

# 基于有限元法的永磁同步电机 定子固有频率研究<sup>\*</sup>

黄厚佳<sup>1</sup>, 李全峰<sup>1,2</sup>, 徐余法<sup>1,3</sup>

(1. 上海电机学院 电气学院, 上海 201306; 2. 上海大学 机电自动化工程学院, 上海 200072;  
3. 上海第二工业大学, 上海 201209)

**摘要:** 定子模态分析是研究永磁同步电机(PMSM)电磁振动噪声的重要环节, 对定子固有频率进行准确预测是抑制PMSM电磁振动噪声的基础。运用解析法分析了影响定子固有频率的主要因素。建立了定子系统各部分有限元仿真模型, 通过有限元仿真和相关数据处理分析研究了绕组、机壳和端盖对定子固有频率的影响。结果表明: 当绕组等效弹性模量低于某一临界值时, 会使定子固有频率降低, 而高于该临界值时, 会使定子固有频率升高; 机壳和端盖均会使定子的固有频率大幅度提高。

**关键词:** 永磁同步电机; 固有频率; 电磁振动噪声; 有限元仿真

中图分类号: TM 351 文献标志码: A 文章编号: 1673-6540(2019)04-0065-06

## Research on the Natural Frequency of Stator of Permanent Magnet Synchronous Motor Based on Finite Element Method<sup>\*</sup>

HUANG Houjia<sup>1</sup>, LI Quanfeng<sup>1,2</sup>, XU Yufa<sup>1,3</sup>

(1. School of Electrical Engineering, Shanghai Dianji University, Shanghai 201306, China;  
2. School of Mechatronic Engineering and Automation, Shanghai University, Shanghai 200072, China;  
3. Shanghai Polytechnic University, Shanghai 201209, China)

**Abstract:** The stator modal analysis was an important segment of studying the electromagnetic vibration and noise of permanent magnet synchronous motor (PMSM), and the accurate prediction of the natural frequency of stator was the basis of suppressing the electromagnetic vibration and noise. Firstly, the main factors affecting the natural frequency of stator were analyzed by the analytical method. Secondly, the finite element simulation models of each part of the stator system were established, and the influences of the winding, case and end cover on the stator's natural frequency were studied through finite element simulation and related data processing and analysis. The results showed that when the equivalent elastic modulus of the winding was lower than a critical value, the stator's natural frequency would be reduced; while when the equivalent elastic modulus of the winding was higher than this critical value, the stator's natural frequency would be increased. Both the case and the end cover could greatly increase the natural frequency of the stator.

**Key words:** permanent magnet synchronous motor (PMSM); natural frequency; electromagnetic vibration and noise; finite element simulation

\* 基金项目: 国家科技支撑计划项目(2015BAG03B00)

作者简介: 黄厚佳(1990—), 男, 硕士研究生, 研究方向为电机优化设计。

李全峰(1982—), 男, 博士, 讲师, 研究方向为电机振动噪声、新型电机设计。

徐余法(1964—), 男, 博士, 教授, 硕士生导师, 研究方向为电机故障诊断、智能算法。

## 0 引言

永磁同步电机(PMSM)被广泛应用于航天、军事、工业自动化控制、家用电器、新能源电动汽车等领域<sup>[1]</sup>。与传统的直流、交流和步进电机相比,PMSM在机械、伺服特性以及效率上有较大的优势,但存在电磁振动噪声问题,尤其对于车用PMSM,由于电机调速范围宽、电磁密度高以及轻量化设计,均会导致电机产生较高的电磁振动噪声<sup>[2-3]</sup>。因此,PMSM电磁振动噪声问题一直受到较大的关注。

PMSM电磁振动噪声主要与作用在定子铁心的径向电磁力以及定子各阶模态对应的固有频率有关。当电机运行过程中电磁力的频率与定子系统固有频率相等或接近时会产生较大的电磁振动噪声。为了降低电机电磁振动噪声,需要使定子系统的固有频率远高于电磁力的频率。因此,对定子各阶模态对应的固有频率进行准确预测是抑制和降低电机电磁振动噪声的基础<sup>[4-5]</sup>。

针对电机定子固有频率的问题,已经进行了大量的研究。文献[6-7]系统给出了运用解析分析法对定子系统各阶模态对应的固有频率进行计算的方法和步骤,但分析模型过于简化,运用上述解析法计算结构复杂的电机时,与实际存在较大的误差。文献[8]对异步电机的定子模态进行了分析计算,但并未考虑绕组、前后端盖对定子固有频率的影响。文献[9-12]运用有限元法对永磁无刷直流电机和PMSM定子模态进行了研究,并通过模态试验进行了相关验证。

本文首先运用解析法对PMSM定子固有频率进行定性分析,找出影响定子固有频率的主要因素。以1台4.5 kW机床用表贴式PMSM为例,建立了铁心、绕组、机壳和端盖的有限元仿真模型,研究了定子系统各个部分对定子系统固有频率的影响。

## 1 定子模态解析分析

运用解析法对电机定子系统模态进行分析计算时,往往将定子系统等效为单环或双环,将绕组、定子齿等作为等效质量块加到单环或双环上。虽然解析分析过程中将电机定子系统进行了大量简化处理,会影响计算精确度,但解析法建立了定

子固有频率与电机相关参数的联系,因此可以通过解析法对定子系统固有模态进行定性分析。在对PMSM定子固有频率进行有限元分析之前,先运用解析法对定子系统的固有频率进行定性分析。考虑到实际PMSM都会带有机壳,因此选用双环机电类比法对定子系统固有频率进行分析。定子系统双环简化和物理模型如图1所示。

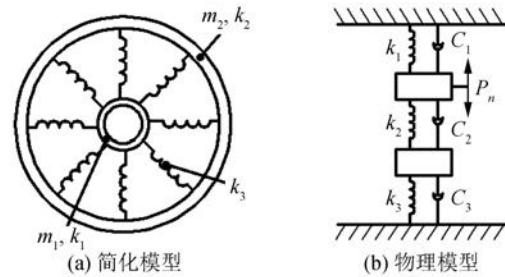


图1 定子系统双环简化和物理模型

图1中, $m_1, m_2$ 分别为定子铁心和机壳的质量,其中, $m_1$ 中包括了绕组、定子齿和绝缘材料的质量, $m_2$ 中包括了冷却筋和底脚的质量; $k_1, k_2, k_3$ 分别为定子铁心、机壳及连接筋的刚度; $C_1, C_2, C_3$ 分别为定子铁心、机壳和连接筋的阻尼系数; $P_n$ 为空间n阶单位面积电磁力幅值。由图1可进一步得到定子系统的机械网络图和等效电路图,如图2和图3所示。

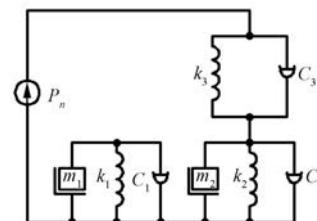


图2 定子系统机械网络图

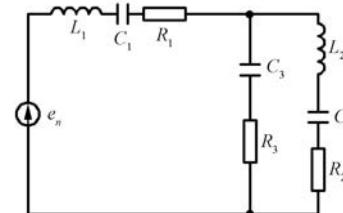


图3 定子系统等效电路图

对于绝大多数永磁电机而言,定子铁心直接套装在机壳内,假设定子铁心和机壳之间的相对

切向位移为 0, 此时  $k_3 \rightarrow \infty$ , 根据文献[7], 忽略定子系统阻尼作用, 由图 3 可以推导出电机运行时机壳和铁心的振动位移。推导出的位移解析表达式为

$$Y_{n1} = Y_{n2} = \frac{P_n}{(k_1 + k_2) - \omega_n^2(m_1 + m_2)} \quad (1)$$

式中:  $Y_{n1}$ 、 $Y_{n2}$ ——定子铁心和机壳振动位移;

$\omega_n$ ——作用在定子铁心上电磁力的角速度。

当式(1)中分母为零时, 对应的  $\omega_n$  为定子系统固有角频率, 其表达式为

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m_1 + m_2}} \quad (2)$$

因此, 定子系统的  $n$  阶固有频率为

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m_1 + m_2}} \quad (3)$$

式(3)中  $m_1$ 、 $m_2$  和  $k_1$ 、 $k_2$  表达式分别为<sup>[7]</sup>

$$\begin{cases} m_i = G_i \frac{n^2 + 1}{n} \\ k_i = \frac{2\pi E_i J_i}{R_i^3} (n^2 - 1)^2 \\ J_i = \frac{h_i^3 l_i}{12}, i = 1, 2 \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $n$ ——定子模态阶数;

$E_i$ ——定子铁心和机壳弹性模量;

$J_i$ ——定子铁心和机壳转动惯量;

$R_i$ ——定子铁心轭和机壳平均半径;

$h_i$ ——定子铁心轭厚和机壳厚度;

$l_i$ ——定子铁心和机壳长度。

由式(3)和式(4)可以看出, 当忽略定子系统阻尼时, 定子固有频率主要与铁心和机壳的刚度、质量以及转动惯量有关。因此, 当电机运行过程中出现共振时, 可以通过调整与上述 3 个变量相关的参数(如定子铁心和机壳的材料、几何尺寸和形状等)使定子系统的固有模态发生改变, 从而避免共振的产生。

## 2 定子模态有限元分析

通过第 1 节解析分析找到了对定子固有频率影响较大的相关电机参数, 但在解析建模过程中忽略了定子系统各部分的实际几何形状及相关的

物理特性, 同时还忽略了端盖对定子系统的影响。因此, 解析计算会与实际存在较大的误差, 尤其是在定子结构较为复杂时。

以 1 台 4.5 kW PMSM 为例, 运用有限元法对定子系统固有频率特性进行研究。在 ANSYS Workbench 中建立电机仿真几何模型, 并对相关的材料特性进行设置, 分析了定子系统各部分对定子系统各阶模态对应的固有频率的影响。表 1 所示为电机相关参数。图 4 所示为定子系统有限元仿真分析模型。

表 1 电机相关参数

参数名称	参数值	参数名称	参数值
额定功率/kW	4.5	定子内径/mm	81
转速/(r·min <sup>-1</sup> )	2 000	铁心长度/mm	110
极对数	4	机壳长度/mm	130
定子外径/mm	123	机壳厚度/mm	4

运用所建立的有限元仿真模型, 依次研究铁心绕组、机壳以及前后端盖对定子系统各阶模态对应的固有频率的具体影响。



图 4 定子系统有限元仿真模型

### 2.1 铁心绕组对定子系统固有频率的影响

首先, 仅对定子铁心的固有模态进行有限元仿真, 然后将图 4 中建好的绕组有限元仿真模型嵌入到铁心中进行仿真, 最后通过对比 2 次仿真结果, 分析铁心绕组对定子固有频率的影响。定子铁心的相关材料参数如表 2 所示。图 5 所示为相应的有限元仿真结果。

表 2 定子铁心材料参数

密度/(kg·m <sup>-3</sup> )	弹性模量/GPa	泊松比	叠压系数
7 800	205	0.3	0.95

绕组嵌入定子铁心并进行浸漆处理之后, 其本身会具有一定的刚度, 因此仅将其等效成质量块会与实际存在较大的误差。为了研究绕组对定

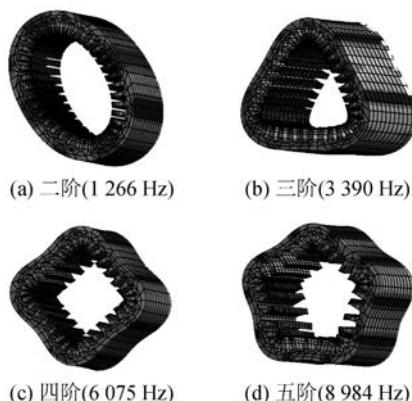


图 5 定子铁心各阶模态及对应频率

子系统固有频率的影响,建立了绕组的等效几何模型,如图 4 中最右侧所示。该模型将铜线、绝缘漆、槽楔及绝缘材料等效成一个整体,将模型的密度和弹性模量定义为绕组的密度和等效弹性模量。绕组密度按铜线、槽楔、绝缘纸和绝缘漆的总质量除以模型体积计算。根据文献[13-14],绕组等效弹性模量约在  $10^9$  Pa 级,假设绕组模型的弹性模量为 2 GPa,对绕组嵌入铁心后进行有限元仿真,绕组的材料特性如表 3 所示。仿真结果如图 6 所示。

表 3 等效绕组材料参数

密度/(kg·m <sup>-3</sup> )	弹性模量/GPa	泊松比
4 381	2	0.3

对比图 5 和图 6 可以看出,当铁心中嵌入绕组之后,定子二阶至五阶模态对应的固有频率会有不同程度的增加。绕组等效弹性模量会受到浸漆工艺的影响,因此绕组等效弹性模量会在一定范围内变化。为了研究绕组等效弹性模量对定子



图 6 带有绕组的定子铁心各阶模态及对应频率

固有频率的影响,将 1 GPa 设置为基值,运用有限元法计算弹性模量为基值的 1/4、1/2、1、2、4 倍时,定子铁心嵌入绕组后各阶模态对应的固有频率。仿真结果如表 4 所示。

表 4 定子绕组取不同弹性模量时定子铁心

阶数	固有频率 Hz				
	弹性模量				
	0.25 GPa	0.5 GPa	1.0 GPa	2.0 GPa	4.0 GPa
二阶	980	1 064	1 219	1 391	1 649
三阶	3 310	3 399	3 567	4 067	4 893
四阶	5 663	5 990	6 185	7 315	8 138
五阶	8 736	8 807	9 693	11 048	12 460

对比表 4 和图 5 的仿真结果可以发现,绕组等效弹性模量会对定子系统各阶模态对应的固有频率产生较大的影响,当等效弹性模量较低时会使定子固有模态降低,如等效弹性模量取值为 0.25 GPa 时二阶模态对应的固有频率下降约 20%。当等效弹性模量较高时会使铁心的固有频率增加,如绕组等效弹性模量取值为 4.0 GPa 时会使五阶模态对应的固有频率升高约 40%。

为了进一步探究绕组等效弹性模量对定子系统固有频率的影响程度,将单一定子铁心各阶模态对应的固有频率为基值,求取等效弹性模量取不同值时带有绕组的定子铁心各阶模态对应的固有频率相对于基值的增长率,计算公式为

$$\zeta = \frac{f'_n - f_n}{f_n} \times 100\% \quad (5)$$

式中:  $n$ —定子模态阶次,  $n=2,3,4,5$ ;

$f'_n$ —嵌入绕组后定子铁心  $n$  阶模态对应的固有频率;

$f_n$ —定子铁心  $n$  阶模态对应的固有频率。

将表 3 和图 6 的仿真数据代入式(5)可计算出绕组等效弹性模量取不同值时带有绕组的定子铁心各阶模态对应的固有频率相对于铁心未带绕组时的增长率。将等效弹性模量作为横坐标,相对增长率作为纵坐标,作各阶模态对应的固有频率的增长率随等效弹性模量的变化曲线,结果如图 7 所示。

从图 7 可以明显看出,随着绕组等效弹性模量的取值逐渐增大,各阶模态对应的固有频率相对于基值的增长率不断增大。对于各阶模态对应

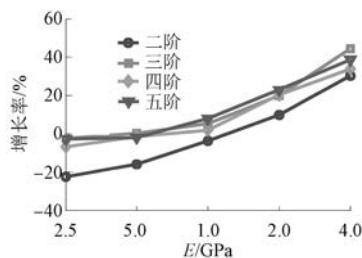


图 7 各阶模态固有频率相对于基值的增长率

的固有频率而言, 绕组等效弹性模量都存在一个临界值, 当实际等效弹性模量大于临界值时, 固有频率会升高, 相反, 当实际等效弹性模量低于该临界值时会使固有频率下降。

解析计算时往往将绕组等效为质量块, 根据式(3)可知, 在其他条件不变时, 由于  $m_1$  和  $m_2$  位于分母位置, 因此将绕组等效为附加质量块时会使定子固有频率减小。通过有限元仿真可以发现, 将绕组等效为附加质量块所计算的结果不准确。

综上所述, 绕组可以使定子固有频率增大或减小, 定子固有频率与绕组等效弹性模量有关。通过提高定子铁心的浸漆水平使绕组的等效弹性模量增大, 可有效增大定子系统的固有频率。

## 2.2 机壳和端盖对定子固有频率的影响

实际电机生产中定子铁心往往被压装到机壳中。由于机壳本身具有较大的弹性模量, 因此会对定子系统的固有频率产生很大的影响。与此同时, 前后端盖也会连接到机壳形成一个整体, 同样会对定子系统的固有频率产生较大的影响, 但在以往的解析分析中很少考虑机壳对定子固有频率的影响。

在第 2.1 节仿真的基础上, 首先将带有绕组的铁心嵌入机壳中进行模态有限元仿真, 计算定子的固有频率。然后将机壳固定到端盖, 对定子的固有频率再次进行仿真计算。机壳和端盖材料相同, 相应的材料参数如表 5 所示。图 8 和图 9 所示分别为定子系统未带端盖和带有端盖的仿真结果。

表 5 机壳及端盖材料参数

密度/(kg·m <sup>-3</sup> )	弹性模量/GPa	泊松比
2 660	70	0.3

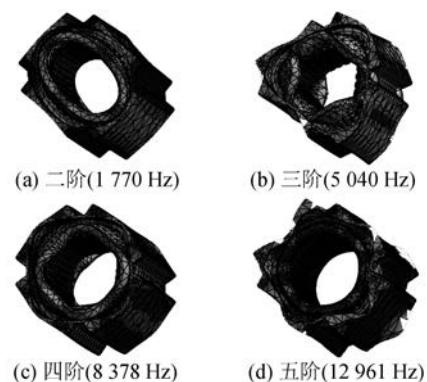


图 8 未带端盖的定子系统各阶模态及对应频率

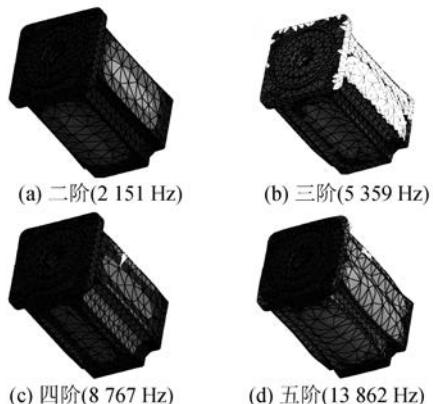


图 9 带有端盖的定子系统各阶模态及对应频率

对比图 8 与图 6 可以发现, 定子铁心嵌入机壳后, 定子二阶至五阶固有模态均有不同程度的增大。对比图 8 与图 9 可以发现, 当前后端盖固定到机壳后同样会使定子各阶模态对应的固有频率增大。

为了说明机壳及端盖对定子固有频率的影响程度, 以图 6 的仿真结果作为基值, 运用式(5)计算图 8 和图 9 中定子的固有频率相对于图 6 中定子的固有频率的增长率。计算结果如图 10 所示。

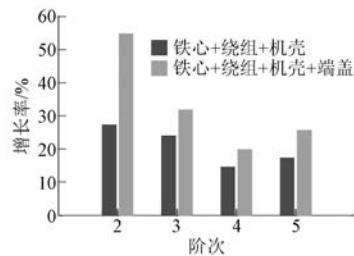


图 10 定子系统带机壳和端盖后各阶模态固有频率对应的增长率

从图 10 可以看出,机壳和端盖的存在会使定子系统各阶模态对应的固有频率得到极大提高。带绕组的铁心嵌入机壳后,各阶模态对应的固有频率的增幅在 15%~28% 之间。端盖连接到机壳后,二阶模态对应的固有频率会极大提高,相对于不带端盖和机壳的定子增大约 50%。除二阶模态外,端盖固定在机壳后三阶至五阶模态对应的固有频率也会有小幅增长。

总之,对于封闭式永磁电机,机壳和端盖均会对定子系统的固有频率产生重要影响,并且会极大提高定子系统各阶模态对应的固有频率。因此,通过调整定子机壳和端盖的几何尺寸、材料等可有效改变定子系统的固有频率。

### 3 结语

本文通过解析法和有限元法对 PMSM 定子系统的固有频率进行了分析。以 1 台 4.5 kW PMSM 为例,建立了定子系统各部分有限元仿真模型,研究了绕组、机壳和端盖对定子系统固有频率的影响,得出如下结论。

(1) 忽略阻尼的影响,定子系统固有频率主要与材料的质量、弹性模量以及转动惯量有关。可以通过调整与上述变量相关的参数改变定子固有频率,从而避免共振现象的产生。

(2) 绕组对定子系统固有频率的影响与绕组的等效弹性模量有很大关系。定子各阶模态都对应一个临界弹性模量值,当绕组实际等效弹性模量低于临界值时会使该阶模态所对应的固有频率降低;反之,高于此临界值时会使相应的固有频率增大。通过提高浸漆工艺使绕组等效弹性模量增大,可有效提高定子的固有频率。

(3) 对于封闭式 PMSM,机壳和端盖均会对定子固有频率产生较大的影响,会使定子各阶模态对应的固有频率显著提高。

### 【参考文献】

[1] 邱国平,丁旭红.永磁直流无刷电机实用设计及应

用技术 [M]. 上海:上海科学技术出版社,2015.

- [2] KIM U, LIEU D K. Effects of magnetically induced vibration force in brushless permanent-magnet motors [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2005, 41(6): 2164.
- [3] 祝长生,陈永校.变频器供电的三相异步电机的噪声特性 [J]. 中小型电机, 1997, 24(5): 9.
- [4] 王天煜,王凤翔.大型异步电动机定子振动与模态分析 [J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(12): 41.
- [5] MORI D, ISHIKAWA T. Force and vibration analysis of induction motors [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2005, 41(5): 1948.
- [6] 陈世坤.电机设计 [M]. 2 版. 北京:机械工业出版社, 2000.
- [7] 陈永校,诸自强,应善成. 电机噪声的分析和控制 [M]. 杭州:浙江大学出版社, 1987.
- [8] 韩伟,贾启芬,邱家俊.异步电机定子的振动与模态分析 [J].振动与冲击, 2012, 31(17): 91.
- [9] 袁西冰,葛发华,李长虹,等.电机定子系统振动模态的研究分析 [J].电机与控制应用, 2018, 45(4): 85.
- [10] 席荣盛,吴柏禧.基于有限元法的电动汽车永磁同步电机模态分析 [J]. 电机与控制应用, 2018, 45(9): 108.
- [11] 代颖,崔淑梅,宋立伟.车用电机的有限元模态分析 [J]. 中国电机工程学报, 2011, 31(9): 100.
- [12] 李晓华,黄苏融,张琪.电动汽车用永磁同步电机定子结构固有频率分析 [J]. 中国电机工程学报, 2017, 37(8): 2383.
- [13] ISHIBASHI F, KAMIMOTO K, NODA S, et al. Natural frequency of stator core of small induction motor [J]. IEEE Proceedings-Electric Power Applications, 2003, 150(2): 210.
- [14] ISHIBASHI F, MATSUSHITA M, NODA S, et al. Change of mechanical natural frequencies of induction motor [J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2010, 46(3): 922.

收稿日期: 2018-11-17