

考虑磁滞效应的电抗器二维电磁场计算^{*}

闫荣格, 赵路娜, 贲彤

(河北工业大学 电气工程学院, 天津 300130)

摘要: 将 J-A 模型与电磁场数值分析方法相结合, 在考虑铁心的磁滞效应的情况下, 推导出电磁场的有限元计算模型。分别采用基本磁化曲线和磁滞回线两种不同的方法对电抗器的电磁场进行仿真计算。研究结果表明磁滞现象对电抗器电磁场的计算影响较大, 因此考虑磁滞效应的电磁场数值计算模型, 为进一步研究电抗器的发热问题奠定了理论基础。

关键词: 电抗器; J-A 模型; 有限元法; 磁滞现象; 电磁场计算

中图分类号: TM 315 文献标志码: A 文章编号: 1673-6540(2018)01-0064-05

2-D Electromagnetic Field Calculation of Reactors Considering Hysteresis Effect^{*}

YAN Rongge, ZHAO Luna, BEN Tong

(School of Electrical Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300130, China)

Abstract: The electromagnetic field finite element numerical model of the reactor, considered the hysteresis effect of the iron-core, was derived by combining the J-A model and the numerical analysis method. The electromagnetic field distribution of the reactor was analyzed by using the two methods of single value basic magnetization curve and hysteresis loop, respectively. The results showed that the magnetic hysteresis had a great influence on the calculation results of the electromagnetic field distribution of the reactor. The electromagnetic field computing model considering the hysteresis effect of the iron-core lays a foundation for further research on the reactor heat.

Key words: reactor; J-A model; finite element method; hysteresis phenomenon; electromagnetic field calculation

0 引言

电力系统的稳定运行是我国经济社会可持续发展的重要保证。电抗器在本质上作为一种电感元件, 在电力系统中主要承担着限制短路电流、补偿系统的无功功率以维持系统电压稳定, 与其他元件共同构成滤波电路, 以及在直流输电系统中用作平波电抗器等作用^[1]。铁心电抗器具有节约能源、抗电磁干扰和占地面积小的优点, 但是在铁心电抗器中铁心由硅钢片叠制而成, 而硅钢片的磁滞特性会导致磁化的不可逆性, 引起铁心发热, 损耗增加, 因此在分析电抗器电磁特性时, 尤其在进行电抗器的发热研究时, 必须考虑铁磁材料的

磁滞特性。目前对含有铁心的电工设备的电磁场计算大多采用基本磁化曲线, 这在一定程度上能够满足要求, 但要得到更加精确的结果, 就必须将材料的磁滞特性考虑在内^[2]。

磁滞现象的建模, 从 19 世纪开始前人就做了很多工作, 然而由于实际磁滞现象的复杂性, 所以仍有很多问题等待人们研究。目前, 描述磁滞现象的模型主要有 Jiles-Atherton 模型^[3-5], Preisach 模型^[6], Stoner-Wohlfarth 模型^[7]、Globus 模型^[8]等。J-A 模型是建立在物理机制上, 通过求解 5 个参数获得的较简单的数学方程, 该模型具有物理意义清晰、参数变量少、计算量小的优势, 被广泛应用。后来为了得到更加精确的模型参数, 一

* 基金项目: 国家自然科学基金重点项目(51237005); 国家自然科学基金项目(51507110, 51177038)

作者简介: 闫荣格(1969—), 女, 博士, 教授, 研究方向为工程电磁场与磁技术。

些优化算法被用于参数求解。模拟退火法和遗传算法是常用的参数优化方法,两者相比,后者能获得更高的精度。文献[9]采用的实数编码遗传算法,对主磁滞环和小磁滞环均能取得很好的优化效果。文献[10]首次提出利用粒子群算法对 J-A 模型参数进行优化。文献[11]利用差分进化算法对参数进行优化,取得了很好的效果。文献[12]提出了中频的扩散方程模型(DEMF),能够在低、中频率时保证磁滞模型的可行性。目前 J-A 磁滞理论的研究主要集中在如何建模或将模型扩展以满足更加精确的磁滞现象模拟,但关于如何应用磁滞理论进行电磁场的计算却很少有人问津。因此,本文研究如何把 J-A 磁滞理论与电磁场有限元分析方法相结合,对含有铁心的电工设备进行电磁场分析计算。

1 考虑磁滞的电磁场有限元计算模型

J-A 磁滞理论是由 Jiles 与 Atherton 两位学者于 1983 年首次提出^[3],以物理机理为基础,结合能量守恒定律,因此该模型具有明显的物理意义。

1.1 J-A 理论

J-A 模型理论将磁化强度 \mathbf{M} 分解为不可逆分量 \mathbf{M}_{irr} 和可逆分量 \mathbf{M}_{rev} ^[13],即:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{\text{irr}} + \mathbf{M}_{\text{rev}} \quad (1)$$

根据能量守恒原理,可得

$$\frac{d\mathbf{M}_{\text{irr}}}{dt} = \frac{(\mathbf{M}_{\text{an}} - \mathbf{M})}{\delta k/\mu_0 - \alpha(\mathbf{M}_{\text{an}} - \mathbf{M})} \quad (2)$$

式中: \mathbf{M}_{an} ——无磁滞磁化强度;

δ ——方向系数,与 $d\mathbf{H}/dt$ 有关;

k ——磁化过程中磁畴的能量损失变化;

μ_0 ——真空介质磁导率;

α ——磁瞬间耦合的平均场参数,可由试验确定。

用改进后的 Langevin 方程表示为

$$\mathbf{M}_{\text{an}}(\mathbf{H}_e) = \mathbf{M}_s [\coth(\mathbf{H}_e/a) - (a/\mathbf{H}_e)] \quad (3)$$

式中: \mathbf{M}_s ——饱和磁化强度;

a ——无磁滞磁化曲线形状的参数;

\mathbf{H}_e ——有效磁场强度。

可逆分量 \mathbf{M}_{rev} 与无磁滞磁化强度 \mathbf{M}_{an} 之间的关系式为

$$\mathbf{M}_{\text{rev}} = c(\mathbf{M}_{\text{an}} - \mathbf{M}) \quad (4)$$

式中: c ——可逆磁化系数。

又有

$$\mathbf{H}_e = \mathbf{H} + \alpha\mathbf{M} \quad (5)$$

将式(1)~式(5)联立可得总微分磁化方程:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \frac{1}{1+c} \frac{\mathbf{M}_{\text{an}} - \mathbf{M}}{\delta k/\mu_0 - \alpha(\mathbf{M}_{\text{an}} - \mathbf{M})} + \frac{c}{1+c} \frac{d\mathbf{M}_{\text{an}}}{d\mathbf{H}} \quad (6)$$

通过联立求解式(2)~式(6),就可得到磁滞回线。

1.2 J-A 磁滞模型与电磁场数值方法的结合

磁感应强度、磁化强度与磁场强度间关系:

$$\mathbf{H} = v_0 \mathbf{B} - \mathbf{M} \quad (7)$$

式中: v_0 ——真空介质磁阻率, $v_0 = \frac{1}{\mu_0}$ 。

由此得到电磁场双旋度方程的边值问题:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Omega: \nabla \times v_0 \nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{J} + \nabla \times \mathbf{M} \\ \Gamma_1: \mathbf{A} = 0 \\ \Gamma_2: v_0 \nabla \times \mathbf{A} \times \mathbf{n} = 0 \end{array} \right. \quad (8)$$

在二维平面场中,有 $A_x = A_y = 0, A_z = A$ 。根据能量变分原理的有限元方法可得

$$\sum_j \int_{\Omega} \mathbf{A}_j v_0 \left(\frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) dx dy = \int_{\Omega} N_i \mathbf{J} dx dy + \int_{\Omega} N_i \left(\frac{\partial \mathbf{M}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{M}_x}{\partial y} \right) dx dy \quad (9)$$

若令

$$\left. \begin{array}{l} Q_i = \int_{\Omega} N_i \left(\frac{\partial \mathbf{M}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{M}_x}{\partial y} \right) dx dy \\ F_i = \int_{\Omega} N_i \mathbf{J} dx dy \\ C_{ij} = \int_{\Omega} \left(\frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) dx dy \end{array} \right\} \quad (10)$$

则式(9)表示为

$$\sum_j v_0 C_{ij} \mathbf{A}_j = F_i + Q_i \quad (11)$$

在式(11)中,若使 $S_{ij} = \sum_{e=1}^{e_0} S_{ij}^e = \sum_{e=1}^{e_0} v_0^e C_{ij}^e, F_i =$

$\sum_{e=1}^{e_0} F_i^e, Q_i = \sum_{e=1}^{e_0} Q_i^e$, 其中 $i, j = 1, 2, \dots, n; A$ 为 A_i 的列矩阵,即 $\mathbf{A} = [A_1 \ A_2 \ \dots \ A_n]^T$; \mathbf{F} 代表电流密度的常数项 F_i ,即 $\mathbf{F} = [F_1 \ F_2 \ \dots \ F_n]^T$; \mathbf{Q} 代表 J-A 模型计算所得项, $\mathbf{Q} = [Q_1 \ \dots \ Q_n]^T$ 。

通过求解上述 n 个方程组即可求得未知数 A_1 、 A_2 、 \dots 、 A_n ，即各节点的矢量磁位值。

2 考虑磁滞现象的电抗器电磁场仿真计算

在如图 1 所示的电抗器结构示意图中，可以认为磁场沿 y 方向上的分布是相同的，因此三维电磁场问题可以等效为二维平面场来计算。

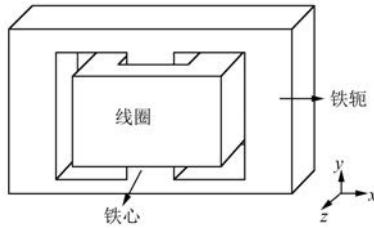


图 1 电抗器的结构示意图

本文首先测量了硅钢片的多组磁滞回线，并建立了材料特性数据库，图 2 给出了其中的三组。

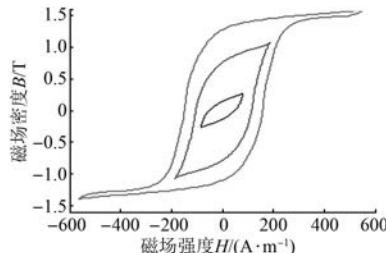


图 2 磁滞回环图

通过袁中琛等^[14]关于 J-A 模型参数的提取方法，可以确定其 5 个参数： M_s 、 a 、 k 、 α 、 c 。搭建 Simulink 仿真模型如图 3 所示。这里作为示例给出了其中一条磁滞回线的 J-A 模型的 5 个参数： $M_s = 1.5 \times 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$ ， $a = 230 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$ ， $k = 176.4 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$ ， $\alpha = 0.000 499$ ， $c = 0.5$ ，据此仿真得到的磁滞环如图 4 所示，试验得到的磁滞环也如图 4 所示。从图 4 可以看出，根据所提取的参数得到的磁滞回线能较好地与试验数据吻合。为了更好地比较磁滞现象对电磁场计算的影响，本文根据试验测试的硅钢片的磁滞回线，得到的基本磁化曲线如图 5 所示。

根据电-磁耦合场的计算，本文在二维磁场中通过将铁心区域定义为 J-A 磁滞模型方程，即式(2)~式(6)，再考虑铁心的磁滞现象，然后对

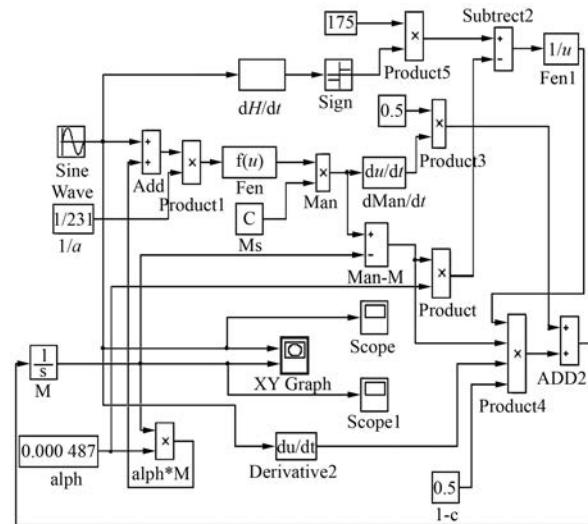


图 3 Simulink 仿真模型

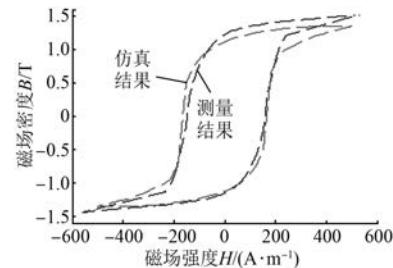


图 4 测量的磁滞环与 J-A 模型生成的磁滞环

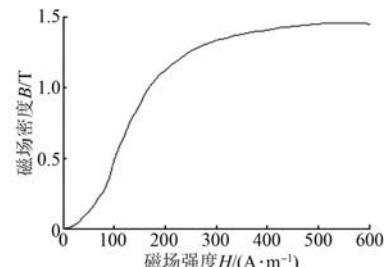
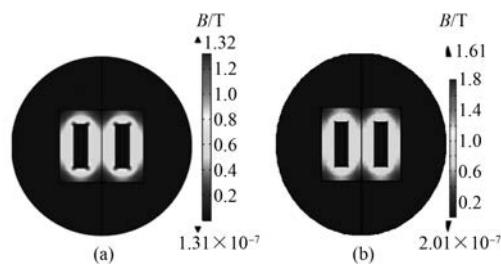
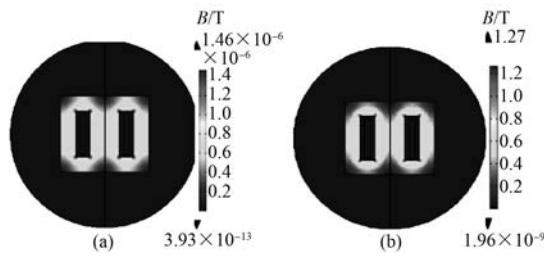
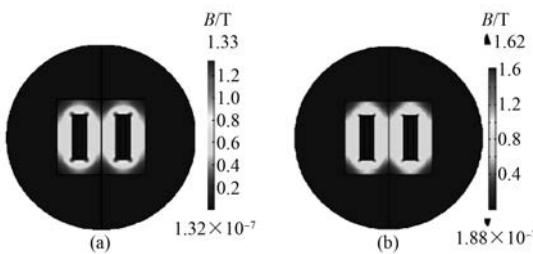
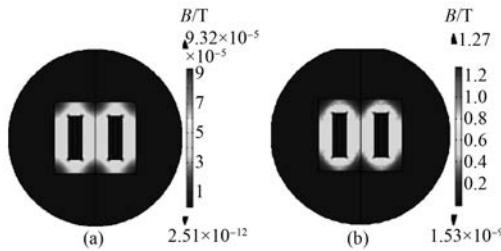


图 5 基本磁化曲线

模型施加交流激励，分别采用基本磁化曲线和 J-A 磁滞模型对图 1 所示的电抗器的电磁场进行计算。图 6~图 9 分别给出了一个周期不同时刻的电磁场分布的仿真结果，图中的(a)图为采用基本磁化曲线计算的磁场分布，(b)图为采用 J-A 模型计算的磁场分布。

从图 6~图 9，可以明显看出，电抗器磁场通过铁心中心柱向两边铁轭对称分布，磁场在铁柱上分布相对均匀，而在铁柱与铁轭直接相连的拐

图 6 $t=0.005\text{ s}$ 时刻电磁场分布图 7 $t=0.010\text{ s}$ 时刻电磁场分布图 8 $t=0.015\text{ s}$ 时刻电磁场分布图 9 $t=0.020\text{ s}$ 时刻电磁场分布

角边缘处磁感应强度明显高于其他部位,这是因为空气的磁导率要远低于铁心部分的磁导率。

此外在图 7(a)中,磁通密度即使在磁场最强的地方(即铁柱与铁轭直接相连的拐角边缘处)也只有 $1.46 \times 10^{-6}\text{ T}$,近似为零。在图 7(b)中磁场密度一般在 $0.4\sim0.8\text{ T}$ 的范围内,两种不同情况下计算的磁通密度相差甚远,这是因为在 $t=0.010\text{ s}$ 时刻,线圈中的电流为零,若只是用基本

磁化曲线计算磁场,此时的磁场强度为零,对应的磁感应强度为零,而考虑磁滞现象时,在磁场强度为零时,由于材料的磁滞特性,对应的磁感应强度不再为零。除此之外,随着电流的不断变化,磁场强度也在改变,从图 6 和图 8 可以看出,在电流最大时,磁通密度也达到了顶峰,两者也存在一定的差值。

另外,为了能够更好地考察铁心磁场的磁滞效应的影响,任意选取了铁心中的 A 点作为考察点,如图 10 所示。观察不同时刻磁感应强度在两种不同的情况下的变化,如图 11 所示。从图 11 中可以清楚地看出,两种情况下磁感应强度的变化明显不一致。考虑磁滞时,磁感应强度相对较强,尤其是在电流为零时。由此可见,将材料的磁滞特性考虑在内,磁场计算的结果会更加贴近实际,这一结论为以后的理论计算奠定了基础。

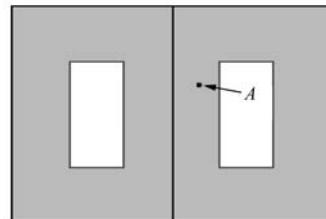


图 10 观察点 A

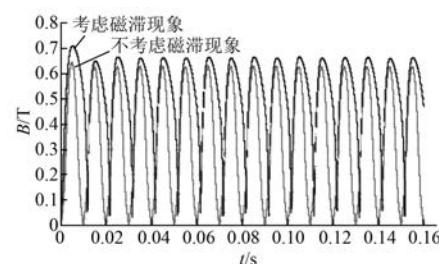


图 11 两种情况下磁感应强度随时间的变化

3 结语

本文将 J-A 模型与电磁场数值分析方法相结合,在考虑铁心的磁滞效应的情况下,推导出电磁场的有限元数值计算模型,并分别采用基本磁化曲线和磁滞回线两种方法对电抗器的电磁场进行对比分析。分析结果表明,铁磁材料的磁滞现象对电抗器电磁场的计算结果影响较大。因此,在进行电磁场的分析计算时,需要将材料的磁滞效应考虑在内,这为今后电抗器精确的损耗计算和

振动降噪提供了理论基础。

【参考文献】

- [1] 徐基泰.电抗器品种及其发展[J].变压器,2000,37(1): 17-20.
- [2] LINDNER A, HAHN I, BÖHM A. A simple method for the parameter identification of the Jiles-Atherton model using only symmetric hysteresis loops [C] // IECON Proceedings (Industrial Electronics Conference). Industrial Electronics Society, 2013: 2571-2577.
- [3] JILES D C, ATHERTON D L. Ferromagnetic hysteresis [J]. IEEE Trans. Magn., 1983, 19 (5): 2183-2184.
- [4] JILES D C, ATHERTON D L. Theory of ferromagnetic hysteresis [J]. J Appl Phys, 1984, 55 (6): 2115-2119.
- [5] JILES D C, ATHERTON D L. Theory of ferromagnetic hysteresis [J]. J Magn Mater, 1986, 61 (1/2): 48-60.
- [6] PREISACH F. Über die magnetische nachwirkung (on magnetic lag) [J]. Zeitschrift Für Physik A Hadrons & Nuclei, 1935, 94(5): 277-302.
- [7] STONER E C, WOLHFARTH E P. A mechanism of magnetic hysteresis in heterogeneous alloys [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1991, 27(4): 3475-3518.
- [8] GLOBUS A, DUPLEX P, GUYOT M. Determination of initial magnetization curve from crystallites size and effective anisotropy field [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1971, 7(3): 617-622.
- [9] LEITE J V, AVILA S L, BATISTELA N J, et al. Real coded genetic algorithm for Jiles-Atherton model parameters identification [J]. IEEE Trans Magn, 2004, 40(2): 888-891.
- [10] MARION R, SCORRETTI R, SIAUVE N, et al. Identification of Jiles-Atherton model parameters using particle swarm optimization [J]. IEEE Trans Magn, 2008, 44(6): 894-897.
- [11] TOMAN M, STUMBERGER G, DOLINAR D. Parameter identification of the Jiles-Atherton hysteresis model using differential evolution [J]. IEEE Trans. Magn., 2008, 44(6): 1098-1101.
- [12] TOMAN M, STUMBERGER G, DOLINAR D. Parameter identification of the Jiles-Atherton hysteresis model using differential evolution [J]. IEEE Trans Magn, 2008, 44(6): 1098-1101.
- [13] 王洋,王昕.基于J-A模型磁滞回线仿真及有效性研究[J].农业科技与装备,2011,4(1): 18-31.
- [14] 袁中琛,刘连光.变压器铁芯磁滞回线模型参数识别[J].电网与清洁能源,2010,26(9): 17-19.

收稿日期: 2017-06-08

(上接第 56 页)

- [10] BARTHOLET M T, SILBER S, Nussbaumer T, et al. Performance investigation of two-phase, three-phase and four-phase bearingless slice motor configurations [C] // Proceedings of the 7th International Conference on Power Electronics and Drive Systems. Florida, ETH Zurich, Zurich, 2007: 9-16.
- [11] HUTINER C. Regelungskonzepte magnetisch gelagerter Scheibenmotoren [D].ETH Zürich, 2003.
- [12] 孙晓东,陈龙,杨泽斌,等.考虑偏心及绕组耦合的无轴承永磁同步电机建模[J].电工技术学报,2013,28(3): 63-70.
- [13] YAMAMOTO N, TAKEMATO M, OGASAWARA S, et al. Experimental estimation of a 5-axis active control type bearingless canned motor pump [C] // Proceedings of International Electric Machines & Drives Conference, 2011: 148-153.
- [14] CHIBA A, FUKAO T, ICHIKAWA O, et al. Magnetic bearings and bearingless drives [M]. Tokyo: Newnes, 2005.
- [15] ZHANG T T, SUN X D. Direct suspension force control of bearingless permanent magnet synchronous motor [C] // Proceedings of 24th Chinese Control and Decision (CCDC), 2012: 3004-3008.

收稿日期: 2017-06-13