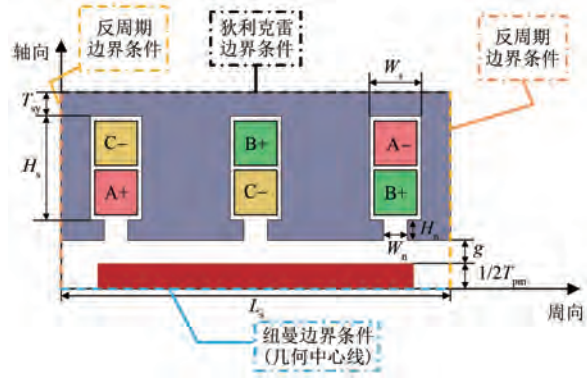


图 2 AFPM 电机的二维切片分析模型

Fig. 2 2-D sliced analytical model of the AFPM motor

单个切片的长度和厚度取决于切片总数及其所处的位置,可按式(1)进行计算:

$$T_s = \frac{R_o - R_i}{n} \quad (1)$$

$$R_a = R_i + \frac{R_o - R_i}{2n}(2k - 1) \quad (2)$$

$$L_s = \frac{\pi R_a}{4} \quad (3)$$

式中: T_s 为切片厚度; L_s 为单个切片的长度; n 为切片数量; k 为当前切片的位置索引; R_a 为第 k 个切片的平均半径。

1.2 电机各区域磁网络模型建模

2-D 直线电机切片模型将电机分成许多小的块,每个块可由集总参数磁路表示。基于所提出的电机磁路和边界条件,需要两种类型的磁导网格,即十字形和 T 形网格,如图 3 所示。其中, W 表示网格宽度, H 表示网格高度, P_c 表示周向磁导, P_a 表示轴向磁导。

在二维切片直线电机磁场中,磁场方向可分

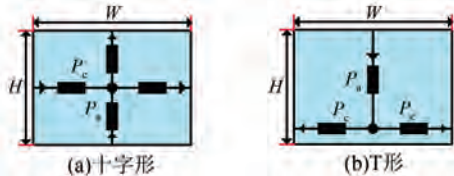


图 3 磁导网格示意图

Fig. 3 Permeance grid diagram

解为轴向和周向磁路,磁阻等效为集总参数模型中的磁通管,根据磁路欧姆定律和磁路的基尔霍夫第一、第二定律,推导出周向磁导 P_c 和轴向磁导 P_a 的计算式:

$$P_c(W, H) = \frac{2\mu_0\mu_i HT_s}{W} \quad (4)$$

$$\begin{cases} P_a(W, H) = \frac{2\mu_0\mu_i WT_s}{H} & \text{十字形网格} \\ P_a(W, H) = \frac{\mu_0\mu_i WT_s}{H} & \text{T形网格} \end{cases} \quad (5)$$

式中: μ_0 为真空磁导率; μ_i 为该区域网格所属材料的相对磁导率。

在 MECNM 建模中,电机各区域的节点数可灵活选择:在磁饱和效应较高的区域,采用多节点进行精确剖分;在磁饱和效应较低的区域,适当减少节点数以降低计算负担和计算时间。

由于定子轭部与外部空气交界处存在狄利克雷边界条件,定子轭部网格的第一层采用 T 形网格,而定子其余部分采用十字形网格。定子齿靴和槽口处易出现磁饱和,因此需对这两部分进行单独剖分:每个齿靴剖分为 $n_{stbc} \times n_{stba}$ 个节点,每个槽口包含 $n_{ssnc} \times n_{ssna}$ 个节点,且槽口轴向节点数与齿靴轴向节点数相同,即 $n_{stba} = n_{ssna}$ 。定子齿身分成平行于齿靴和平行于槽两部分,这两部分在周向有 n_{sbc} 个节点,平行于槽的部分在轴向有 n_{ssa} 个节点。此外,定子轭部剖分为 $n_{syc} \times n_{sya}$ 个节点。定子区域的建模示意图如图 4 所示。

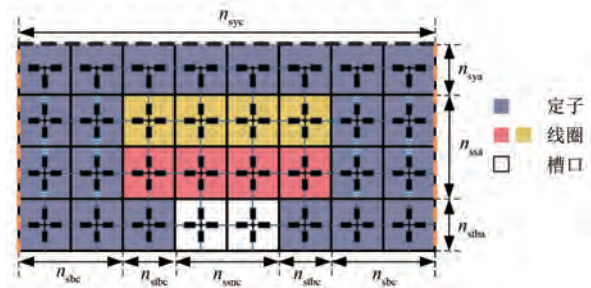


图 4 定子区域网格剖分示意图

Fig. 4 Stator region meshing diagram

定子区域各部分的磁导表达式如下:

$$\begin{cases} P_{stbc}(W, H) = \frac{4\mu_0\mu_{Fe} H_n T_s n_{stbc}}{(W_s - W_n) n_{stba}} \\ P_{stba}(W, H) = \frac{\mu_0\mu_{Fe} (W_s - W_n) T_s n_{stba}}{H_n n_{stbc}} \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} P_{sbc}(W, H) = \frac{4\mu_0\mu_{Fe}H_nT_s n_{sbc}}{W_{tb}n_{sba}} \\ P_{sba}(W, H) = \frac{\mu_0\mu_{Fe}W_{tb}T_s n_{sba}}{H_n n_{sbc}} \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} P_{syc}(W, H) = \frac{6\mu_0\mu_{Fe}T_{sy}T_s n_{syc}}{L_s n_{sya}} \\ P_{sya}(W, H) = \frac{\mu_0\mu_{Fe}L_s T_s n_{sya}}{3T_{sy} n_{syc}} \end{cases} \quad (8)$$

式中: P_{stbc} 、 P_{stba} 、 P_{sbc} 、 P_{sba} 、 P_{syc} 、 P_{sya} 分别对应定子齿靴、齿身和轭部的周向与轴向磁导; W_{tb} 为切片中的定子齿宽度,可通过 L_s 与 W_s 计算获得; μ_0 为真空磁导率; μ_{Fe} 为铁的磁导率。

槽口和槽内区域的磁导如下:

$$\begin{cases} P_{ssnc}(W, H) = \frac{2\mu_0H_nT_s n_{ssnc}}{W_n n_{ssna}} \\ P_{ssna}(W, H) = \frac{2\mu_0W_nT_s n_{ssna}}{H_n n_{ssnc}} \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} P_{ssc}(W, H) = \frac{4\mu_0H_sT_s n_{ssc}}{(W_s - W_n)n_{ssa}} \\ P_{ssa}(W, H) = \frac{\mu_0(W_s - W_n)T_s n_{ssa}}{H_s n_{ssc}} \end{cases} \quad (10)$$

式中: P_{ssnc} 、 P_{ssna} 、 P_{ssc} 、 P_{ssa} 分别为槽口和槽内区域的周向及轴向磁导。

永磁体区域均采用十字形网格进行建模。由于永磁体区域的下边界为纽曼边界,即法向磁场边界条件,在该边界上的所有节点具有相同的标量磁位值,建模时通常将其设为参考零电位。选取该边界上的任意一个节点作为磁网络的参考节点。永磁体区域各部分的磁导表达式见式(11):

$$\begin{cases} P_{pmc}(W, H) = \frac{5\mu_0T_{pm}T_s n_{pmc}}{4L_s n_{pma}} \\ P_{pma}(W, H) = \frac{16\mu_0L_s T_s n_{pma}}{5T_{pm} n_{pmc}} \end{cases} \quad (11)$$

式中: P_{pmc} 、 P_{pma} 分别为永磁体区域的周向及轴向磁导; n_{pmc} 、 n_{pma} 分别为永磁体区域的周向及轴向上划分的节点。

气隙建模对磁网络模型至关重要,因为其不仅影响求解精度,同时对定、转子的相对运动模拟产生影响。因此本文将气隙网格沿轴向分为两层,靠近定子的一层保持固定,靠近转子的一层与

永磁体区域连接且随着永磁体区域一起运动。在运动的过程中,假设某一时刻,第一层气隙中的第 n 个单元与第二层气隙中的第 m 个单元相连接,那么在下一个时刻第一层气隙中的第 n 个单元则与第二层气隙中的第 $m+1$ 个单元相连接,后续运动依次类推。通过这种气隙建模方式,只需要改变两层气隙网格的连接方式即可模拟转子的旋转,从而避免了不同转子位置时对气隙的重新建模。气隙与永磁体区域的网格建模如图 5 所示。

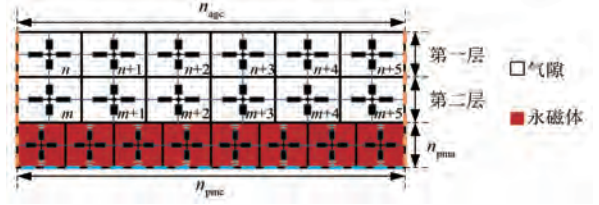


图 5 气隙与永磁体区域网格剖分示意图

Fig. 5 Air gap and permanent magnet region meshing diagram

气隙区域各部分的磁导表达式如下:

$$\begin{cases} P_{agc}(W, H) = \frac{\mu_0gT_s n_{agc}}{L_s} \\ P_{aga}(W, H) = \frac{4\mu_0L_s T_s}{gn_{agc}} \end{cases} \quad (12)$$

式中: P_{agc} 、 P_{aga} 分别为气隙区域的周向及轴向磁导; n_{agc} 为气隙区域划分的周向节点数。

在磁网络模型建模中,将永磁体和绕组均等效为磁动势源进行计算。其中,绕组磁动势源 F_{coil} 施加于与槽相邻的定子齿身部分,永磁体磁动势源 F_{pm} 施加于永磁体所在区域,两者的计算式分别如下所示:

$$F_{coil} = \frac{Ni}{2n_{ssa}} \quad (13)$$

$$F_{pm} = \frac{B_r T_{pm}}{2\mu_0 n_{pma}} \quad (14)$$

式中: N 为线圈匝数; i 为线圈激励电流瞬时值; B_r 为永磁体剩磁。

2 MECN 模型的求解与非线性迭代

2.1 MECN 模型的求解

在建立好完整的电机各区域网络模型后,利用节点电压法对模型进行求解,对于一片二维直线电机模型,对各个节点列写节点电压方程,其矩阵形式如下:

$$\mathbf{A}_{n \times m} \mathbf{Y} \mathbf{A}_{n \times m}^T \mathbf{U}_n = -\mathbf{A}_{n \times m} \mathbf{Y} \mathbf{U}_s \quad (15)$$

式中: $\mathbf{A}_{n \times m}$ 为描述磁网络中各结点与支路关系的关联矩阵, n 和 m 分别为整个磁网络模型的结点与支路个数; $\mathbf{Y}$ 为每条支路上磁导所组成的 m 阶对角阵; $\mathbf{U}_n$ 为 $n \times 1$ 阶矩阵, 表示每个节点的节点磁动势; $\mathbf{U}_s$ 为 $m \times 1$ 阶矩阵, 表示各支路磁动势。

在关联矩阵 $\mathbf{A}_{n \times m}$ 中, 行代表节点, 列代表支路。关联矩阵的每个元素通过式 (16) 计算得出。

$$\mathbf{A}_{n \times m} = \begin{cases} 1 & \text{支路流出节点} \\ -1 & \text{支路流入节点} \\ 0 & \text{未连接} \end{cases} \quad (16)$$

根据式 (15) 得到的各节点磁动势可求解出每条支路上的磁压降 $\mathbf{U}_b$:

$$\mathbf{U}_b = \mathbf{A}_{n \times m}^T \mathbf{U}_n \quad (17)$$

磁压降可进一步计算出每条支路上的磁通密度, 通过对求解出的各个位置的磁通密度进行后处理即可计算电机的电磁性能。磁通密度的计算过程如下式所示:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varphi}_b = \mathbf{Y} \mathbf{U}_b + \mathbf{F} \\ \mathbf{B}_b = \mathbf{S}_b \boldsymbol{\varphi}_b = \mathbf{S}_b \mathbf{Y} (\mathbf{U}_b + \mathbf{F}) \end{cases} \quad (18)$$

式中: $\boldsymbol{\varphi}_b$ 为网络中各支路磁通; $\mathbf{F}$ 为网络中各支路的磁动势; $\mathbf{B}_b$ 为网络中各支路磁密; $\mathbf{S}_b$ 为每条支路磁通所穿过面积的对角矩阵。

针对 $B-H$ 曲线的非线性区域, 由于支路磁导率随磁通密度变化而变化, 因此在求解 MECN 模型时需进行非线性迭代。在迭代过程中, 首先基于初始相对磁导率通过式 (18) 计算出每个支路的磁通密度; 然后, 引入松弛因子对磁通密度进行修正, 最后将修正后的磁通密度根据铁心材料的 $B-\mu$ 曲线, 采用插值法计算此时该网络单元的相对磁导率。将新计算出的相对磁导率代入式 (15)~式 (18) 进行迭代计算。松弛因子修正磁通密度的计算方法可用下式表示:

$$\mathbf{B}^{k*} = \alpha \mathbf{B}^k + (1 - \alpha) \mathbf{B}^{k-1} \quad (19)$$

式中: α 为松弛因子; $\mathbf{B}^{k*}$ 为校正后的磁通密度; $\mathbf{B}^k$ 为当前的磁通密度; $\mathbf{B}^{k-1}$ 为上一步校正的磁通密度。

2.2 动态松弛因子非线性迭代策略

传统的非线性迭代方法采用固定松弛因子, 其取值高度依赖经验; 取值过大虽能加速初期收敛, 但在接近真实解时易引发振荡甚至发散; 取值过小虽能保证收敛, 但会大幅增加迭代步数, 导致计算效率低下。更为关键的是, 即使通过经验选

取的松弛因子能使迭代过程趋于稳定或达到最大迭代步数, 非线性迭代的计算结果仍可能存在显著的迭代误差, 这将导致 MECN 模型的计算精度进一步降低。

针对上述问题, 本文引入一种基于 Sigmoid 函数的动态松弛因子自适应策略。在该策略中, 松弛因子根据实时迭代误差 ε 进行自适应调节。利用 Sigmoid 函数的连续平滑特性, 实现松弛因子随着迭代进程的动态调节, 确保磁密在迭代过程中变化更加平稳, 并促进收敛。该策略的计算如下式所示:

$$\alpha(\varepsilon) = \alpha_{\min} + \frac{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}}{1 + e^{-k'(\varepsilon - \varepsilon_0)}} \quad (20)$$

式中: $\alpha_{\max}$ 和 $\alpha_{\min}$ 分别为松弛因子的最大值和最小值; $\varepsilon = \|\mathbf{B}^k - \mathbf{B}^{k-1}\|$, 为当前迭代步的误差; ε_0 为过渡中点; k' 为过渡陡峭度。

上述参数在自适应迭代收敛过程中各自承担着不同的功能定位, 且彼此协同配合, 其作用可划分为三个典型阶段。这三个阶段的过程如图 6 所示。

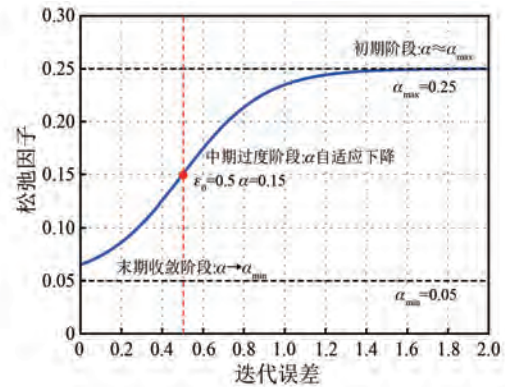


图 6 Sigmoid 动态松弛因子策略的三个阶段

Fig. 6 Three stages of the Sigmoid dynamic relaxation factor strategy

(1) 初始迭代阶段: 当迭代误差 ε 远大于过渡中点 ε_0 时, Sigmoid 函数的分母趋近于 1, 松弛因子 α 接近其最大值 $\alpha_{\max}$ 。在此阶段, 采用较大的松弛因子能够以最大稳定收敛速率进行迭代, 使磁密快速向真实解逼近。由于 Sigmoid 函数的饱和特性, 松弛因子被自然限制在 $\alpha_{\max}$ 以内, 避免了因步长过大而导致的迭代发散。 $\alpha_{\max}$ 的取值过大会引发系统的发散, 过小则降低初期收敛速度。通过大量测试, 当 $\alpha_{\max}$ 取 0.25 时, 能够在保

持迭代稳定的同时获得最快的初期收敛速度。

(2)中期过渡阶段:当迭代误差 ε 下降至 ε_0 附近时,Sigmoid 函数进入线性变化区间,松弛因子 α 随误差 ε 的减小而自适应下降。在此阶段, ε_0 决定了过渡的中心位置,而系数 k' 控制着过渡的陡峭程度。 ε_0 过大导致下降过程发生得过早,在误差尚大时步长已提前减小,从而降低初期收敛速度; ε_0 过小则会导致下降过程发生得过早,在中等误差区域仍保持较大步长,易引发迭代振荡。 k' 过大会使松弛因子在 ε_0 附近急剧变化,易导致迭代过程出现步长突变,引起收敛振荡; k' 过小则使过渡过于平缓,松弛因子下降缓慢,降低中后期收敛效率,增加迭代步数。通过大量测试,当 ε_0 与 k' 分别取 0.5 与 5 时,能够保持迭代稳定时获得最快的初期收敛速度。

(3)末期收敛阶段:当迭代误差 ε 趋近于收敛阈值时,模型计算进入最终收敛阶段,松弛因子 α 趋近于最小值 $\alpha_{\min}$ 。在此阶段,误差 ε 足够小,松弛因子 α 主要由 $\alpha_{\min}$ 主导。合理选择 $\alpha_{\min}$ 能够确保稳定、近乎线性的收敛速率,使误差 ε 快速且稳定地达到收敛阈值。基于广泛的参数调试, $\alpha_{\min}$ 的取值为 3~5 倍的收敛阈值,以保证收敛末期具有足够小的步长,避免因步长过大而导致收敛停滞或振荡现象的产生。因此在本文中, $\alpha_{\min}$ 的取值为 0.05,收敛阈值为 0.01 T。

3 三维有限元数值对比分析

3.1 MECN 模型参数及数值对比条件

为了分析本文所提 MECN 方法的计算精度与效率,将 MECN 方法的计算结果与三维有限元计算结果进行数值对比。对比内容包括气隙磁密、磁链、空载反电动势及电磁转矩等电机电磁性能指标。为合理确定准三维分层模型中的径向切片数量,本文进一步分析了不同切片数量下电机气隙磁密计算时间与计算误差的变化规律,如图 7 所示。随着切片数量的增加,额定工况和过载工况下的计算误差均呈下降趋势,说明增加切片数量能够在一定程度上提高模型对电机三维磁场分布的逼近能力;但与此同时,模型计算时间也随之增加,且在切片数量较大时增长趋势更为明显。综合来看,当切片数量由 1 增加至 5 时,计算误差下降较为显著,而继续增加切片数量后,误差改善

幅度逐渐减小,但计算时间仍持续上升,尤其在过载工况下更为明显。因此,综合考虑计算精度与计算效率,本文最终选取径向切片数量为 5,以兼顾模型的计算准确性和求解效率。

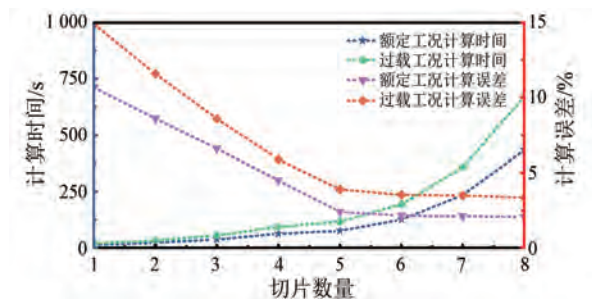


图 7 不同切片数量下计算性能比较曲线

Fig. 7 Computational performance comparison curves for different numbers of slices

在瞬态场计算中,设定每个计算步长对应的转子旋转机械角度为 1° ,因此对于对称因子为 8 的电机模型,气隙周向节点数设置为 45 个,电机额定转速为 1 500 r/min。采用 MECN 方法和三维有限元计算方法计算一个完整电周期内的电磁性能,表 2 给出了各区域的节点划分方案,图 8 为 MECN 算法整体的求解流程图。

表 2 区域节点划分表

Tab. 2 Regional node division table

区域	周向节点数	轴向节点数
永磁体	$n_{\text{pme}} = 40$	$n_{\text{pma}} = 3$
气隙	$n_{\text{age}} = 45$	$n_{\text{aga}} = 2$
定子齿身	$n_{\text{sbc}} = 2$	$n_{\text{stba}}/n_{\text{ssa}} = 4/2$
定子齿靴	$n_{\text{stbc}} = 4$	$n_{\text{stba}} = 4$
定子槽口	$n_{\text{ssnc}} = 3$	$n_{\text{ssna}} = 4$
槽内区域	$2n_{\text{stbc}} + n_{\text{ssnc}} = 11$	$n_{\text{ssa}} = 2$
定子轭部	$n_{\text{syc}} = 40$	$n_{\text{sya}} = 1$

3.2 电机电磁性能对比结果

气隙磁密是计算电机电磁性能的最关键因素,气隙磁密计算的准确性直接影响各种电磁性能的结果,其计算可通过非线性迭代的最终结果获得。图 9 为单个极所对应空载气隙磁密(轴向与周向分量)两种计算方法的对比结果,图 10 为额定电流下电枢反应磁场的两种计算方法对比结果。

图 9 和图 10 表明,本文提出的 MECN 方法能够准确反映电机的开槽效应,这主要得益于对定

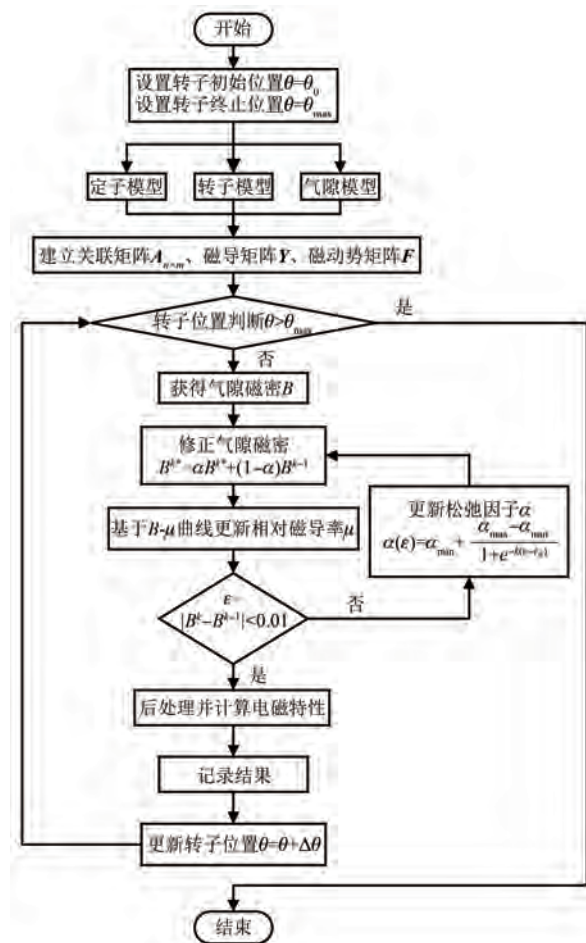


图 8 磁网络模型的求解流程图

Fig. 8 Flowchart for solving the MECN model

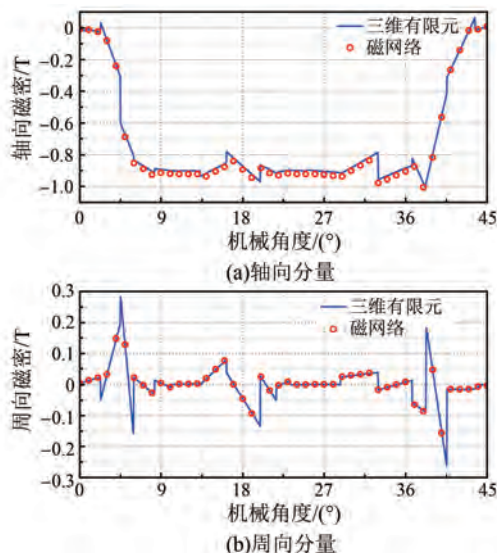


图 9 两种方法得到的空载气隙磁密对比结果

Fig. 9 Comparison results of no-load air gap flux density obtained by two methods

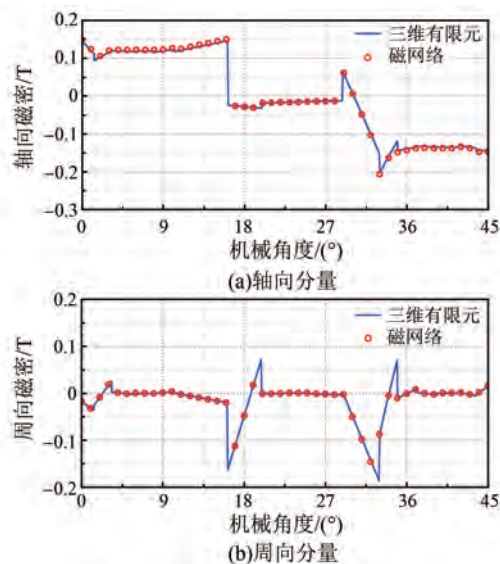


图 10 两种方法得到的电枢反应气隙磁密对比结果

Fig. 10 Comparison results of armature reaction air gap flux density obtained by two methods

子区域中齿靴与槽口的精细化节点划分。然而, MECN 方法计算得到的气隙磁密与三维有限元计算结果之间仍存在微小偏差。该偏差主要源于以下两个因素:其一,与三维有限元相比,MECN 方法所划分的节点数量尚不够密集。然而,过度增加节点数将显著加重计算负担,因此不宜继续增加表 2 中的节点数量。其二,准三维分层方法在将三维电磁场计算转换为二维电磁场计算时,忽略了端部漏磁的影响。

在获得气隙磁密的基础上,通过式(21)计算各相绕组的磁链,再对磁链求导即可得到相反电动势,其计算式如下:

$$\psi_j = N\Phi_j = N \int B_j dS \quad (21)$$

$$E = - \frac{d\psi}{dt} \quad (22)$$

式中: ψ_j 为 A、B 和 C 三相绕组中某一相的磁链; N 为线圈匝数; Φ_j 为相绕组磁通; S 为相绕组磁通通过的横截面积; B_j 为相绕组对应的气隙的轴向磁通密度; E 为相反电动势。

图 11 为分别采用 MECN 方法与三维有限元计算得到的相空载磁链与相空载反电动势结果。

采用 $i_d=0$ 的控制方式驱动电机旋转,在 $i_d=0$ 的控制方式下,需要使 d 轴与 A 相绕组的中心轴对齐,转子位置角为 MECN 方法设定的初始位

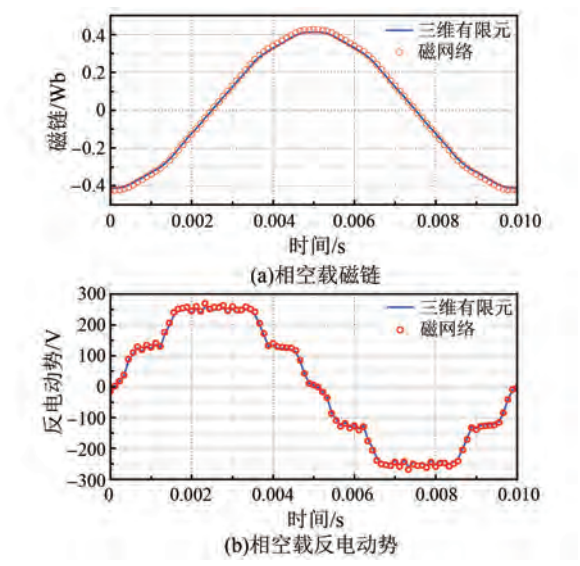


图 11 两种方法得到的相空载磁链与相空载反电动势结果

Fig. 11 Results of phase no-load flux linkage and phase no-load back electromotive force obtained by two methods

置角 θ_0 。在获得空载磁场与电枢反应磁场后,将二者叠加得到负载气隙磁场,并根据麦克斯韦应力张量法计算电磁转矩,其表达式如式(23)所示:

$$T_e = \frac{R_a T_s}{\mu_0} \int_0^{l_s} B_a B_c dx \quad (23)$$

式中: T_e 为电磁转矩; B_a 和 B_c 分别对应气隙分支的轴向和周向分量的负载磁通密度。

为进一步验证所提模型在不同负载水平下的转矩计算能力,本文分别给出了额定工况和过载工况下两种情况的电磁转矩对比结果,如图 12 所示。

图 12(a) 表明,在额定工况下,MECN 方法计算得到的电磁转矩变化趋势与三维有限元结果总体一致,能够较好地反映电机在正常运行状态下的转矩波动特性。进一步地,由图 12(b) 可以看出,在 2 倍额定电流过载工况下,由于电枢反应增强、定子铁心局部饱和程度加深,电机磁场非线性特征更加明显,但所提 MECN 方法仍然能够较好地跟踪三维有限元结果的总体变化趋势,说明该方法在较高饱和工况下仍然具有较好的适用性。尽管在局部时刻两者之间存在一定偏差,但整体误差仍处于工程可接受范围内。

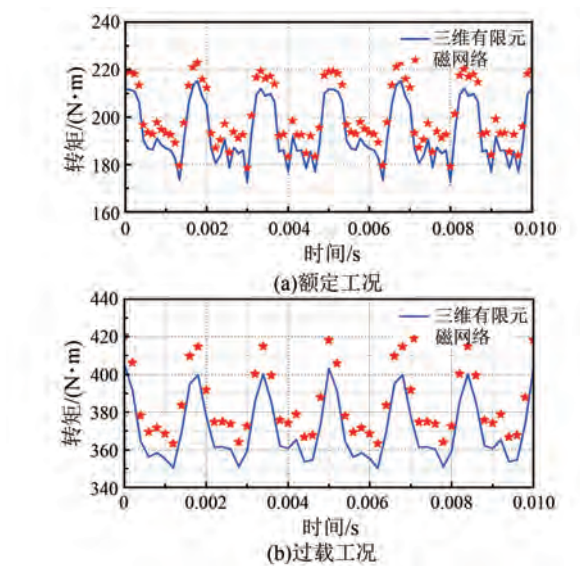


图 12 两种方法得到的电磁转矩对比结果

Fig. 12 Comparison results of electromagnetic torque obtained by two methods

基于气隙磁通密度,对空载反电动势、磁链和电磁转矩进行了后处理,气隙磁通密度的误差将导致这些电磁特性的计算误差。MECN 的总节点数为一片切片的总节点数乘以切片个数,本文中节点数为 2 420 个。表 3 为两种方法的综合性能比较。

表 3 三维有限元法与磁网络法的电机性能比较

Tab. 3 Comparison of motor performance between 3-D finite element method and MECN

电机性能	三维有限元法		MECN 法	误差/%
	节点	时间/h	时间/h	
磁密	21 4396	0.72	0.021	2.4
磁链	40 3180	7.43	0.20	2.9
反电动势	40 3180	7.43	0.20	3.1
转矩	64 5087	12.11	0.34	3.7

表 3 表明,气隙磁密的计算误差对磁链及反电动势的影响可忽略不计,而对电磁转矩的计算精度略有影响。这是由于麦克斯韦应力张量法需使用整个切片区域的气隙磁密进行计算,微小的计算误差累积后会导致偏差略有增大。然而,各项电机性能的计算误差均处于工程设计的可接受范围之内。在本文设定的计算对象与指标下,MECN 方法的计算时间显著低于三维有限元方法,体现出较好的工程分析效率。表明该方法在保证计算精度的同时,能够显著缩短计算时间,加

速电机设计流程。

3.3 非线性迭代方法的对比验证

在额定运行和过载工况下, MECN 模型的迭代误差主要受定子铁心非线性饱和的影响, 采用传统的固定松弛因子, 即使迭代趋于稳定或达到最大步数, 仍可能存在明显的迭代误差。

图 13 为使用传统固定松弛因子和动态松弛因子两种迭代策略下的迭代误差。固定松弛因子 α 为 0.25, 自适应参数 $\alpha_{\min}$ 、 $\alpha_{\max}$ 、 k' 和 ε_0 分别为 0.05、0.25、5 和 0.5。两种迭代策略运行在电机额定电流运行工况下。

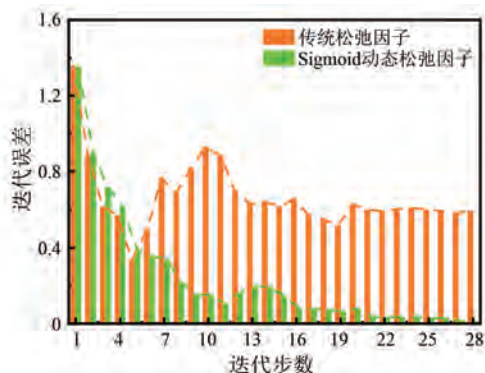


图 13 额定工况下的迭代误差

Fig. 13 Iterative error under rated conditions

由图 13 可以看出, 使用固定松弛因子时, 迭代误差稳定在较高的值。而采用自适应动态松弛因子的迭代误差明显减小, 收敛速度快。为进一步研究深度饱和和情况下两种迭代策略的对比, 采用两倍的额定电流视为电机的过载工况, 图 14 为两种迭代策略运行在电机过载电流运行工况下的迭代误差。

由图 14 可知, 在过载工况下, 由于定子铁心

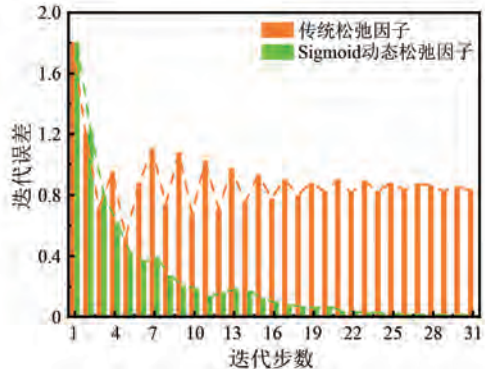


图 14 过载工况下的迭代误差

Fig. 14 Iterative error under overload conditions

饱和程度加剧, 非线性效应更为显著, 固定松弛因子策略不仅收敛速度慢, 且迭代过程中出现剧烈的振荡, 收敛稳定性差, 甚至存在发散风险。而本文所提动态松弛因子策略依然保持良好的收敛性能, 虽然过载工况下达到收敛所需的迭代步数有所增加, 但迭代误差仍能保持平稳下降趋势, 未出现明显振荡或发散现象。

综上所述, 相较于传统固定松弛因子法, 本文提出的基于 Sigmoid 函数的动态松弛因子策略在收敛速度、收敛精度、鲁棒性及振荡抑制等方面均具有显著优势, 尤其适用于高饱和及过载等工况下的等效磁网络模型求解, 为轴向磁通永磁电机的高效高精度电磁性能分析提供了可靠的保障。

4 结语

本文提出了一种适用于双定子轴向磁通永磁电机的改进型等效磁网络模型。该模型采用准三维分层方法构建, 并引入基于 Sigmoid 函数的动态松弛因子策略以加速非线性迭代收敛。与三维有限元结果的对比表明, 气隙磁密、空载反电动势及电磁转矩的计算误差均在工程允许范围内, 验证了所提模型的准确性。在迭代性能方面, 所提动态松弛因子策略较传统固定松弛因子法具有更快的收敛速度和更强的鲁棒性, 在过载等深度饱和和工况下仍能保持平稳收敛, 有效避免了迭代发散问题。同时, 所提方法相较三维有限元方法具有更高的计算效率, 有利于轴向磁通电机初始设计阶段的快速分析与优化。

利益冲突声明

所有作者声明不存在利益冲突。

All authors disclose no relevant conflict of interests.

作者贡献

范腾辉进行了方案设计、内容总结与论文撰写, 侯昭霆、高琦、孙剑超提供了电机的电磁方案, 郭瀚元、张志锋参与了论文的审核与修改。所有作者均阅读并同意了最终稿件的提交。

Fan Tenghui was responsible for conceptual design, content summarization, and manuscript writing. Hou Zhaoting, Gao Qi and Sun Jianchao

contributed to the electromagnetic design of the motor. Guo Hanyuan and Zhang Zhifeng participated in the review and revision of the paper. All authors have read the last version of paper and consented for submission.

参考文献

- [1] 陈起旭,王群京,钱喆,等. 小型全电/混动飞机技术路线与动力系统综述[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(12): 4966-4986.
Chen Q X, Wang Q J, Qian Z, et al. Overview of the technical roadmap and powertrain system for small all-electric or hybrid aircraft[J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(12): 4966-4986.
- [2] 鞠孝伟,龙佳兴,张凤阁,等. 电动飞行汽车用推进电机发展现状和研究综述[J]. 电工技术学报, 2025, 40(17): 5402-5421.
Ju X W, Long J X, Zhang F G, et al. Development status and research review of propulsion motors for electric flying vehicles [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2025, 40 (17): 5402-5421.
- [3] 章恒亮,花为. 分布式驱动系统用轮毂电机及其技术综述[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(7): 2871-2886.
Zhang H L, Hua W. Overview of in-wheel traction machine and its key techniques for distributed-driving system[J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44 (7): 2871-2886.
- [4] 刘宇豪,黄平林,陈先峰. SMC 定子轴向磁通永磁电机电感参数研究[J]. 电机与控制应用, 2025, 52(7): 769-777.
Liu Y H, Huang P L, Chen X F. Study of inductance parameter of an axial flux permanent magnet machine with SMC stator[J]. Electric Machines & Control Application, 2025, 52(7): 769-777.
- [5] 赵晓坤,张程,朱良宽. 无定子轭轴向磁通永磁同步电机弱磁扩速能力研究[J]. 电机与控制应用, 2026, 53(2): 139-147.
Zhao X K, Zhang C, Zhu L K. Research on flux-weakening speed expansion methods for yokeless-stator axial-flux permanent magnet synchronous motors[J]. Electric Machines & Control Application, 2026, 53(2): 139-147.
- [6] 孙奥,冯桂宏. 矿用工程车轴向磁通永磁牵引电机[J]. 电机与控制应用, 2021, 48(4): 77-82.
- [7] 赵纪龙,逯卓林,韩青峰,等. 轴向磁通永磁电机系统及关键技术前沿发展综述[J]. 中国电机工程学报, 2022, 42(7): 2744-2765.
Zhao J L, Lu Z L, Han Q F, et al. An overview on development of axial flux permanent magnet motor system and the key technology [J]. Proceedings of the CSEE, 2022, 42(7): 2744-2765.
- [8] 徐姐,赵旭鸣,林明耀,等. 基于等效磁路法的轴向磁场磁通切换型永磁电机静态特性分析[J]. 电机与控制应用, 2017, 44(11): 79-84.
Xu D, Zhao X M, Lin M Y, et al. Electromagnetic performance analysis of axial field flux-switching permanent magnet machine using equivalent magnetic circuit method [J]. Electric Machines & Control Application, 2017, 44(11): 79-84.
- [9] Gadiyar N, Van Verdegheem J, Severson E L. A review of axial flux permanent magnet machine technology [J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2023, 59(4): 3920-3933.
- [10] Li B, Zhang J, Zhao X, et al. Research on air gap magnetic field characteristics of trapezoidal hallbach permanent magnet linear synchronous motor based on improved equivalent surface current method [J]. Energies, 2023, 16(2): 793-803.
- [11] 郑涛,林晓刚,陈伟,等. 面向转子机械位置无传感技术的非对称磁障和隔磁桥 IPMSM 设计[J]. 电机与控制应用, 2025, 52(2): 181-191.
Zheng T, Lin X G, Chen W, et al. Design of IPMSM with asymmetric magnetic barriers and magnetic bridges for rotor mechanical position sensorless technology [J]. Electric Machines & Control Application, 2025, 52(2): 181-191.
- [12] Qin W, Ma Y, Lv G. Three-dimensional modeling of axial flux electrodynamic maglev motor [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2023, 59(11): 1-4.
- [13] 马纪源,曾煜,赵文祥,等. 基于气隙磁场重构的内置式永磁同步电机齿槽转矩抑制[J]. 电工技术学报, 2025, 40(20): 6511-6523.
Ma J Y, Zeng Y, Zhao W X, et al. Cogging torque reduction in interior permanent magnet synchronous motors based on air-gap field reconstruction [J].

- Transactions of China Electrotechnical Society, 2025, 40(20): 6511-6523.
- [14] 王浩宇, 李荣, 张杰. 初级分段不连续型直线电机定位力分析与参数优化[J]. 电机与控制应用, 2024, 51(5): 61-71.
- Wang H Y, Li R, Zhang J. Detent force analysis and parameter optimization of primary segmented discontinuous linear motor[J]. Electric Machines & Control Application, 2024, 51(5): 61-71.
- [15] 马志敏, 齐晓刚, 王少勃, 等. 基于全域解析法的外转子轮毂永磁同步电机多目标优化[J]. 电机与控制应用, 2023, 50(1): 44-54.
- Ma Z M, Qi X G, Wang S B, et al. Multi-objective optimization of outer rotor hub permanent magnet synchronous motor based on global analytical method [J]. Electric Machines & Control Application, 2023, 50(1): 44-54.
- [16] Wu Y, Zhang Z. AC copper loss analytical models of high-power-density axial flux permanent magnet motor with different wire types[J]. IEEE Transactions on Transportation Electrification, 2025, 11(2): 6654-6663.
- [17] Li Z, Chen Z, Shen Y, et al. Analytical analysis of quasi-halbach array permanent-magnet motors based on field separation theory[J]. IEEE Transactions on Transportation Electrification, 2024, 10(2): 3529-3537.
- [18] Chen Y, Tao D, Ge B. Additional magnetic field of dual-parallel rotor permanent magnet synchronous motor and its influence on electromagnetic torque [J]. CES Transactions on Electrical Machines and Systems, 2025, 9(2): 189-198.
- [19] Korman O, Nardo M D, Riccio J, et al. Distributed magnetic equivalent circuit modeling of synchronous machines [J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2025, 61(1): 4-15.
- [20] 朱旭光, 刘正蒙, 刘国海, 等. 基于混合介质网格的表贴式永磁游标电机通用等效磁网络模型[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(5): 2009-2019.
- Zhu X G, Liu Z M, Liu G H, et al. General equivalent magnetic network model of surface permanent magnet vernier machine based on hybrid medium mesh[J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(5): 2009-2019.
- [21] 王超, 彭兵, 闫伟, 等. YASA 轴向磁通永磁电机定子槽漏感计算[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(10): 4082-4091.
- Wang C, Peng B, Yan W, et al. Calculation of slot inductance of axial flux permanent machine with yokeless and segmented armature[J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(10): 4082-4091.
- [22] 蒋尚轩, 彭兵. 边缘阶梯等效的无轭模块化轴向磁通永磁电机通用三维磁网络模型[J]. 电工技术学报, 2026, 41(2): 416-425.
- Jiang S X, Peng B. A general 3D magnetic network model for yokeless modular axial flux permanent magnet motors based on edge step equivalence [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2026, 41(2): 416-425.
- [23] Derbas H W, Williams J M, Koenig A C, et al. A comparison of nodal- and mesh-based magnetic equivalent circuit models[J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2009, 24(2): 388-396.
- [24] Ceylan D, Friedrich L A J, Boynov K O, et al. A new loop-based hybrid analytical modeling formulation and the selection of its nonlinear solver [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2021, 57(6): 1-4.
- [25] Yang S, Asfirane S, Hlioui S, et al. Introduction to mesh based generated lumped parameter models for electromagnetic problems [J]. CES Transactions on Electrical Machines and Systems, 2021, 5(2): 152-162.
- [26] Huang R, Song Z, Dong Z, et al. An improved magnetic equivalent circuit method for segmented-halbach axial-flux permanent magnet machines [J]. IEEE Transactions on Transportation Electrification, 2023, 9(2): 3218-3227.

收稿日期:2026-03-19

收到修改稿日期:2026-04-18

作者简介:

范腾辉(2000—),男,硕士研究生,研究方向为永磁同步电机设计,m13644297925@163.com;

*通信作者:范腾辉(2000—),男,硕士研究生,研究方向为永磁同步电机设计,m13644297925@163.com。