

轨迹跟踪伺服系统的鲁棒复合控制^{*}

滕召海, 郑子超, 程国扬

(福州大学 电气工程与自动化学院, 福建 福州 350116)

摘要: 针对控制输入饱和和受限且带有未知扰动的电机伺服系统, 提出一种实现曲线轨迹准确跟踪的鲁棒复合控制方案。该方案引入一个参考信号生成器和一个扩展状态观测器, 其中参考信号生成器可根据目标轨迹信号构造出对应的状态量, 扩展状态观测器用于对系统的状态量和扰动进行估计, 采用反馈与前馈相结合构成最终的控制律。利用 Lyapunov 理论对闭环系统的稳定性进行了严格分析。在 MATLAB 中进行了仿真研究, 随后在一个 DSP 控制的永磁直线电机二维伺服平台进行了试验验证。结果表明: 所提的控制方案能在轨迹跟踪任务中取得优越的瞬态性能和稳态准确性, 而且对目标轨迹和扰动的幅值差异具有较好的鲁棒性。

关键词: 伺服系统; 轨迹跟踪; 复合控制; 扰动抑制; 观测器; 鲁棒性

中图分类号: TM 921.54⁺1 文献标志码: A 文章编号: 1673-6540(2019)03-0008-07

Robust Composite Control of Trajectory Tracking Servo Systems^{*}

TENG Zhaohai, ZHENG Zichao, CHENG Guoyang

(College of Electrical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350116, China)

Abstract: A robust composite tracking control scheme was proposed to accomplish accurate trajectory tracking for motor servo systems subject to input saturation and unknown disturbance. The control scheme incorporated a reference generator which constructed the target state vector corresponding with the trajectory reference signal, and an extended state observer which estimated both the system states and the disturbance. The final control law adopted a combination of feedback and feedforward actions. The stability of the closed-loop control system was strictly analyzed using the Lyapunov theory. Simulation studies were conducted in MATLAB, followed by an experimental verification on a DSP-controlled XY table driven by permanent magnet linear motors. The results indicated that the proposed control scheme could achieve superior transient performance and steady-state accuracy in various trajectory tracking tasks and was more robust against the amplitude variations of target trajectory and disturbance.

Key words: servo system; trajectory tracking; composite control; disturbance rejection; observer; robustness

0 引言

定点调节和轨迹跟踪是工业伺服系统中最典型的两类控制问题, 通常既需要快速的响应, 又要求较低的超调量, 而且稳态时的静差要尽量小^[1]。文献[2]提出一种复合非线性控制技术, 通过综合一个能产生快速系统响应的线性控制律和一个能动态调节闭环阻尼的非线性反馈律, 实现了快

速且低超调的理想定点跟踪性能。该控制方案已在硬盘磁头伺服系统^[2-3]、无人飞行器^[4-5]和永磁同步电机^[6]等系统上得到应用。这些应用仅涉及定点跟踪控制的问题。在数控机床多轴联动加工和机器人运动等场合, 往往需要对曲线轨迹信号进行跟踪控制^[7-9], 而上述的复合非线性控制技术不能直接用于对曲线轨迹信号进行跟踪, 否则系统输出量会出现明显的相位滞后现象。为了解

^{*} 基金项目: 国家自然科学基金项目(51477031)

作者简介: 滕召海(1994—), 男, 硕士研究生, 研究方向为智能控制与故障诊断。

郑子超(1995—), 男, 硕士研究生, 研究方向为高性能伺服控制。

程国扬(1970—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为控制工程与自动化、电气传动系统。

决曲线轨迹的快速跟踪问题,文献[10]引入一种参考信号生成器,能根据目标轨迹构造出对应的状态量和辅助控制信号,然后应用到复合非线性控制的框架中,实现对曲线轨迹的跟踪。为了消除未知扰动的影响,文献[10]采用基于误差的积分控制。文献[11]指出,积分控制对目标信号和扰动的幅值变化缺乏鲁棒性,同一组控制参数值难以在较大的工作范围内都具有理想的控制性能,对其实际应用造成了很大困难,因此有必要对该轨迹跟踪控制方案加以改进,提高其鲁棒性。

本文引入一个扩展状态观测器,对系统状态和未知扰动同时进行估计,设计了扰动补偿机制;通过设计目标轨迹的信号生成器,构造与其对应的状态量和辅助控制信号,并用于控制律的合成;随后采用线性复合控制的框架设计轨迹跟踪控制律。该控制方案可以实现对曲线轨迹的鲁棒准确跟踪,称为鲁棒复合跟踪控制(RCTC)。本文将从理论上分析这种控制方案的闭环稳定性,并通过 MATLAB 数字仿真和直线电机二维伺服平台上的硬件试验来验证其有效性。

1 RCTC

本节所考虑的被控对象是带有一个饱和限幅特性的执行器和未知扰动的线性系统,其模型为

$$\Sigma_p: \begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B} \cdot \text{sat}(\mathbf{u}) + \mathbf{E}d \\ \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}_1\mathbf{x} \\ \mathbf{h} = \mathbf{C}_2\mathbf{x} \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ 、 $\mathbf{u} \in \mathbb{R}$ 、 $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^p$ 、 $\mathbf{h} \in \mathbb{R}$ 、 $d \in \mathbb{R}$ 分别是系统 Σ_p 的状态量、控制输入、测量输出、受控输出和扰动输入; $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{C}_1$ 、 $\mathbf{C}_2$ 、 $\mathbf{E}$ 是适当维度的常数矩阵; 函数 $\text{sat}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 表示执行器的饱和限幅特性,可定义为

$$\text{sat}(u) = \text{sgn}(u) \cdot \min\{u_{\max}, |u|\} \quad (2)$$

式中: $\text{sgn}(\cdot)$ ——标准的符号函数;

$u_{\max}$ ——控制输入的饱和限幅值。

针对系统式(1),作如下假设:

- (1) $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ 是可镇定的;
- (2) $(\mathbf{A}, \mathbf{C}_1)$ 是可检测的;
- (3) $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}_2)$ 在 $s=0$ 没有不变零点;
- (4) $(\mathbf{A}, \mathbf{E}, \mathbf{C}_1)$ 在 $s=0$ 没有不变零点;
- (5) d 是一个未知的分段定常的有界扰动;

(6) h 是 y 的一个子集,即 h 也是可测量的。

以上假设在轨迹跟踪控制问题中非常典型。本文的任务是针对带扰动的系统,设计一个鲁棒复合控制律,使得受控输出 h 能够快速平稳且无静差地跟踪一个任意的曲线轨迹信号,即目标轨迹信号 r 。首先设计一个参考信号发生器,其可以生成期望的目标轨迹信号及对应的内部状态量,结合到复合控制的框架中。最终的控制器由参考信号发生器和复合控制律构成。

1.1 参考信号发生器

参照文献[10],介绍参考信号发生器的设计。参考信号发生器的设计基于一个辅助系统,其模型如下:

$$\Sigma_{\text{aux}}: \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_e = \mathbf{A}\mathbf{x}_e + \mathbf{B}u_e \\ \mathbf{x}_e(0) = \mathbf{x}_{e0} \\ \mathbf{r}_g = \mathbf{C}_2\mathbf{x}_e \end{cases} \quad (3)$$

其中, $\mathbf{x}_e \in \mathbb{R}^n$ 、 $u_e \in \mathbb{R}$ 、 $\mathbf{r}_g \in \mathbb{R}$ 分别表示辅助系统 Σ_{aux} 的状态向量、控制输入和输出信号。辅助系统 Σ_{aux} 的输出信号 $\mathbf{r}_g$ 应与目标轨迹信号 $r(t)$ 相匹配。

针对辅助系统 Σ_{aux} 设计一个线性控制律,其表达式如下:

$$u_e = \mathbf{F}_e\mathbf{x}_e + r_s \quad (4)$$

式中: $\mathbf{F}_e$ ——反馈增益矩阵;

r_s ——外部信号源。

辅助系统式(3)和线性控制律式(4)相结合形成参考信号发生器,可表示为

$$\Sigma_{\text{Ref}}: \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_e = (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{F}_e)\mathbf{x}_e + \mathbf{B}r_s \\ \mathbf{x}_e(0) = \mathbf{x}_{e0} \\ u_e = \mathbf{F}_e\mathbf{x}_e + r_s \\ \mathbf{r}_g = \mathbf{C}_2\mathbf{x}_e \end{cases} \quad (5)$$

通过恰当设计 $\mathbf{F}_e$ 、设置初始值 $\mathbf{x}_{e0}$ 以及选择 r_s ,可使参考信号发生器 Σ_{Ref} 生成期望的轨迹信号。比如,对于单频率的正弦轨迹信号 $r(t) = a_1 \sin(\omega_1 t + \phi)$,其信号发生器的设计方案如下:选择 $\mathbf{F}_e$ 使得 $\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{F}_e$ 具有一对特征值 $\pm j\omega_1$,其余特征值均为零,令外部信号源 $r_s = 0$,且设置初始值 $\mathbf{x}_{e0}$ 为

$$\mathbf{x}_{e0} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_2 \\ \mathbf{C}_2(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{F}_e) \\ \vdots \\ \mathbf{C}_2(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{F}_e)^{n-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} a_1 \sin \phi \\ a_1 \omega_1 \cos \phi \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

针对更一般的目标轨迹信号(其 n 阶微分不恒等于零),其参考信号发生器的设计方案为:首先选择一个 F_e ,使得 $A+BF_e$ 的特征值均为零,并确定初始值 x_{e0} 为

$$x_{e0} = \begin{bmatrix} C_2 \\ C_2(A+BF_e) \\ \vdots \\ C_2(A+BF_e)^{n-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} r(0) \\ \dot{r}(0) \\ \vdots \\ r^{(n-1)}(0) \end{bmatrix} \quad (7)$$

同时,按如下方法选择一个外部信号源 r_s :

$$r_s(t) = \frac{1}{N(s)} \times r^{(n)}(t) \quad (8)$$

式中: $r^{(n)}(t)$ ——目标轨迹信号 $r(t)$ 的 n 阶微分;

$N(s)$ ——传递函数 $C_2(sI-A)^{-1}B$ 的分子多项式。

这里要求 $N(s)$ 的零点是稳定的,因此需对式(3)中的参数矩阵作如下限定: A 、 B 、 C_2 在右半闭平面没有不变零点。

1.2 RCTC 控制律的设计

在参考信号发生器的基础上,设计鲁棒复合跟踪控制律,实现对曲线轨迹信号的鲁棒跟踪。具体设计可分成 3 个步骤。

步骤 1:设计一个线性复合控制律。

定义 $\bar{x} = x - x_e$, 根据式(1)和式(3),可得:

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x} + B[\text{sat}(u) - u_e] + Ed \quad (9)$$

基于式(9)可以设计一个线性控制律:

$$u = u_e + F \cdot \bar{x} + f_d \cdot d \quad (10)$$

式中: F 、 f_d ——状态反馈增益矩阵和扰动前馈补偿增益。

F 的选择应使得 $A+BF$ 的特征值处在期望的稳定区域,以得到快速且低超调的输出响应。

在忽略饱和限幅函数的情况下,式(10)作用下的闭环系统变为

$$\dot{\bar{x}} = (A+BF)\bar{x} + (E+Bf_d)d \quad (11)$$

在稳态时 $\dot{\bar{x}} \rightarrow 0$, 状态量 $\bar{x}$ 趋于一个常数:

$$\bar{x}_s = -(A+BF)^{-1}(E+Bf_d)d \quad (12)$$

尽管存在非零常值扰动 d ,跟踪误差 e 仍收敛到零,即:

$$e = h - r_g = C_2\bar{x} \rightarrow C_2\bar{x}_s = -C_2(A+BF)^{-1}(E+Bf_d)d \rightarrow 0 \quad (13)$$

从式(13)可确定增益 f_d 为

$$f_d = -[C_2(A+BF)^{-1}B]^{-1} [C_2(A+BF)^{-1}E] \quad (14)$$

步骤 2:设计状态量和扰动的观测器。

假设测量输出矩阵 $C_1 \in \mathbb{R}^{p \times n}$ 为行满秩,即没有重复测量。选择一个矩阵 $C_0 \in \mathbb{R}^{(n-p) \times n}$,使得矩阵 $T = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_0 \end{bmatrix}$ 可逆。定义扩展状态向量 $x_g = \begin{pmatrix} Tx \\ d \end{pmatrix}$, 并得到如下增广模型:

$$\begin{cases} \dot{x}_g = \bar{A} \cdot x_g + \bar{B} \cdot \text{sat}(u), \\ y = \bar{C} \cdot x_g \end{cases} \quad (15)$$

其中:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} TAT^{-1} & TE \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} TB \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{C} = [I_p \quad 0], I_p \text{ 表示 } p \text{ 维的单位矩阵。}$$

基于对象模型的假设,可以设计一个全阶或降阶观测器,来估计扩展状态向量 x_g 。在实际系统中,降阶观测器通常更为方便。注意到 x_g 的前 p 个元素(表示为 x_1)可以直接从测量输出 y 获得,而 x_g 剩余的 $n-p+1$ 个元素(用 x_2 表示)则需要估计。依照 x_1 、 x_2 的维度对增广模型式(15)的系数矩阵分块如下:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}。$$

选择一个观测器增益矩阵 $K \in \mathbb{R}^{(n-p+1) \times p}$,使得 $A_{22} + KA_{12}$ 的特征值位于左半开平面,则降阶观测器的方程如下:

$$\begin{cases} \dot{\eta} = A_o \cdot \eta + B_u \cdot \text{sat}(u) + B_y \cdot y \\ \hat{x}_2 = \eta - Ky \end{cases} \quad (16)$$

式中: η ——观测器的内部状态向量;

$\hat{x}_2$ —— x_2 的估计值。

观测器方程中的各矩阵如下:

$$\begin{cases} A_o = A_{22} + KA_{12}, \\ B_u = B_2 + KB_1, \\ B_y = A_{21} + KA_{11} - A_o K \end{cases} \quad (17)$$

扩展状态向量 x_g 的估计值如下:

$$\hat{x}_g = \begin{pmatrix} y \\ \eta - Ky \end{pmatrix} \quad (18)$$

系统原状态向量 x 和未知扰动 d 的估计值为

$$\begin{cases} \hat{x} = [T^{-1} \quad 0] \hat{x}_g \\ \hat{d} = [0_{1 \times n} \quad 1] \hat{x}_g \end{cases} \quad (19)$$

步骤 3: 合成最终的控制律。

将复合控制律和扩展状态观测器结合起来形成最终的控制律, 其中状态向量 $\mathbf{x}$ 和未知扰动 d 被观测器提供的估计值取代, 则 RCTC 控制律最终的表达式为

$$u = u_e + \mathbf{F}(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}_e) + f_d \hat{d} \quad (20)$$

完整的 RCTC 控制器包括参考信号发生器式(5)、观测器式(16)和控制律式(20)。

1.3 稳定性分析

为了分析闭环系统的稳定性, 首先进行矩阵分块: $\mathbf{T}^{-1} = [\mathbf{T}_1 \quad \mathbf{T}_2]$, 其中 $\mathbf{T}_1$ 有 p 列。定义:

$$l_d = f_d + \mathbf{F}\mathbf{G}_d, \mathbf{F}_v = [\mathbf{F}\mathbf{T}_2 \quad f_d], \quad \bar{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}_s, \mathbf{z} = \hat{\mathbf{x}}_2 - \mathbf{x}_2 \quad (21)$$

容易验证:

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x} \\ \hat{d} - d \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \mathbf{z} \quad (22)$$

根据以上定义, 式(20)可改写为

$$u = u_e + l_d d + [\mathbf{F} \quad \mathbf{F}_v] \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{x}} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix} \quad (23)$$

选择一个正定矩阵 $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{(n-p+1) \times (n-p+1)}$, 使得:

$$\mathbf{M} > \mathbf{F}_v^T \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{W}^{-1} \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{F}_v \quad (24)$$

然后, 求解 Lyapunov 方程:

$$\mathbf{A}_o^T \mathbf{Q} + \mathbf{Q} \mathbf{A}_o = -\mathbf{M} \quad (25)$$

应该指出: 由于 $\mathbf{A}_o = \mathbf{A}_{22} + \mathbf{K} \mathbf{A}_{12}$ 渐近稳定, 这样的正定矩阵 $\mathbf{Q}$ 一定存在。

定理 1: 对于式(1)所表示的带未知常值扰动 d 的系统, 在下列三个条件都成立的情况下, 基于信号生成器式(5)和观测器式(16)的 RCTC 控制律式(20)将保证闭环系统的稳定性, 同时, 系统的受控输出 h 将渐近跟踪目标轨迹信号 r 。

条件 1: 存在 2 个正标量 $\delta \in (0, 1)$ 和 $c_\delta > 0$,

$$\forall \xi \in \Omega(\delta, c_\delta): =$$

$$\left\{ \xi \in \mathbb{R}^{2n-p+1} : \xi^T \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q} \end{bmatrix} \xi \leq c_\delta \right\} \Rightarrow \left| [\mathbf{F} \quad \mathbf{F}_v] \xi \right| \leq (1 - \delta) u_{\max} \quad (26)$$

条件 2: 初值 $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(0)$ 和 $\boldsymbol{\eta}(0)$ 满足

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}(0) \\ \mathbf{z}(0) \end{bmatrix} \in \Omega(\delta, c_\delta) \quad (27)$$

条件 3: 式(5)给出的辅助控制信号 u_e 及扰动 d 满足

$$|u_e + l_d d| \leq \delta \cdot u_{\max} \quad (28)$$

证明: 首先, 观测器误差的动态方程为

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_o \cdot \mathbf{z} \quad (29)$$

其次, 可验证:

$$(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{F}) \bar{\mathbf{x}}_s + (\mathbf{B}f_d + \mathbf{E})d = 0 \quad (30)$$

根据式(21)给出的误差变量的定义, 并应用式(30)的结果, 被控对象的误差动态方程为:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\mathbf{x}}} &= \mathbf{A}\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{B} \cdot [\text{sat}(u) - u_e] + \mathbf{E}d = \\ \mathbf{A}\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{B} \cdot [\text{sat}(u) - u_e] - \mathbf{A}\bar{\mathbf{x}}_s - \mathbf{B}(\mathbf{F}\bar{\mathbf{x}}_s + f_d d) &= \\ \mathbf{A}\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{B} \cdot [\text{sat}(u) - u_e - l_d d] &= \\ (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{F})\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{F}_v \mathbf{z} + \mathbf{B}\sigma & \quad (31) \end{aligned}$$

其中:

$$\sigma := \text{sat}(u) - u_e - l_d d - [\mathbf{F} \quad \mathbf{F}_v] \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{x}} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix}.$$

对于 $\begin{pmatrix} \bar{\mathbf{x}} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix} \in \Omega(\delta, c_\delta)$ 和 $|u_e + l_d d| \leq \delta \cdot u_{\max}$, 有:

$$\begin{aligned} \left| u_e + l_d d + [\mathbf{F} \quad \mathbf{F}_v] \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{x}} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix} \right| &\leq \\ |u_e + l_d d| + \left| [\mathbf{F} \quad \mathbf{F}_v] \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{x}} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix} \right| &\leq u_{\max} \quad (32) \end{aligned}$$

因此, 当 $\begin{pmatrix} \bar{\mathbf{x}} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix} \in \Omega(\delta, c_\delta)$ 和 $|u_e + l_d d| \leq \delta u_{\max}$, 可得: $|u| \leq u_{\max}$ 。从而有:

$$\sigma = u - \left[u_e + l_d d + [\mathbf{F} \quad \mathbf{F}_v] \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{x}} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix} \right] = 0 \quad (33)$$

由式(1)和控制律式(23)构成的闭环系统可表示如下:

$$\begin{pmatrix} \dot{\bar{\mathbf{x}}} \\ \dot{\mathbf{z}} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{F} & \mathbf{B}\mathbf{F}_v \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_o \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{x}} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix} \quad (34)$$

定义 Lyapunov 函数:

$$V = \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{x}} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{x}} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix} \quad (35)$$

沿着式(34)的轨迹计算 V 对时间导数如下:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \bar{\mathbf{x}}^T [(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{F})^T \mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{F})] \bar{\mathbf{x}} + \\ &2\bar{\mathbf{x}}^T \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{F}_v \mathbf{z} + \mathbf{z}^T (\mathbf{A}_o^T \mathbf{Q} + \mathbf{Q} \mathbf{A}_o) \mathbf{z} \leq \\ &-\bar{\mathbf{x}}^T \mathbf{W} \bar{\mathbf{x}} + 2\bar{\mathbf{x}}^T \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{F}_v \mathbf{z} - \mathbf{z}^T \mathbf{M} \mathbf{z} = \\ &-\begin{pmatrix} \bar{\mathbf{x}} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix}^T \bar{\mathbf{W}} \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{x}} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix} \quad (36) \end{aligned}$$

其中: $\bar{\mathbf{W}} = \begin{bmatrix} \mathbf{W} & -\mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{F}_v \\ -\mathbf{F}_v^T \mathbf{B}^T \mathbf{P} & \mathbf{M} \end{bmatrix}$ 。

按照式(24)关于 $\mathbf{M}$ 的定义, 显然 $\bar{\mathbf{W}} > 0$ 成立,

此即 $\dot{V}$ 是负定的, 因而闭环系统是渐近稳定的, 且 $\bar{x} \rightarrow 0, z \rightarrow 0$ 。从而有: $\bar{x} = x - x_e \rightarrow \bar{x}_s, x \rightarrow x_e + \bar{x}_s$, $h = C_2 x \rightarrow C_2 x_e + C_2 \bar{x}_s = C_2 x_e = r$, 表示系统输出量 h 渐近跟踪目标轨迹信号 $r(t)$ 。

2 仿真与试验研究

2.1 数值仿真

考虑如下带有扰动的三阶系统:

$$\begin{cases} \dot{x} = A \cdot x + B \cdot \text{sat}(u) + E \cdot d \\ y = h = C \cdot x \end{cases} \quad (37)$$

$$\text{其中: } A = \begin{bmatrix} -1.5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, u_{\max} = 100, x(0) = 0, d = -2。$$

由于高阶系统的控制器结构较为复杂, 且参数整定也较困难, 采用基于参数 $\varepsilon = 0.0001$ 的 H_2 设计方法来确定线性反馈矩阵^[12]:

$$F = [-81.077 \quad -112.62 \quad -15.041] \quad (38)$$

相应地, 计算可得到: $f_d = -13.617$ 。

选择观测器的带宽为 15 rad/s (Butterworth 模式), 可得如下的降阶扩展状态观测器:

$$\begin{cases} \dot{\eta} = \begin{bmatrix} 960 & 544.5 & 543.1 \\ 636.4 & 360 & 361 \\ -2386.5 & -1350 & -1350 \end{bmatrix} \cdot \eta + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \text{sat}(u) + \begin{bmatrix} 14968 \\ 11610 \\ -38475 \end{bmatrix} \cdot y \\ \begin{pmatrix} \hat{x} \\ \hat{d} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -0.707 & 1 & 0 & 0 \\ 0.707 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \eta + \begin{bmatrix} 385 \\ -384 \\ -360 \\ 1350 \end{bmatrix} \cdot y \end{cases} \quad (39)$$

首先考虑跟踪一个正弦信号 $r(t) = \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$, 则相应的参考信号发生器设计如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_e = \begin{bmatrix} -1.5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 18.179 & -12.12 & 1.5 \end{bmatrix} \cdot x_e \\ x_e(0) = \begin{pmatrix} -0.0281 \\ 0.7353 \\ 1.444 \end{pmatrix} \\ u_e = [18.179 \quad -12.12 \quad 1.5] \cdot x_e \end{cases} \quad (40)$$

最终的轨迹跟踪控制律如下:

$$u = u_e + F(\hat{x} - x_e) + f_d \hat{d} \quad (41)$$

以上控制器对正弦信号的跟踪效果如图 1 所示。显然, 系统能实现准确和平稳的跟踪性能。

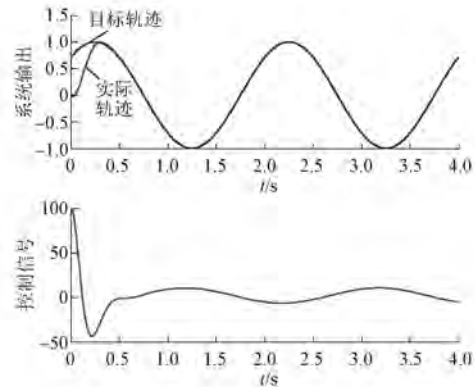


图1 跟踪一个正弦信号

考虑对一个超越函数信号 $r(t) = 0.2t + 0.5e^{\sin \pi t}$ 进行跟踪。上述 RCTC 控制律的结构和可调参数可以沿用, 但相应的参考信号发生器则有所不同:

$$\begin{cases} \dot{x}_e = \begin{bmatrix} -1.5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 3.375 & -2.25 & 1.5 \end{bmatrix} \cdot x_e + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot r_s \\ x_e(0) = \begin{pmatrix} 0.2325 \\ 0.2675 \\ 1.852 \end{pmatrix} \\ u_e = [3.375 \quad -2.25 \quad 1.5] \cdot x_e + r_s \\ r_s(t) = \frac{1}{s + 2.5} \cdot r_n(t) \\ r_n(t) = -\frac{\pi^3}{4} \sin 2\pi t [\sin \pi t + 3] e^{\sin \pi t} \end{cases} \quad (42)$$

仿真结果如图 2 所示, 控制器对超越函数信号同样也能取得准确和平稳的跟踪性能。

2.2 试验研究

将 RCTC 控制方案应用于一个直线电机龙门伺服平台, 进行二维轮廓轨迹的跟踪控制试验。该试验平台由 Inoservo 公司制造, 包含 2 台轴向相互垂直的永磁直线同步伺服电机、Copley Controls 伺服驱动器 (ACJ-055-18)、Mega-Fabs D 系列驱动器、Maglin 公司的磁栅编码器 (分辨率为 $1 \mu\text{m}$), 如图 3 所示。

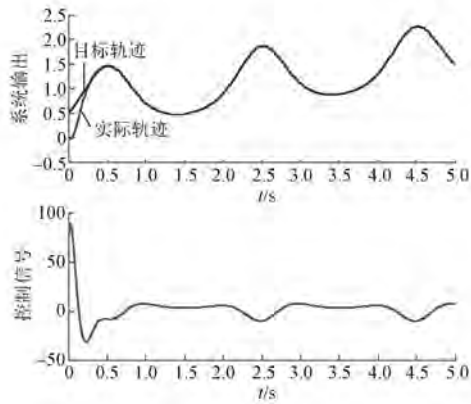


图2 跟踪一个超越函数信号



图3 直线电机XY伺服平台的实物图

利用配套的上位机软件,对 Copley 驱动器和 Mega-Fabs D 驱动器进行参数配置,让其工作在电流(力矩)命令模式。伺服平台的每一轴(包括驱动器和电机本体),都以电流(A)作为控制信号,以位置(m)作为输出量,其数学模型可表示为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B} \cdot [\text{sat}(u) + d] \\ y = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x} \\ \mathbf{x} = \begin{pmatrix} y \\ v \end{pmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & a \end{bmatrix} \\ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [1 \quad 0] \end{cases} \quad (43)$$

式中: u ——控制信号(电流命令),其饱和限幅值为 $u_{\max} = 1.4 \text{ A}$;

d ——未知扰动;

y, v ——每一轴的位置(m)和速度(m/s),其中位置信号可测量。

模型参数经系统辨识,其值如下: X 轴, $a = -44.12, b = 9.3$; Y 轴, $a = -37.14, b = 16.2$ 。

为了进行二维轮廓轨迹的跟踪,需为每一轴指定一个目标轨迹信号,并设计相应的轨迹跟踪控制律。由于 2 个运动轴具有相同的模型结构,

其控制器的设计是类似的。基于单轴的电机模型,可得 RCTC 控制律的参数如下:

$$\begin{cases} \mathbf{F} = - \begin{bmatrix} \frac{\omega^2}{b} & \frac{a + 2\zeta\omega}{b} \end{bmatrix} \\ f_d = -1 \end{cases} \quad (44)$$

速度和扰动的观测器设计如下:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\eta}} = \begin{bmatrix} -\sqrt{2}\omega_0 & b \\ -\frac{\omega_0^2}{b} & 0 \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{\eta} + \begin{bmatrix} b & -(\omega_0^2 + \sqrt{2}a\omega_0) \\ 0 & -\frac{(a + \sqrt{2}\omega_0)\omega_0^2}{b} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \text{sat}(u) \\ y \end{bmatrix} \\ \begin{pmatrix} \hat{v} \\ \hat{d} \end{pmatrix} = \boldsymbol{\eta} + \begin{bmatrix} a + \sqrt{2}\omega_0 \\ \frac{\omega_0^2}{b} \end{bmatrix} \cdot y \end{cases} \quad (45)$$

式中: $\boldsymbol{\eta}$ ——观测器内部状态量;

ω_0 ——观测器极点的自然频率;

$\hat{v}, \hat{d}$ ——速度和扰动的估计值。

若系统要跟踪的曲线轨迹 $r(t) = a_1 \sin(\omega_1 t + \phi)$, 选择增益矩阵 $\mathbf{F}_e$ 使得 $\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{F}_e$ 的特征值为 $\pm j\omega_1$, 则可得:

$$\mathbf{F}_e = - \begin{bmatrix} \frac{\omega_1^2}{b} & \frac{a}{b} \end{bmatrix} \quad (46)$$

所设计的参考信号生成器可表示为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_e = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_1^2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_e \\ \mathbf{x}_e(0) = \begin{pmatrix} a_1 \sin \phi \\ a_1 \omega_1 \cos \phi \end{pmatrix} \\ r_g = [1 \quad 0] \mathbf{x}_e \\ u_e = - \begin{bmatrix} \frac{\omega_1^2}{b} & \frac{a}{b} \end{bmatrix} \mathbf{x}_e \end{cases} \quad (47)$$

单轴的轨迹跟踪控制律为

$$u = u_e - \begin{bmatrix} \frac{\omega^2}{b} & \frac{a + 2\zeta\omega}{b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \hat{v} \end{bmatrix} - \hat{d} \quad (48)$$

控制律的参数选择如下: $\zeta = 0.7, \omega = 80 \text{ rad/s}$, $\omega_0 = 200 \text{ rad/s}$ 。

在轨迹跟踪时,两轴各自运行一个控制器,使

用各自的输入输出信号。控制算法在 TMS320F28335 DSP 上编程实现, 控制的采样周期为 1 ms, 控制量以脉宽调制 (PWM) 波形 (频率 10 kHz) 输出给电机驱动器作为电流命令, 电动机子的位置由磁栅编码器测量, 其产生的两路正交脉冲信号经 DSP 的 eQEP 模块进行处理。

(1) 跟踪圆形轮廓。为了在二维平面上跟踪一个圆形轮廓, 需分别指定两个轴的参考轨迹信号为 $r_x(t) = a_1 \cdot \cos \omega_1 t$, $r_y(t) = a_1 \cdot \sin \omega_1 t$ 。其中 $a_1 = 0.05 \text{ m}$, $\omega_1 = 0.5\pi$ 。其对应的参考信号生成器可参照上面的正弦波情形进行设计。跟踪圆形轮廓轨迹 (半径为 5 cm) 的试验结果如图 4 所示 (以半径 a_1 为基准进行归一化显示, 下同), 实际的轮廓轨迹与目标轨迹基本吻合, 其中 X 轴跟踪误差最大处约 0.6 mm, Y 轴误差最大处约 0.9 mm, 系统较好地实现了圆形轮廓轨迹的跟踪。

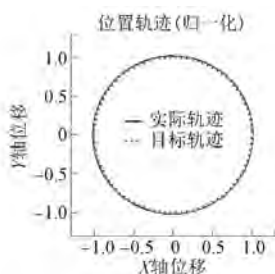


图 4 跟踪圆形轮廓轨迹

(2) 跟踪四叶草轮廓。为跟踪一个四叶草轮廓, 需为两轴分别设定参考轨迹信号: $r_x(t) = a_1 \cdot \sin 2\omega_1 t \cdot \cos \omega_1 t$, $r_y(t) = a_1 \cdot \sin 2\omega_1 t \cdot \sin \omega_1 t$ 。其中 $a_1 = 0.05 \text{ m}$, $\omega_1 = 0.5\pi$ 。其信号生成器可参照超越函数信号的情形进行设计。试验结果如图 5 所示, 系统能实现轮廓跟踪控制。随着轮廓轨迹的复杂度增加, 跟踪误差有所扩大。这可能源于机械系统的非线性效应 (摩擦、反冲等) 的影响。

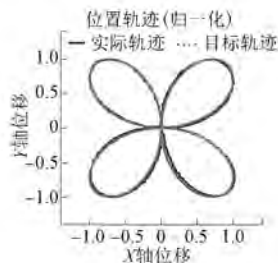


图 5 跟踪四叶草轮廓轨迹

若要进一步改善轮廓跟踪性能, 可考虑对每个运动轴的非线性效应进行建模和补偿, 并引入两轴交叉耦合控制方案^[13]。

3 结 语

本文介绍了一种用于曲线轨迹跟踪的鲁棒复合控制方案。采用一个参考信号生成器来构造出与目标轨迹相对应的状态量和辅助控制信号, 然后将它们结合到复合控制的统一框架中。为消除未知扰动的影响, 采用扩展状态观测器来进行估计和补偿, 对系统的稳定性进行了理论分析。通过仿真案例和直线电机二维伺服平台上的轮廓轨迹跟踪试验, 验证了轨迹跟踪控制方案的有效性。该方案可应用于数控机床、机械臂等多轴联动装置的伺服控制系统设计。

【参考文献】

- [1] 王继超, 杨振强. 基于细菌觅食优化算法的永磁同步电机位置伺服系统模糊控制策略[J]. 电机与控制应用, 2017, 44(6): 40.
- [2] CHEN B M, LEE T H, PENG K, et al. Composite nonlinear feedback control for linear systems with input saturation: theory and an application[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2003, 48(3): 427.
- [3] LAN W, THUM C K, CHEN B M. A hard disk drive servo system design using composite nonlinear feedback control with optimal nonlinear gain tuning methods [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2010, 57(5): 1735.
- [4] PENG K, CAI G, CHEN B M, et al. Design and implementation of an autonomous flight control law for a UAV helicopter [J]. Automatica, 2009, 45(10): 2333.
- [5] CAI G, CHEN B M, DONG X, et al. Design and implementation of a robust and nonlinear flight control system for an unmanned helicopter [J]. Mechatronics, 2011, 21(5): 803.
- [6] 胡金高, 程国扬. PMSM 位置伺服系统的鲁棒复合非线性控制[J]. 电气传动, 2013, 43(8): 49.
- [7] 武志涛, 朱连成. 基于滑模轮廓控制器的直线电机精密运动平台轨迹跟踪控制[J]. 中国电机工程学报, 2015, 35(23): 6188.

(下转第 20 页)

解电容 PMSM 驱动系统,利用逆变器输出功率与电机输出转矩的关系,采用转矩环来提高网侧功率因数,使得物理意义更加明确,控制器参数易于设计。同时,基于高功率因数控制的电压矢量修正策略在母线电压波动的整个区间内,可以有效减小网侧电流谐波,显著提升网侧输入功率因数,并符合 IEC 61000-3-2 标准。

【参考文献】

- [1] INAZUMA K, OHISHI K, HAGA H. High-power-factor control for inverter output power of IPM motor driven by inverter system without electrolytic capacitor [C] // IEEE International Symposium on Industrial Electronics, 2011: 619.
- [2] INAZUMA K, UTSUGI H, OHISHI K. High-power-factor single-phase diode rectifier driven by repetitively controlled IPM motor [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2013, 60(10): 4427.
- [3] JUNG H S, CHEE S J, SUL S K. Control of three phase inverter for AC motor drive with small DC-link capacitor fed by single phase AC source [J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2014, 50(2): 1074.
- [4] SON Y, HA J I. Direct power control of a three-phase

inverter for grid input current shaping of a single-phase diode rectifier with a small DC-link capacitor [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2015, 30(7): 3794.

- [5] ABE K, OHISHI K, HAGA H. Harmonic current reduction control of IPMSM drive inverter without inductor or electrolytic capacitor [C] // 42nd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, 2016: 2821.
- [6] 赵楠楠,王高林,朱良红,等.基于逆变器功率调节的永磁电机无电解电容控制策略[J].中国电机工程学报,2016,36(增刊 1): 193.
- [7] 张国柱,徐殿国,朱良红,等.高功率因数无电解电容电机驱动系统电流控制策略[J].电机与控制学报,2018,22(1): 100.
- [8] 尹泉,吴根平,罗慧,等.无电解电容逆变器永磁同步电机驱动系统控制研究[J].电气传动,2015,45(7): 3.
- [9] 张海洋,许海平,方程,等.基于比例积分-准谐振控制器的直驱式永磁同步电机转矩脉动抑制方法[J].电工技术学报,2017,32(19): 41.
- [10] 黄如海,谢少军.基于比例谐振调节器的逆变器双环控制策略研究[J].电工技术学报,2012,27(2): 77.

收稿日期: 2018-10-11

(上接第 14 页)

- [8] 李祥飞,赵欢,赵鑫,等.面向伺服动态特性匹配的轮廓误差补偿控制研究[J].机械工程学报,2017,53(1): 150.
- [9] OUYANG P R, ACOB J, PANO V. PD with sliding mode control for trajectory tracking of robotic system [J]. Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 2014, 30(2): 189.
- [10] CHENG G, PENG K, CHEN B M, et al. Improving transient performance in tracking general references using composite nonlinear feedback control and its application to high-speed XY-table positioning mechanism [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2007, 54(2): 1039.
- [11] CHENG G, HUANG Y. Disturbance-rejection

composite nonlinear control applied to two-inertia servo drive system [J]. Control Theory & Applications, 2014, 31(11): 1539.

- [12] CHEN B M, SABERI A, SANNUTI P, et al. Construction and parameterization of all static and dynamic H_2 -optimal state feedback solutions, optimal fixed modes and fixed decoupling zeros [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1993, 38(2): 248.
- [13] CHIN S C, LI Y C. Cross-coupling position command shaping control in a multi-axis motion system [J]. Mechatronics, 2011, 21(1): 625.

收稿日期: 2018-10-11