

电网不平衡工况三相 PWM 整流器分数阶滑模直接功率控制

张园康¹, 常 乐², 张关关³, 李 伟¹, 程 帅¹, 付 程^{1*}

(1. 青岛大学 自动化学院, 山东 青岛 266071; 2. 上海电力大学 电气工程学部, 上海 200090;

3. 山东大学 控制科学与工程学院, 山东 济南 250061)

Fractional-Order Sliding Mode Direct Power Control of Three-Phase PWM Rectifiers under Unbalanced Grid Conditions

Zhang Yuankang¹, Chang Le², Zhang Guanguan³, Li Wei¹, Cheng Shuai¹, Fu Cheng^{1*}

(1. School of Automation, Qingdao University, Qingdao 266071, China;

2. Faculty of Electrical Engineering, Shanghai University of Electric Power, Shanghai 200090, China;

3. School of Control Science and Engineering, Shandong University, Ji'nan 250061, China)

Abstract: [Objective] This paper proposes a fractional-order sliding mode control (FOSMC) method based on the direct power control structure, to suppress the grid-current distortion and DC voltage fluctuations of the three-phase PWM rectifier under unbalanced grid conditions. [Methods] Firstly, a dynamic model for the direct power control of the three-phase PWM rectifier under unbalanced grid conditions was established in the two-phase stationary coordinate system, eliminating the need for phase-locked loops and current loops, which simplifies the system structure. Based on this model, the control objective under unbalanced conditions was transformed into a power tracking problem by correcting the power references. Subsequently, a FOSMC power controller was constructed for the inner power loop. The introduction of the fractional-order term increased design flexibility, effectively mitigating sliding mode chattering while ensuring rapid and precise tracking of the power references. Furthermore, an extended state observer based on the inverse hyperbolic sine function was designed for the outer DC voltage loop. Leveraging its smooth and continuous characteristics, real-time estimation of DC-side load disturbances was

achieved. Finally, by integrating this with the FOSMC law, the voltage outer-loop controller was formulated, guaranteeing robust DC voltage control performance even under load disturbances. [Results] The effectiveness of the proposed FOSMC method was validated by theoretical analysis and test results. [Conclusion] The proposed method achieves rapid and precise power tracking and DC voltage regulation under unbalanced grid conditions, effectively suppressing grid-current distortion and DC voltage fluctuations. It significantly enhances the system's disturbance rejection capability, providing an effective solution for the high-performance control of three-phase PWM rectifiers in unbalanced grid scenarios.

Key words: direct power control structure; fractional-order sliding mode control; unbalanced grid; extended state observer

摘 要: 【目的】本文提出一种基于直接功率控制结构的分数阶滑模控制(FOSMC)方法,以抑制电网不平衡工况下三相 PWM 整流器并网电流畸变和直流电压波动问题。

【方法】首先,在两相静止坐标系下建立三相 PWM 整流器在电网不平衡工况下直接功率控制动态模型,无需锁相环和电流环,简化系统结构。基于此模型,通过修正功率参考值将电网不平衡工况下的控制目标转化为功率跟踪问题。然后,在功率内环构造 FOSMC 控制器,通过引入分数阶项增加了设计自由度,在有效缓解滑模抖振现象的同时快速精准跟踪功率参考值。在直流外环中设计基于反双曲正弦函数的扩张状态观测器,利用其光滑连续特性,实现对直流侧负载扰动的实时估计;同时,结合

基金项目: 国家自然科学基金(62503261);中国博士后科学基金面上资助项目(2025M781644);山东省高等学校青创科技支持计划(2025KJH133)

National Natural Science Foundation of China (62503261); China Postdoctoral Science Foundation Project (2025M781644); Team Plan for Youth Innovation of Universities in Shandong Province (2025KJH133)

FOSMC 定律,构造电压外环控制器,保障了负载扰动下的直流电压控制性能。【结果】理论分析和测试结果验证了所提方法的有效性。【结论】在电网不平衡工况下实现了快速精准功率跟踪和直流电压调节,有效抑制了并网电流畸变和直流电压波动,显著提升了系统对负载扰动的抗干扰能力,为三相 PWM 整流器在不平衡电网条件下的高性能控制提供了有效方案。

关键词: 直接功率控制结构;分数阶滑模控制;电网不平衡;扩张状态观测器

0 引言

三相 PWM 整流器凭借高功率因数、能量双向传输及动态响应速度快等优势,其电流控制方法在工程应用中备受青睐。但直接电流控制实现结构复杂,间接电流控制则存在动态性能欠佳的问题^[1]。文献[2]通过在反步控制器中添加符号函数以增强对系统不确定性的鲁棒性。类似地,文献[3]对高压直流输电系统中的三相 PWM 整流器提出了反步控制方法,以提高参数不确定下的稳定性。但这些方法多基于两相旋转坐标系下的电压定向控制,需锁相环实现电网同步,且控制性能高度依赖锁相环带宽。

为实现非线性电力电子装置的控制目标,现有研究提出适用于非线性整流器系统的直接功率控制(Direct Power Control, DPC)结构^[4]。其优势是通过功率内环直接调节有功和无功功率,省去锁相环和电流环,结构简单,动态响应迅速。文献[5]提出了一种基于 DPC 结构的无模型预测控制方法,简化了控制过程。事实上,三相 PWM 整流器是强耦合、非线性系统且控制性能受多源扰动影响^[6],尤其在电网不平衡工况下,负序分量引入会导致直流侧电压波动和并网电流畸变,影响系统稳定运行和控制性能。

为提升三相 PWM 整流器的输出性能,现有研究聚焦于设计先进的控制方法。文献[7]针对不平衡工况,提出改进型无源控制方法来提升系统的稳定性。文献[8]提出相序解耦谐振与延时信号消除结合的正负序分离方法,以提高干扰下锁相精度,但结构复杂。对于电网不平衡工况下 DPC 结构,通过修正功率参考值,可以实现对功率的精确跟踪,从而有效抑制直流侧电压波动与并网电流畸变^[9]。然而,修正后的功率参考值中

引入了二倍频波动成分,加之系统参数不确定性,给功率跟踪控制器的设计带来了显著挑战。文献[10-11]提出一种解耦双同步坐标系用于获取不平衡电压和电网电流正负序分量,抑制直流侧电压波动和保证功率跟踪精度,但结构复杂,对系统参数依赖性较强。文献[12]提出一种基于扩张状态观测器(Extended State Observer, ESO)和反步控制器的控制策略,利用反步控制得到抑制功率振荡补偿调制信号,实现良好的跟踪性能,但反步法严格依赖于精确模型。

滑模控制(Sliding Mode Control, SMC)方法具有良好的动态性能和抗干扰性,但面对模型参数摄动与外界干扰的影响时,会表现出稳态误差大和抖振效应^[13-15]。文献[16]利用 SMC 直接计算变换器控制电压以消除功率瞬时误差,提升了暂态性能和鲁棒性。文献[17]中提出一种基于柔性瞬时功率模型的模块化多电平换流器型高压直流输电改进滑模 DPC 策略,实现了更优的动态响应和控制精度。但上述整数阶 SMC 算法,无法有效抑制抖振问题和获得平滑的控制性能。此时,分数阶控制理论的发展,为控制领域提供了新的研究方向。相较于整数阶控制,分数阶控制通过将控制输入的符号函数转化为分数阶的形式,实现对抖振的有效抑制,提升控制精度^[18-19]。文献[20]将分数阶理论和反步控制相结合,提升了磁悬浮直线同步电动机悬浮系统的收敛速度与控制精度。然而,实现分数阶控制与 SMC 方法的优势互补,以优化三相 PWM 整流器在复杂动态工况下的控制性能,仍面临亟待解决的难题。

此外,直流电压的控制性能极易受直流侧负载变动的影响,严重时甚至会破坏系统的稳定运行。为解决此问题,文献[21-23]提出采用测量直流侧电流抑制直流负载扰动的方法,但额外电流传感器的使用会导致成本升高和可靠性降低。文献[24]提出一种基于滑模观测器的直流电压控制策略,通过负载补偿提升鲁棒性,但结构复杂。文献[25-26]通过使用自适应律对直流侧负载扰动进行估计,但所提自适应律只能估计常数、缓变负载扰动,难以应对时变负载扰动带来的影响。

综上,针对电网不平衡工况下的三相 PWM 整流器,本文提出基于 DPC 结构的分数阶滑模控制(Fractional-Order Sliding Mode Control, FOSMC)

方法,主要工作如下。

(1)通过修正功率参考值,将电网不平衡工况下控制目标转化为时变功率跟踪问题。进而,构造 FOSMC 控制器,实现有功和无功功率有限时间精准跟踪,抑制并网电流畸变。

(2)设计基于反双曲正弦函数的 ESO,利用其光滑连续特性实现对直流侧时变负载扰动的实时精准估计。

(3)引入分数阶微积分算子增加了控制器设计自由度,有效抑制抖振问题且提升系统的动态响应速度。

1 系统电路拓扑与数学模型

1.1 拓扑结构

三相 PWM 整流器的电路拓扑结构如图 1 所示,在交流侧通过滤波器与电网相连,在直流侧接入电容器以滤除高频电压波纹并稳定稳压。

图 1 中, V_{dc} 为直流侧输出电压; i_{dc} 为直流侧电流; C_{dc} 为直流侧电容值; L 为电感滤波器; R 为等效电阻。

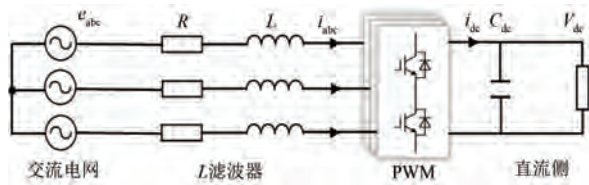


图 1 三相 PWM 整流器电路拓扑结构

Fig. 1 Circuit topology of three-phase PWM rectifier

1.2 直流侧模型

根据功率守恒定律,直流侧功率可表示为

$$P = V_{dc} i_{dc} + C_{dc} V_{dc} \dot{V}_{dc} + P_{loss} \quad (1)$$

式中: P_{loss} 为有功功率损耗。

建立直流侧电压动态模型为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{dc} &= \frac{P}{C_{dc} V_{dc}} + d(t) \\ d(t) &= -\frac{i_{dc}}{C_{dc}} - \frac{P_{loss}}{C_{dc} V_{dc}} + \bar{d}(t) \end{aligned} \quad (2)$$

式中: $\bar{d}(t)$ 为电容参数扰动。

1.3 交流侧模型

定义 e_a, e_b, e_c 为三相电网电压, i_a, i_b, i_c 为三相电流, v_a, v_b, v_c 为三相 PWM 整流器输入电压。由基尔霍夫电压定律和 Clark 变换,可得方程:

$$\begin{cases} L \dot{i}_\alpha = e_\alpha - R i_\alpha - v_\alpha \\ L \dot{i}_\beta = e_\beta - R i_\beta - v_\beta \end{cases} \quad (3)$$

式中: $e_\alpha, e_\beta, i_\alpha, i_\beta$ 及 v_α, v_β 分别为两相静止坐标系下电网电压、并网电流及整流器交流侧电压的分量。

在电网电压不平衡工况下,电网电压与并网电流均包含正序和负序分量,分别以上标“+”和下标“-”表示,得到:

$$\begin{cases} e_\alpha = e_\alpha^+ + e_\alpha^- \\ e_\beta = e_\beta^+ + e_\beta^- \end{cases} \quad (4)$$

在两相静止坐标系下,电网电压零序分量为零,因此得其电网电压表达式为

$$\begin{cases} e_\alpha^+ = |E^+| \cos(\omega_s t), e_\beta^+ = |E^+| \sin(\omega_s t) \\ e_\alpha^- = |E^-| \cos(\omega_s t), e_\beta^- = |E^-| \sin(-\omega_s t) \end{cases} \quad (5)$$

式中: $|E^+|, |E^-|$ 分别为正、负序电网电压幅值; ω_s 为电网角频率。

由式(5)可知,正、负序电压分量分别为

$$\begin{cases} \dot{e}_\alpha^+ = -\omega_s e_\beta^+, \dot{e}_\beta^+ = \omega_s e_\alpha^+ \\ \dot{e}_\alpha^- = \omega_s e_\beta^-, \dot{e}_\beta^- = -\omega_s e_\alpha^- \end{cases} \quad (6)$$

基于瞬时功率理论,可得:

$$\begin{cases} P = \frac{3}{2} e_\alpha i_\alpha + \frac{3}{2} e_\beta i_\beta \\ Q = \frac{3}{2} e_\beta i_\alpha - \frac{3}{2} e_\alpha i_\beta \end{cases} \quad (7)$$

对式(7)进行求导,得到瞬时功率的动态方程:

$$\begin{aligned} \dot{P} &= -\frac{3}{2L} u_p - \frac{R}{L} P + \frac{3}{2L} (e_\alpha^2 + e_\beta^2) - \\ &\omega_s Q + 3\omega_s (e_\beta^- i_\alpha - e_\alpha^- i_\beta) + d_1 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \frac{3}{2L} u_q - \frac{R}{L} Q + \omega_s P - \\ &3\omega_s (e_\alpha^- i_\alpha + e_\beta^- i_\beta) + d_2 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} u_p \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_\alpha & e_\beta \\ -e_\beta & e_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中: d_1, d_2 为交流侧集总扰动,包含电感参数扰动等不确定性因素; u_p, u_q 为新定义的系统控制输入量。

在有功和无功动态模型中,通过定义新控制输入 u_p 和 u_q ,从而实现功率解耦,实现对有功和无功功率的独立精准调节。

2 控制目标与修正功率参考

电网不平衡工况下,控制器 u_p 和 u_q 的目标在于实现有功与无功功率对修正功率参考值的精确跟踪 ($P \rightarrow P_{\text{new}}^{\text{ref}}, Q \rightarrow Q_{\text{new}}^{\text{ref}}$),即将不同控制目标统一为功率跟踪问题,消除有功和无功功率中的二倍频波动分量。根据文献[27],修正功率参考值为

$$\begin{cases} P_{\text{new}}^{\text{ref}} = P_0^{\text{ref}} + \frac{3}{2}\zeta(e_{\alpha}^{-}i_{\alpha}^{+} + e_{\beta}^{-}i_{\beta}^{+}) \\ Q_{\text{new}}^{\text{ref}} = Q_0^{\text{ref}} + \frac{3}{2}(2 - \zeta)(e_{\beta}^{-}i_{\alpha}^{+} - e_{\alpha}^{-}i_{\beta}^{+}) \end{cases} \quad (11)$$

式中: P_0^{ref} 为直流电压外环的输出,即有功功率初始参考值; Q_0^{ref} 为无功功率初始参考值; ζ 为协调系数,取值 2。

基于式(11)对有功、无功功率的参考值进行修正,从而无需提取较小的负序电流。

3 控制设计

3.1 功率跟踪环

为使有功、无功功率 P, Q 跟踪对应修正功率参考值 ($P \rightarrow P_{\text{new}}^{\text{ref}}, Q \rightarrow Q_{\text{new}}^{\text{ref}}$),将在内环设计 FOSMC 功率控制器。

首先,定义功率跟踪误差为

$$e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P - P_{\text{new}}^{\text{ref}} \\ Q - Q_{\text{new}}^{\text{ref}} \end{bmatrix} \quad (12)$$

为了对 PWM 整流器功率进行准确、快速的控制,设计分数阶滑模面为

$$\begin{cases} s_1 = c_1 e_1 + \lambda_1 D^{\alpha_1 - 1} e_1 \\ s_2 = c_2 e_2 + \lambda_2 D^{\alpha_2 - 1} e_2 \end{cases} \quad (13)$$

式中: $c_1, \lambda_1 > 0; c_2, \lambda_2 > 0; 0 < \alpha_1, \alpha_2 < 1$ 。

对式(13)求导,可得:

$$\begin{cases} \dot{s}_1 = c_1 \dot{e}_1 + \lambda_1 D^{\alpha_1} e_1 \\ \dot{s}_2 = c_2 \dot{e}_2 + \lambda_2 D^{\alpha_2} e_2 \end{cases} \quad (14)$$

将式(12)代入式(14)中,可得:

$$\begin{cases} \dot{s}_1 = c_1 \left(f_1 - \frac{3}{2L} u_p + \dot{d}_1 - \dot{P}_{\text{new}}^{\text{ref}} \right) + \lambda_1 D^{\alpha_1} e_1 \\ \dot{s}_2 = c_2 \left(f_2 + \frac{3}{2L} u_q + \dot{d}_2 - \dot{Q}_{\text{new}}^{\text{ref}} \right) + \lambda_2 D^{\alpha_2} e_2 \end{cases} \quad (15)$$

式中:

$$\begin{cases} f_1 = -\frac{RP}{L} + \frac{3}{2L}(e_{\alpha}^2 + e_{\beta}^2) - \omega_s Q + \\ 3\omega_s(e_{\beta}^{-}i_{\alpha} - e_{\alpha}^{-}i_{\beta}) \\ f_2 = -\frac{RQ}{L} + \omega_s P - 3\omega_s(e_{\alpha}^{-}i_{\alpha} + e_{\beta}^{-}i_{\beta}) \end{cases} \quad (16)$$

令 $\dot{s}_1 = \dot{s}_2 = 0$,得到系统的等效控制器,如式(17)所示:

$$\begin{cases} u_{p,\text{eq}} = -\frac{2L}{3} \left(-f_1 - \frac{\lambda_1}{c_1} D^{\alpha_1} e_1 + \dot{P}_{\text{new}}^{\text{ref}} \right) \\ u_{q,\text{eq}} = \frac{2L}{3} \left(-f_2 - \frac{\lambda_2}{c_2} D^{\alpha_2} e_2 + \dot{Q}_{\text{new}}^{\text{ref}} \right) \end{cases} \quad (17)$$

为了加快趋近速度,引入了一种新型指数趋近律,如式(18)所示:

$$\dot{s} = -\varepsilon \text{sgn}(s) - ks \quad (18)$$

式中: ε, k 为待设计的参数。

基于新型指数趋近律的切换控制项为

$$\begin{cases} u_{p,\text{sw}} = -\frac{2L}{3} [\varepsilon_1 \text{sgn}(s_1) + k_1 s_1] \\ u_{q,\text{sw}} = \frac{2L}{3} [\varepsilon_2 \text{sgn}(s_2) + k_2 s_2] \end{cases} \quad (19)$$

基于指数趋近律,设计分数阶控制器为

$$\begin{cases} u_p = u_{p,\text{eq}} + u_{p,\text{sw}} = \\ \frac{2L}{3} \left[f_1 + \frac{\lambda_1}{c_1} D^{\alpha_1} e_1 - \varepsilon_1 \text{sgn}(s_1) - k_1 s_1 - \dot{P}_{\text{new}}^{\text{ref}} \right] \\ u_q = u_{q,\text{eq}} + u_{q,\text{sw}} = \\ \frac{2L}{3} \left[-f_2 - \frac{\lambda_2}{c_2} D^{\alpha_2} e_2 + \varepsilon_2 \text{sgn}(s_2) + k_2 s_2 + \dot{Q}_{\text{new}}^{\text{ref}} \right] \end{cases} \quad (20)$$

综上,相较于整数阶 SMC,本文采用的 FOSMC 算法引入分数阶项,增加了参数自由度,有效抑制了抖振。同时采用指数趋近律,兼顾了快速趋近与平稳收敛,获得了更优的功率跟踪性能。

电网不平衡下整流器交流侧动态子系统的李雅普诺夫函数为

$$V_1 = \frac{1}{2} s_1^2 + \frac{1}{2} s_2^2 \quad (21)$$

对 V_1 进行求导,可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \dot{s}_1 s_1 + \dot{s}_2 s_2 = \\ &\left[c_1 \left(f_1 - \frac{3}{2L} u_p + \dot{d}_1 - \dot{P}_{\text{new}}^{\text{ref}} \right) + \lambda_1 D^{\alpha_1} e_1 \right] s_1 + \end{aligned}$$

$$\left[c_2 \left(f_2 + \frac{3}{2L} u_0 + \dot{d}_2 - \dot{Q}_{\text{new}}^{\text{ref}} \right) + \lambda_2 D^{\alpha_2} e_2 \right] s_2 = c_1 (\varepsilon_1 |s_1| + k_1 s_1^2 + s_1 \dot{d}_1) + c_2 (\varepsilon_2 |s_2| + k_2 s_2^2 + s_2 \dot{d}_2) \quad (22)$$

假设扰动导数有界,即存在正常数 D_1, D_2 使得 $|\dot{d}_1| \leq D_1, |\dot{d}_2| \leq D_2$, 则存在不等式:

$$\begin{cases} s_1 \dot{d}_1 \leq |s_1| D_1 \\ s_2 \dot{d}_2 \leq |s_2| D_2 \end{cases} \quad (23)$$

故:

$$\dot{V}_1 \leq c_1 [(\varepsilon_1 + D_1) |s_1| + k_1 s_1^2] + c_2 [(\varepsilon_2 + D_2) |s_2| + k_2 s_2^2] \quad (24)$$

选取满足 $\varepsilon_1 \leq -D_1, \varepsilon_2 \leq -D_2, k_1 \leq 0, k_2 \leq 0$ 的参数, 则 $\dot{V}_1 \leq 0$ 成立。基于 Lyapunov 稳定性定理, 验证了所设计的控制器是渐近稳定的。

3.2 直流电压外环

直流侧负载扰动会导致有功功率冲击, 从而造成直流电压跌落。为抑制直流侧负载扰动对输出电压的影响, 实现 V_{dc} 对其参考值 V_{dc}^* 地快速准确跟踪, 本文设计 ESO, 用以估计和补偿直流侧负载扰动。基于扰动估计值, 构造 FOSMC 控制器, 保障直流电压控制性能。

首先, 对直流侧扰动观测器的设计过程展开分析。为便于控制器设计, 构建直流侧标称动态模型:

$$\dot{V}_{\text{dc}} = \frac{P_0^{\text{ref}}}{C_{\text{dc}} V_{\text{dc}}} \quad (25)$$

则直流侧动态方程简化为

$$\dot{d}(t) = \dot{V}_{\text{dc}} - \dot{V}_{\text{dc}}^* \quad (26)$$

将负载扰动 $d(t)$ 扩展为新的状态变量 x_2 , 建立状态空间方程:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \dot{V}_{\text{dc}} + x_2 \\ \dot{x}_2 = h(t) \end{cases} \quad (27)$$

式中: $x_1 = V_{\text{dc}}; h(t) = \dot{d}(t)$, 假设其有界。

因此 ESO 可设计为

$$\begin{cases} e(t) = \hat{x}_1 - x_1 \\ \dot{\hat{x}}_1(t) = \dot{V}_{\text{dc}} + \hat{d}(t) - \beta_1 e(t) \\ \dot{\hat{d}}(t) = -\beta_2 \cdot \text{arsh}[\beta_3 e(t)] \end{cases} \quad (28)$$

式中: $\hat{x}_1$ 为 x_1 的估计值; $\beta_1, \beta_2, \beta_3 > 0$ 为观测器待设计参数, 且满足 $\beta_1 - \beta_2 \beta_3 > 0$; $\text{arsh}(\cdot)$ 为单调递

增的光滑连续奇函数, 故当 $e(t) \rightarrow 0$ 时, 则:

$$\lim_{e(t) \rightarrow 0} \frac{\text{arsh}[\beta_3 e(t)]}{\beta_3 e(t)} = 1 \quad (29)$$

即 $\text{arsh}[\beta_3 e(t)] \approx \beta_3 e(t)$ 。

基于直流侧负载扰动估计值 $\hat{d}(t)$, 设计直流电压外环控制器。定义直流电压跟踪误差如式 (30) 所示:

$$z = V_{\text{dc}} - V_{\text{dc}}^* \quad (30)$$

对式 (30) 进行求导, 可得:

$$\dot{z} = \frac{P_0^{\text{ref}}}{C_{\text{dc}} V_{\text{dc}}} + d - \dot{V}_{\text{dc}}^* \quad (31)$$

构造滑模面如式 (32) 所示:

$$s = az + bD^{\beta-1}z \quad (32)$$

式中: $a, b > 0; 0 < \beta < 1$ 。

对式 (32) 进行求导, 可得:

$$\dot{s} = a \left(\frac{P_0^{\text{ref}}}{C_{\text{dc}} V_{\text{dc}}} + d - \dot{V}_{\text{dc}}^* \right) + bD^{\beta}z \quad (33)$$

假设控制输入为

$$P_0^{\text{ref}} = C_{\text{dc}} V_{\text{dc}} (u_{\text{eq}} + u_{\text{sw}}) \quad (34)$$

令 $\dot{s} = 0$, 得到等效控制项为

$$u_{\text{eq}} = -\frac{b}{a} D^{\beta}z - \hat{d} + \dot{V}_{\text{dc}}^* \quad (35)$$

$$t_o D_t^{\beta} f(t) =$$

$$\begin{cases} \frac{1}{\Gamma(n-t_o)} \int_{t_o}^t \frac{f^{(n)}(\tau)}{(t-\tau)^{\beta-n+1}} d\tau, n-1 < \beta < n \\ \frac{d^n}{dt^n} f(t), \beta = n \end{cases} \quad (36)$$

式中: $f(\cdot)$ 局部可积; t_o, t 为积分终值; n 为正整数; $\Gamma(\cdot)$ 定义为 $\Gamma(n-\beta) = \int_0^1 \tau^{n-\beta-1} e^{-\tau} d\tau$ 的 Gamma 函数。

为方便起见, 本文将 FO 算子 $t_o D_t^{\beta} f(t)$ 简化为 $D^{\beta} f(t)$ 。基于新型指数趋近律, 可得切换控制项为

$$u_{\text{sw}} = -\frac{K}{a} [\varepsilon_3 \text{sgn}(s) + k_3 s] \quad (37)$$

式中: $K > 0; \varepsilon_3, k_3$ 为待设计的参数。

直流电压外环控制器设计为

$$P_0^{\text{ref}} = C_{\text{dc}} V_{\text{dc}} \left\{ -\frac{b}{a} D^{\beta}z - \hat{d} + \dot{V}_{\text{dc}}^* - \frac{K}{a} [\varepsilon_3 \text{sgn}(s) + k_3 s] \right\} \quad (38)$$

综上,本文设计基于反双曲正弦函数的 ESO,其优势在于通过光滑连续的非线性反馈实现对直流侧负载扰动的精准估计,有效改善直流电压的控制性能。

类似功率跟踪内环,选取李雅普诺夫函数:

$$V_2 = \frac{1}{2}s^2 \quad (39)$$

对 V_2 进行求导,得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = \dot{s}s &= \left[a \left(\frac{P_0^{\text{ref}}}{C_{\text{dc}} V_{\text{dc}}} + d - \dot{V}_{\text{dc}}^* \right) + b D^\beta z \right] s = \\ & Ks[-\varepsilon_3 \text{sgn}(s) - k_3 s] + a\tilde{d}s = \\ & K(-\varepsilon_3 |s| - k_3 s^2) + a\tilde{d}s \end{aligned} \quad (40)$$

式中: $\tilde{d} = d - \hat{d}$ 为扰动估计误差。

假设 $\tilde{d}$ 有界,即 $|\tilde{d}| \leq D_3$,则:

$$\dot{V}_2 \leq |s|(aD_3 - K\varepsilon_3) - Kk_3 s^2 \quad (41)$$

当参数满足 $\varepsilon_3 > aD_3/K$ 条件,则 $\dot{V}_2 \leq 0$ 成立。

根据 Lyapunov 稳定性理论,系统是渐近稳定的,且可快速到达滑模面。

本文所提 FOSMC 方法的算法实现框图如图 2 所示。由图 2 可知,所提方法采用 DPC,结构简单,动态响应快。在直流电压外环设计 ESO 估计负载扰动并前馈补偿至控制器中,在功率跟踪内环构造 FOSMC 控制器抑制抖振问题,实现功率的快速精准跟踪。

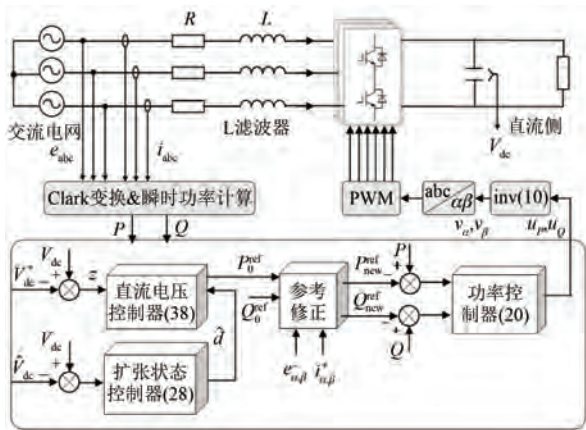


图 2 FOSMC 方法的算法实现框图

Fig. 2 Implementation block diagram of the FOSMC method

3.3 分数阶算子的分析

鉴于所提 FOSMC 控制器的实现,需对分数阶微积分算子 $D^\beta f(t)$ 进行数值近似处理。本文采用

Oustaloup 递归滤波器进行频域近似处理,在拟合区段 (ω_b, ω_h) 内,设定逼近阶次 $N, s^\gamma (0 < \gamma < 1)$ 的递归滤波器为

$$G_f(s) = H \prod_{k=-N}^N \frac{s + \omega'_k}{s + \omega_k}, H = \omega_h^\gamma \quad (42)$$

$$\begin{cases} \omega'_k = \omega_b \left(\frac{\omega_h}{\omega_b} \right)^{\frac{k+N+1/2(1-\gamma)}{2N+1}}, \\ \omega_k = \omega_b \left(\frac{\omega_h}{\omega_b} \right)^{\frac{k+N+1/2(1+\gamma)}{2N+1}} \end{cases} \quad (43)$$

3.4 稳定性分析

选取闭环系统李雅普诺夫函数:

$$V = V_1 + V_2 \quad (44)$$

对 V 进行求导,得到:

$$\begin{aligned} \dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 &\leq c_1[(\varepsilon_1 + D_1)|s_1| + k_1 s_1^2] + \\ & c_2[(\varepsilon_2 + D_2)|s_2| + k_2 s_2^2] + \\ & |s|(aD_3 - K\varepsilon_3) - Kk_3 s^2 \end{aligned} \quad (45)$$

当选择参数满足:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 \leq -D_1, \varepsilon_2 \leq -D_2, \varepsilon_3 > \frac{aD_3}{K} \text{ 时, 则 } \dot{V} \leq 0 \text{ 成立。根} \\ k_1 \leq 0, k_2 \leq 0, k_3 > 0 \end{cases}$$

据李雅普诺夫稳定性理论,闭环系统是渐近稳定的。即系统状态最终能收敛并保持在滑模面上,实现对外部扰动和不确定性的鲁棒控制。

4 算法测试

基于 Matlab/Simulink 平台,本文验证了所提 FOSMC 方法的有效性,将其与基于滑模观测器的改进滑模控制 (Sliding Mode Observer-Based Improved Sliding Mode Control, SMO-ISMC) 方法进行性能对比研究。直流电压外环采用基于 SMO 的直流控制方法^[22],功率跟踪内环采用改进 SMC 方法^[15]。三相 PWM 整流器在测试中的参数如表 1 所示。

所提 FOSMC 方法控制器各参数选择为: $a = 1, b = 300, K = 0.8, c_1 = c_2 = 500, c_3 = 800, \lambda_1 = \lambda_2 = 20, k_1 = k_2 = 1\,000, k_3 = 1\,500, \beta_1 = 100, \beta_2 = 1\,000, \beta_3 = 8\,000$ 。

针对控制器参数,先整定内环参数 λ_1, λ_2 和 k_1, k_2 ,再整定外环参数 K 和 k_3 。根据整定经验,增大 k_1, k_2 可加快功率跟踪误差速度,增大 k_3 可加快系统响应。

表 1 三相 PWM 整流器在测试中的主要参数

Tab. 1 Key parameters of the three-phase PWM rectifier under test

参数名称	参数值
滤波电感 L/mH	0.5
线路电阻 R/Ω	0.1
直流母线电容 $C_{\text{dc}}/\mu\text{F}$	470
直流侧等效负载 R_{L}/Ω	40
直流电源 V_{dc}/V	220
电网角频率 $\omega_{\text{s}}/(\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$	100π
电网电压幅值 E/V	100
开关/采样频率/kHz	10

基于保持滑模面良好平滑的前提下, α 、 β 均取值为 0.5, 实现动态性能最优。

图 3 和图 4 分别展示了 SMO-ISM 和 FOSMC 两种方法在电网不平衡工况下的测试结果。测试中, A 相电网电压从 100 V 跌落至 70 V 以模拟电网不平衡故障工况。

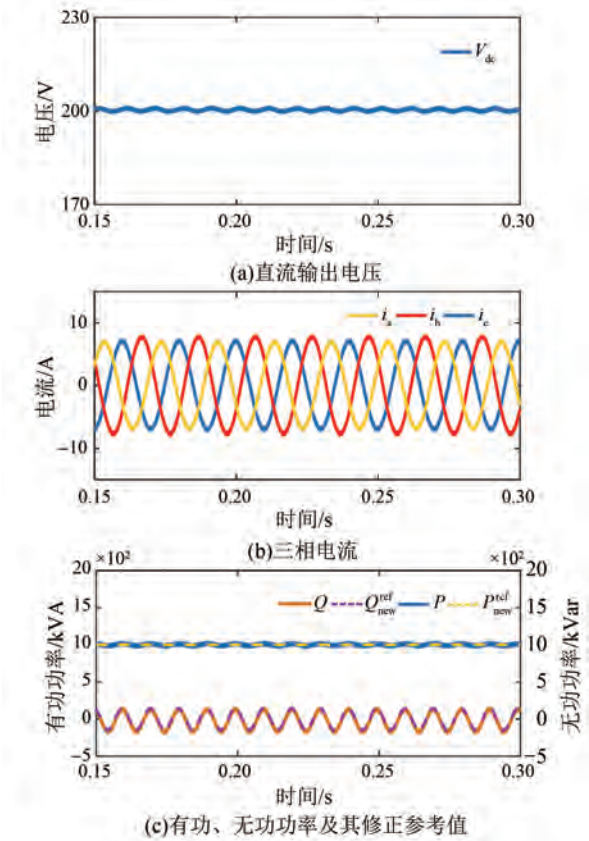


图 3 SMO-ISM 方法的测试结果

Fig. 3 Test results of the SMO-ISM method

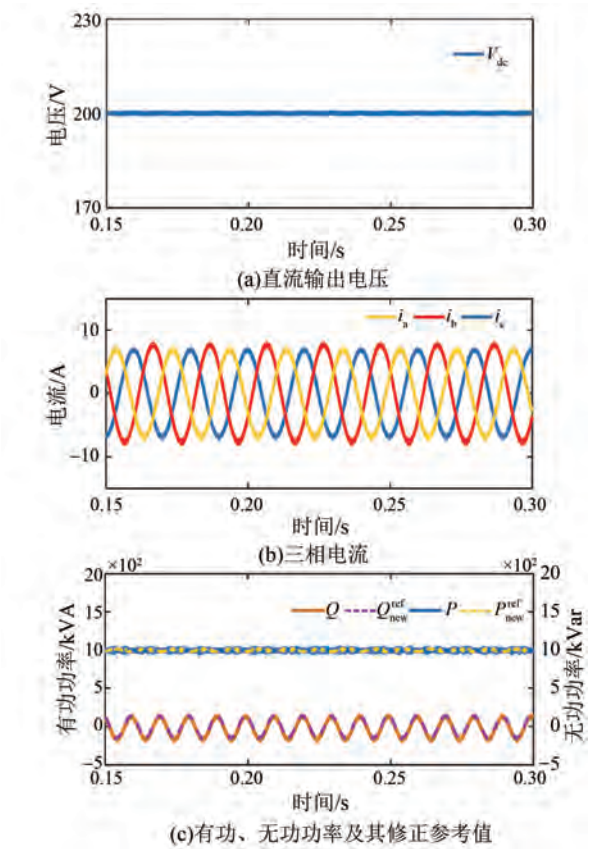


图 4 FOSMC 方法的测试结果

Fig. 4 Test results of the FOSMC method

在三相 PWM 整流器控制系统分析中, 通常采用直流电压平均绝对误差 (Mean Absolute Error, MAE)、均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE) 和并网电流总谐波失真 (Total Harmonic Distortion, THD) 作为核心量化指标。控制性能对比结果如表 2 所示。

由表 2 可知, 相较于 SMO-ISM 方法, 本文所提 FOSMC 方法在直流电压方面具有更低的 MAE 和 RMSE, 因此控制精度更高。综上所述, 本文所提 FOSMC 方法功率跟踪性能更优, 可显著抑制电网不平衡工况下的直流电压波动及并网电流畸变。

表 2 控制性能对比结果

Tab. 2 Comparison results of control performance

性能指标	FOSMC	SMO-ISM
直流电压 MAE/V	0.046 3	0.106 8
直流电压 RMSE/V	0.053 7	0.113 6
并网电流 THD/%	0.63	1.79

为测试系统的抗扰性能,直流侧负载电阻由 $60\ \Omega$ 阶跃至 $40\ \Omega$ 。图 5 和图 6 分别展示了 SMO-ISM 和 FOSMC 两种方法在直流负载扰动工况下的测试结果。

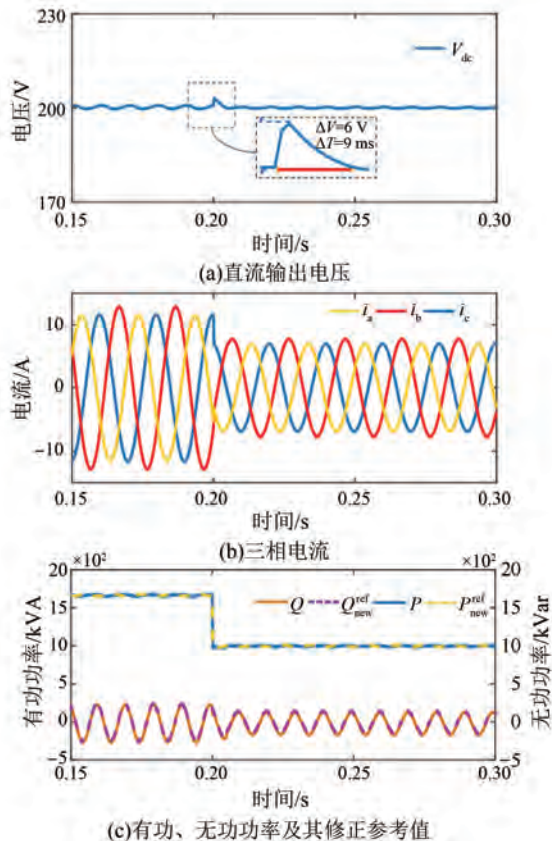


图 5 SMO-ISM 方法负载扰动下的测试结果
Fig. 5 Test results under load disturbance for the SMO-ISM method

由图 5 可知,SMO-ISM 方法参考电压恢复时间需 9 ms,超调量为 6 V。而所提 FOSMC 方法恢复时间仅为 2 ms,电压跌落幅值也较小,为 3 V。综上所述,在直流负载扰动下,本文所提 FOSMC 方法实现了快速动态响应,且抗扰特性更强。

5 结语

为提高电网不平衡工况下三相 PWM 整流器的动态性能,本文提出一种基于 DPC 的 FOSMC 方法。在直流电压外环,设计基于反双曲正弦函数的 ESO,实现对时变负载扰动的实时精准估计,保障直流电压稳定输出;在功率跟踪内环,构造 FOSMC 控制器并采用指数趋近律,实现有功与无

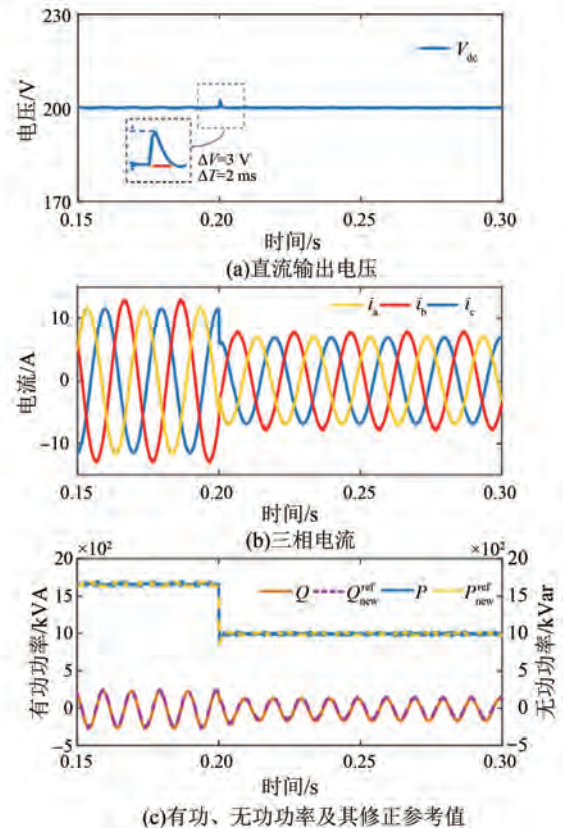


图 6 FOSMC 方法负载扰动下的测试结果
Fig. 6 Test results under load disturbance for the FOSMC method

功率对修正参考值的快速、平稳跟踪,有效抑制了抖振问题,提升了并网电流质量。理论分析与仿真结果共同证实了所提 FOSMC 方法的有效性。在电网不平衡及负载扰动工况下,该方法兼具快速的功率跟踪能力与精准的直流电压调节性能。

利益冲突声明

所有作者声明不存在利益冲突。

All authors disclose no relevant conflict of interests.

作者贡献

张园康进行了方案设计、内容总结与论文撰写,常乐、张关关、李伟、程帅及付程参与了论文的审核与修改。所有作者均阅读并同意了最终稿件的提交。

The scheme design, content summary and paper writing were carried out by Zhang Yuankang. The manuscript was revised by Zhang Yuankang,

Chang Le, Zhang Guanguan, Li Wei, Cheng Shuai and Fu Cheng. All authors have read and approved the final version of the paper for submission.

参考文献

- [1] 吴圳宾, 夏祥武, 谭新, 等. 基于 MPC 的直接电流控制光伏最大功率点跟踪[J]. 电源技术, 2024, 48(2): 331-336.
Wu Z B, Xia X W, Tan X, et al. Maximum power point tracking of PV system based on MPC-DCC [J]. Chinese Journal of Power Sources, 2024, 48(2): 331-336.
- [2] Wai R J, Yang Y. Design of backstepping direct power control for three-phase PWM rectifier [J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2019, 55(3): 3160-3173.
- [3] Elmoudni Y, Majdoul R, Touati A. Design of backstepping control for the optimization of VSC inverters and PWM rectifiers in HVDC systems [C]// International Conference on Electrical Systems and Smart Technologies, Cham: Springer Nature Switzerland, 2024: 402-409.
- [4] 张帆, 刘跃敏, 范波, 等. 基于模型预测的三相 PWM 整流器直接功率控制[J]. 电机与控制应用, 2016, 43(7): 27-31.
Zhang F, Liu Y M, Fan B, et al. Direct power control for three-phase rectifiers based on model predictive [J]. Electric Machines & Control Application, 2016, 43(7): 27-31.
- [5] 张永昌, 焦健, 刘杰. 电压型 PWM 整流器无模型预测电流控制[J]. 电气工程学报, 2018, 13(6): 1-6.
Zhang Y C, Jiao J, Liu J. Model-free predictive current control of the voltage source PWM rectifier [J]. Journal of Electrical Engineering, 2018, 13(6): 1-6.
- [6] 林昊. 基于滑模变结构算法的功率变流器控制方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2022.
Lin H. Research on control methods for power converters based on sliding mode variable structure algorithms [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2022.
- [7] Ren Q C, Chen A, Fang J Y, et al. An improved passivity-based direct power control strategy for AC/DC converter under unbalanced and distorted grid conditions [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2023, 38(10): 12153-12165.
- [8] 孙伟莎, 程启明, 程尹曼, 等. 电网电压不平衡及谐波畸变时基波电压正负序分量分离新方法[J]. 电机与控制应用, 2017, 44(10): 94-101.
Sun W S, Cheng Q M, Cheng Y M, et al. A new method of positive and negative sequence separation of fundamental voltages in voltage unbalance and harmonic distortion [J]. Electric Machines & Control Application, 2017, 44(10): 94-101.
- [9] 杨晓霞, 曾飞, 缪惠宇, 等. 电网不平衡下三相 PWM 整流器模型预测直接控制策略[J]. 电气传动, 2026, 56(7): 39-46.
Yang X X, Zeng F, Miao H Y, et al. Model predictive direct control strategy for three-phase PWM rectifier under unbalanced power grid [J]. Electric Drive, 2026, 56(7): 39-46.
- [10] Song H S, Nam K. Dual current control scheme for PWM converter under unbalanced input voltage conditions [J]. IEEE transactions on industrial electronics, 1999, 46(5): 953-959.
- [11] 周皓, 童朝南, 刘宝其, 等. 电网不平衡条件下的光伏并网发电控制策略[J]. 电力系统自动化, 2015, 39(12): 27-32.
Zhou H, Tong C N, Liu B Q, et al. A control strategy for grid-connected photovoltaic system under unbalanced voltages [J]. Automation of Electric Power Systems, 2015, 39(12): 27-32.
- [12] 徐铭辉, 王海燕, 蒋成博, 等. 电网不平衡条件下基于反步控制的三电平并网逆变器鲁棒控制策略[J]. 可再生能源, 2025, 43(6): 786-793.
Xu M H, Wang H Y, Jiang C B, et al. Robust control strategy of three-level grid-connected inverter based on backstepping control under unbalanced grid voltage [J]. Renewable Energy Resources, 2025, 43(6): 786-793.
- [13] 洪俊杰, 李鸿伟, 赵明郎, 等. 改进新型趋近律的永磁同步电机滑模控制[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2025(12): 102-107+112.
Hong J J, Li H W, Zhao M L, et al. Sliding mode control of permanent magnet synchronous motor with improved novel convergence law [J]. Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique, 2025(12): 102-107+112.
- [14] 刘小俊. 带全阶观测器的永磁同步电机电流滑模控制器研究[J]. 电机与控制应用, 2025, 52(6): 690-699.

- Liu X J. Research on current sliding mode controller with full-order observer for PMSM [J]. *Electric Machines & Control Application*, 2025, 52(6): 690-699.
- [15] 李耀华, 王自臣, 何雨颢, 等. 基于超螺旋滑模控制的永磁同步电机磁场定向控制研究[J]. *电机与控制应用*, 2025, 52(5): 527-539.
- Li Y H, Wang Z C, He Y X, et al. Field-oriented control of permanent magnet synchronous motor based on super-twisting sliding mode control [J]. *Electric Machines & Control Application*, 2025, 52(5): 527-539.
- [16] Hu J B, Shang L, He Y K, et al. Direct active and reactive power regulation of grid-connected DC/AC converters using sliding mode control approach [J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2010, 26(1): 210-222.
- [17] 关天一, 王怡博, 王睿, 等. 非对称电网状态下 MMC-HVDC 改进滑模直接功率控制策略[J]. *北京航空航天大学学报*, 2025, 51(5): 1428-1439.
- Guan T Y, Wang Y B, Wang R, et al. Improved sliding-mode direct power control strategy for MMC-HVDC under asymmetrical grid state [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2025, 51(5): 1428-1439.
- [18] Zheng W J, Huang R Q, Luo Y, et al. A look-up table based fractional order composite controller synthesis method for the PMSM speed servo system [J]. *Fractal and Fractional*, 2022, 6(1): 47.
- [19] 程梦坤, 储剑波. 基于分数阶扩展滑模扰动观测器的 PMSM 无模型控制算法研究[J]. *电机与控制应用*, 2024, 51(10): 51-63.
- Cheng M K, Chu J B. Research on model-free control algorithm for PMSM based on fractional-order extended sliding mode disturbance observer [J]. *Electric Machines & Control Application*, 2024, 51(10): 51-63.
- [20] 刘志坚, 蓝益鹏, 徐泽来. 磁悬浮平台直线同步电动机悬浮系统的分数阶反步控制[J]. *电机与控制应用*, 2023, 50(11): 52-58.
- Liu Z J, Lan Y P, Xu Z L. Fractional order backstepping control of linear synchronous motor suspension system of magnetic levitation platform [J]. *Electric Machines & Control Application*, 2023, 50(11): 52-58.
- [21] He T T, Lu D D C, Li L, et al. Model-predictive sliding-mode control for three-phase AC/DC converters [J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2017, 33(10): 8982-8993.
- [22] Alfaro C, Guzman R, De Vicuña L G, et al. Dual-loop continuous control set model-predictive control for a three-phase unity power factor rectifier [J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2021, 37(2): 1447-1460.
- [23] Akter M P, Mekhilef S, Tan N M L, et al. Modified model predictive control of a bidirectional AC-DC converter based on Lyapunov function for energy storage systems [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 63(2): 704-715.
- [24] Luo W S, Vazquez S, Liu J X, et al. Control system design of a three-phase active front end using a sliding-mode observer [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2020, 52(2): 739-748.
- [25] Mohammed S A Q, Rafaq M S, Choi H H, et al. A robust adaptive PI voltage controller to eliminate impact of disturbances and distorted model parameters for 3-phase CVCF inverters [J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2019, 16(4): 2168-2176.
- [26] He J S, Zhang X, Ma H, et al. Lyapunov-based large-signal control of three-phase stand-alone inverters with inherent dual control loops and load disturbance adaptivity [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2020, 68(9): 8391-8401.
- [27] Fu C, Zhang C H, Zhang G G, et al. High-performance finite-time adaptive control strategy for three-level T-type converters [J]. *ISA transactions*, 2024, 150: 404-411.

收稿日期:2026-04-16

收到修改稿日期:2026-05-28

作者简介:

张园康(2001—),男,硕士研究生,研究方向为功率变换器先进智能控制和电动汽车充电,zhangyuankang@qdu.edu.cn;

* 通信作者:付程(1994—),男,博士,副教授,研究方向为功率变换器先进控制和新能源发电系统控制,cfu@qdu.edu.cn。