

表贴式永磁同步电机永磁体偏心气隙磁场解析

金永星, 王爱元, 孙健, 王涛
(上海电机学院 电气学院, 上海 201306)

摘要: 采用分区域的方法对表贴式永磁同步电机磁极偏心的气隙磁场进行推导解析。将求解区域分为永磁体区域、气隙区域、定子槽区域和基于分离变量法利用各区域的边界条件得出相关系数,并在计及永磁体偏心的情况下求解电机气隙磁场。解析模型能够计算电机空载和负载气隙磁场的分布。将解析模型计算结果与有限元分析结果进行对比,发现所建立的解析模型具有较高的准确度。

关键词: 表贴式永磁同步电机; 永磁体偏心; 气隙磁场

中图分类号: TM 351 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-6540(2019)04-0077-05

Analytic Calculation of Air-Gap Magnetic Field of Surface Permanent Magnet Synchronous Motors with Eccentric Magnet Pole

JIN Yongxing, WANG Aiyuan, SUN Jian, WANG Tao

(School of Electrical Engineering, Shanghai Dianji University, Shanghai 201306, China)

Abstract: An analytical method for the calculation of air-gap magnetic fields in a surface permanent magnet synchronous motor with eccentric magnet pole by dividing the region into parts was presented. The solution area was divided into permanent magnet region, air gap region, and stator slot region. Based on the separation variable method, the correlation coefficient was obtained by using the boundary conditions of each region. The analytic model could calculate the distribution of no-load and load magnetic fields with eccentric magnet pole. The calculation results of the analytical model were compared with those of the finite element analysis. The results showed that the analytical model had high accuracy.

Key words: surface permanent magnet synchronous motors (SPMSM); eccentric magnet pole; air-gap magnetic field

0 引言

永磁同步电机(PMSM)具有结构简单、运行可靠、体积小、质量轻、损耗少、效率高,电机的形状和尺寸可以灵活多样等优点,应用范围广泛,几乎遍及航空航天、国防、工农业和日常生活等领域^[1]。

PMSM气隙磁场计算对电机的设计以及性能分析至关重要。对电机气隙磁场分布的计算主要有有限元分析法和数值解析法。有限元分析具有计算精度高、适用范围广等优点,但前期处理和计算耗时较长,当进行复杂的分析时对工程人员自

身要求也比较高;数值解析法计算速度快,在一定假设条件下可以较准确地计算气隙磁场分布,能够明显地观察到单一参数的变化对气隙磁场的影响,对电机前期参数的设计具有指导作用。文献[2]把永磁体的等效面电流与子区域模型根据磁场叠加原理结合在一起,求解电机空载下的气隙磁场。文献[3]气隙磁场的解析模型具有较高的精度,但是只适用于计算等厚永磁体电机气隙磁场的分布。文献[4]利用傅里叶变换和分离变量法得出各个区域磁密的径向和切向分量,但是该方法只可以计算电机空载的气隙磁场。文献[5]用精确子域模型和边界条件相结合的方法对无槽

表面埋入式永磁电机进行磁场解析,但其所分析的永磁体外偏心是为了让电机的气隙磁场更接近于方波,且没有考虑定子槽的影响。文献[6]对相对磁导系数进行了研究,利用镜像和保角变换的方法,以半个齿槽为电磁单元,得到气隙比磁导率表达式,考虑了定子槽之间的相互作用,提高了求解精度。文献[7]利用分区域方法把多边形转子磁轭 PMSM 分为 4 个子域,然后基于磁场连续性定理,把各子域的边界条件和交界条件相结合,利用多边形磁轭半径函数和永磁体偏心半径函数求解空载气隙磁场,但所建的解析模型只能计算永磁体平行充磁电机的空载气隙磁场。

本文以磁极偏心的表贴式永磁同步电机 (SPMSM) 为研究对象,在以上文献的研究基础上推导出在永磁体偏心、永磁体平行充磁/径向充磁情况下的 PMSM 空载和负载气隙磁场的解析模型。推导过程建立在二维极坐标中,在子域中建立拉普拉斯方程或泊松方程,根据分离变量法求得各子域矢量磁位通解,利用镜像的原理求定子槽区域和永磁体区域的特解。将该模型的解析结果与有限元结果进行比较,验证了解析模型的准确性。

1 电机气隙磁场解析模型

本文 SPMSM 磁极偏心的气隙磁场解析计算基于以下假设^[8]:

- (1) 定子和转子磁导率为无穷大;
- (2) 分析域在二维磁场,忽略电机的端部效应;
- (3) 永磁体具有线性的属性;
- (4) 考虑开槽效应的简化槽形结构;
- (5) 永磁体间气隙的相对磁导率与永磁体的相同;
- (6) 定子槽为径向开口直槽,空载无电流,负载有电流。

根据 SPMSM 的结构将整个求解区域分为永磁体区域、气隙区域和定子槽区域。SPMSM 简化模型如图 1 所示。

在极坐标下以任一定子槽中心为起始位, β 为定子槽宽角, α_i 表示定子槽位置, α_i 的表达式为

$$\alpha_i = \frac{2\pi}{Q}(i-1) \quad (1)$$

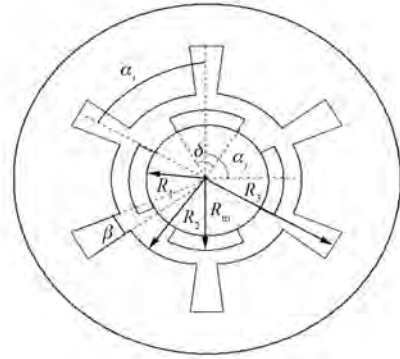


图 1 SPMSM 简化模型

式中: Q ——定子槽数。

第 j 块永磁体中心位置如式(2)所示:

$$\alpha_j = \frac{2\pi}{Q_1}(j-1) \quad (2)$$

式中: Q_1 ——永磁体个数。

1.1 永磁体区域求解

在忽略涡流效应的情况下,以泊松方程表示该区域中的磁场:

$$\frac{\partial^2 A_{lj}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{lj}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_{lj}}{\partial \alpha^2} = -\frac{\mu_0}{r} \left(M_{j\alpha} - \frac{\partial M_{jr}}{\partial \alpha} \right) \quad (3)$$

式中: A_{lj} ——第 j 块永磁体磁场;

r ——永磁体任意一点径向长度, $R_1 \leq r \leq R_m$;

α ——周向角度;

$M_{j\alpha}$ 和 M_{jr} ——永磁体剩余磁化强度切向分量和径向分量。

经过对第 j 块永磁体镜像^[9]后会形成一个 2δ 的周期信号,对该周期内的永磁体磁化强度的径向和切向分量进行傅里叶级数展开:

$$M_{jr} = \sum_{k=1}^{\infty} M_{rk} \cos\left(\frac{k\pi}{\delta}\theta\right) \quad (4)$$

$$M_{j\alpha} = \sum_{k=1}^{\infty} M_{\alpha k} \cos\left(\frac{k\pi}{\delta}\theta\right) \quad (5)$$

式中: M_{rk} 、 $M_{\alpha k}$ ——永磁体剩余磁化强度切向分量和径向分量的谐波分量;

θ ——转子外圆上任意点与对应永磁体中心轴线的夹角, $\theta = \alpha + \frac{\delta}{2} - \alpha_j$ 。

当永磁体平行充磁的情况下:

$$M_{rk} = \frac{B_r}{\mu_0} \frac{k\pi\delta \cdot \sin\left(\frac{k\pi}{\delta} + 1\right) + \delta^2 \sin\left(\frac{k\pi}{\delta} - 1\right)}{(k\pi)^2 - 1} \sin \frac{k\pi}{2} \quad (6)$$

$$M_{\alpha k} = -\frac{\delta^2 B_r}{\mu_0} \frac{\left(\frac{k\pi}{\delta} - 1\right) \cdot \sin\left(\frac{k\pi}{\delta} + 1\right)}{(k\pi)^2 - 1} \sin \frac{k\pi}{2} - \frac{\delta^2 B_r}{\mu_0} \frac{\left(1 - \frac{k\pi}{\delta}\right) \cdot \sin\left(\frac{k\pi}{\delta} - 1\right)}{(k\pi)^2 - 1} \cdot \sin \frac{k\pi}{2} \quad (7)$$

径向充磁情况下:

$$M_{rk} = \frac{4B_r}{k\pi\mu_0} \left(\sin \frac{k\pi}{2}\right)^2 \quad (8)$$

$$M_{\alpha k} = 0 \quad (9)$$

永磁体区域的边界条件为

$$\left. \frac{\partial A_{lj}}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=\alpha_j-\frac{\delta}{2}} = \left. \frac{\partial A_{lj}}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=\alpha_j+\frac{\delta}{2}} = 0 \quad (10)$$

$$\left. \frac{\partial A_{lj}}{\partial r} \right|_{r=R_m} = 0 \quad (11)$$

$$A_{lj}(r, \alpha)|_{r=R_m} = A_2(r, \alpha)|_{r=R_m} \quad (12)$$

由以上条件可以求出永磁体区域的通解如式(13)所示:

$$A_{lj}(r, \alpha) = A_0 + B_0 \ln r + \sum_{k=1}^{\infty} \left[A_k^{lj} \frac{R_m(r^2 + R_1^2)}{r(R_m^2 + R_1^2)} + B_k^{lj} \frac{R_1(r^2 + R_m^2)}{r(R_m^2 + R_1^2)} \right] \cdot \cos \frac{k\pi\theta}{\delta} + \sum_{k=1}^{\infty} F_{ik}(r) \cos \frac{k\pi\theta}{\delta} \quad (13)$$

式中: $A_0, B_0, A_k^{lj}, B_k^{lj}$ ——永磁体区域的谐波系数;

k ——该区域的谐波阶数。

1.2 气隙区域求解

气隙区域内磁量矢位方程用拉普拉斯方程表示,如式(14)所示:

$$\frac{\partial^2 A_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_2}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_2}{\partial \alpha^2} = 0 \quad (14)$$

其中: $R_m \leq r \leq R_2$ 。

根据区域的划分可以得出气隙区域的边界条件为

$$\left. \frac{\partial A_2}{\partial r} \right|_{r=R_2} = \psi(\alpha) \quad (15)$$

$$\left. \frac{\partial A_2}{\partial r} \right|_{r=R_m} = f(\alpha) \quad (16)$$

在气隙区域磁场分别与定子槽区域和永磁体区域磁场分界处,根据磁场连续定理得:

$$\psi(\alpha) = \left. \frac{\partial A_{lj}}{\partial r} \right|_{r=R_m} \quad (17)$$

其中: $\alpha_j - \frac{\delta}{2} \leq \alpha \leq \alpha_j + \frac{\delta}{2}$, 其他条件下 $\psi(\alpha)$ 为零。

$$f(\alpha) = \left. \frac{\partial A_{3i}}{\partial r} \right|_{r=R_2} \quad (18)$$

其中: $\alpha_i - \frac{\beta}{2} \leq \alpha \leq \alpha_i + \frac{\beta}{2}$, 其他情况下 $f(\alpha)$ 为零。

根据气隙边界条件可得气隙区域通解为

$$A_2(r, \alpha) = \cos(n\alpha) \sum_{n=1}^{\infty} A_n^1 \frac{R_m^{n+1}(r^{2n} + R_2^{2n})}{nr^n(R_m^{2n} - R_2^{2n})} + \cos(n\alpha) \sum_{n=1}^{\infty} B_n^1 \frac{R_2^{n+1}(r^{2n} + R_m^{2n})}{nr^n(R_2^{2n} - R_m^{2n})} + \sin(n\alpha) \sum_{n=1}^{\infty} C_n^1 \frac{R_m^{n+1}(r^{2n} + R_2^{2n})}{nr^n(R_m^{2n} - R_2^{2n})} + \sin(n\alpha) \sum_{n=1}^{\infty} D_n^1 \frac{R_2^{n+1}(r^{2n} + R_m^{2n})}{nr^{2n}(R_2^{2n} - R_m^{2n})} \quad (19)$$

式中: $A_n^1, B_n^1, C_n^1, D_n^1$ ——气隙域的谐波系数;

n ——谐波阶数。

在二维极坐标中,气隙磁场磁感应强度的径向分量和切向分量可以表示为

$$B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A_2(r, \alpha)}{\partial \alpha} \quad (20)$$

$$B_\alpha = -\frac{\partial A_2(r, \alpha)}{\partial r} \quad (21)$$

1.3 定子槽区域求解

定子槽内存在铜线绕组,在通电的情况下定子槽内存在电流。定子槽区域以泊松方程表示为

$$\frac{\partial^2 A_{3i}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{3i}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_{3i}}{\partial \alpha^2} = -\mu_0 J \quad (22)$$

其中: $R_2 \leq r \leq R_3$ 。

定子槽与气隙区域直接连接,其边界条件为

$$\left. \frac{\partial A_{3i}}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=\alpha_i-\frac{\beta}{2}} = \left. \frac{\partial A_{3i}}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=\alpha_i+\frac{\beta}{2}} = 0 \quad (23)$$

$$\left. \frac{\partial A_{3i}}{\partial r} \right|_{r=R_2} = 0 \quad (24)$$

$$A_2(r, \alpha)|_{r=R_2} = A_{3i}(r, \alpha)|_{r=R_2} \quad (25)$$

由分离变量法^[10]得定子槽区域通解为

$$A_{3i}(r, \alpha) = A_1^{3i} + B_1^{3i} \ln r + \sum_{v=1}^{\infty} \left[A_v^{3i} \frac{R_2^z (r^{2z} + R_3^{2z})}{r^z (R_2^{2z} + R_3^{2z})} + B_v^{3i} \frac{R_3^z (r^{2z} + R_2^{2z})}{r^z (R_2^{2z} + R_3^{2z})} \right] \cdot \cos \left[z \left(\alpha + \frac{\beta}{2} - \alpha_j \right) \right] + A_{3ip} \quad (26)$$

$$z = \frac{v\pi}{\beta} \quad (27)$$

式中: $A_1^{3i}, B_1^{3i}, A_v^{3i}, B_v^{3i}$ ——定子槽区域的谐波系数;

v ——该区域的谐波阶数;

A_{3ip} ——定子槽区域特解。

假设定子铁心的磁导率为无穷,将定子槽内电流密度经左右镜像^[9]后,做傅里叶级数展开得:

$$J = J_{i0} + \sum_{v=1}^{\infty} J_{iv} \cos \left[z \left(\alpha + \frac{\beta}{2} - \alpha_j \right) \right] \quad (28)$$

$$J_{i0} = \frac{J_{i1} + J_{i2}}{2} \quad (29)$$

$$J_{iv} = \frac{2(J_{i1} - J_{i2})}{v\pi} \sin \frac{v\pi}{2} \quad (30)$$

式中: J_{i0}, J_{iv} ——定子槽内电流密度的直流项和谐波项。

由式(28)~式(30)可得:

$$A_{3ip} = -\frac{\mu_0}{4} J_{i0} r^2 + \sum_{v=1}^{\infty} \frac{\mu_0 J_{iv}}{z^2 - 4} r^2 \cos \left[z \left(\alpha + \frac{\beta}{2} - \alpha_j \right) \right] \quad (31)$$

1.4 永磁体偏心半径函数

由于 SPMSM 气隙均匀,所以电机气隙磁通密度波形近似为矩形波,导致谐波的含量增大^[11]。为改变气隙磁通密度波形,采用偏心磁极即改变磁极形状^[12],使其接近正弦波。偏心磁极结构如图 2 所示。

图 2 中, O 是永磁体不偏心情况下的圆心, O_1 是永磁体偏心情况下的圆心,两圆心之间的距离

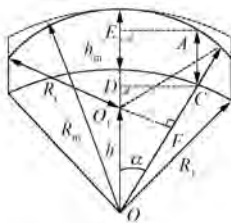


图 2 永磁体偏心结构图

h 为永磁体的偏心距, h_m 表示位置角 $\alpha=0$ 处永磁体最大厚度, R_1 表示转子半径, R_r 表示以 O_1 为圆心的半径。永磁体充磁方式有径向充磁和平行充磁, 设 R_m 的值为永磁体径向充磁条件下的值和平行充磁条件下的值, R_m 的值随位置角 α 变化而变化。由图 2 可得在永磁体径向充磁条件下:

$$\overline{FO_1} = h \sin \alpha \quad (32)$$

$$R_r = R_1 + h_m - h \quad (33)$$

由余弦定理和余弦关系^[11]得:

$$R_m = h \cos \alpha + \sqrt{(R_1 + h_m - h)^2 - (h \sin \alpha)^2} \quad (34)$$

永磁体平行充磁条件下:

$$R_m = h \cos \alpha + \sqrt{[h \cos \alpha]^2 + (R_m + h_m - h)^2 - h^2} \quad (35)$$

2 磁场谐波系数求解

2.1 永磁体与气隙区域

永磁体区域与气隙区域以 R_m 处为分界面。根据磁场的连续性定理可知, 永磁体与气隙在 R_m 处法向磁密相等得:

$$A_{1j}(R_m, \alpha) = A_2(R_m, \alpha) \quad (36)$$

结合式(13)永磁体子域的通解, 可得永磁体域谐波系数为

$$A_0^1 = \frac{1}{\delta} \int_{\alpha_j - \frac{\delta}{2}}^{\alpha_j + \frac{\delta}{2}} A_2(R_2, \alpha) d\alpha \quad (37)$$

根据式(16)、式(19)得:

$$A_n^1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\alpha) \cos(n\alpha) d\alpha \quad (38)$$

$$C_n^1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\alpha) \sin(n\alpha) d\alpha \quad (39)$$

2.2 气隙与定子槽区域

气隙区域与定子槽区域以定子内径 R_2 形成的圆柱面为分界面。根据磁场的连续性定理可知在 $r=R_2$ 处, 气隙、区域与定子槽区域法向量磁密相等, 由式(24)、式(25)可得:

$$A_{3i}(R_3, \alpha) = A_2(R_3, \alpha) \quad (40)$$

结合式(26)可得定子槽谐波系数:

$$A_1^{3i} + B_1^{3i} \ln r - \frac{\mu_0}{4} J_{i0} R_3^2 = \frac{1}{\beta} \int_{\alpha_i - \frac{\beta}{2}}^{\alpha_i + \frac{\beta}{2}} A_2(R_3, \alpha) d\alpha \quad (41)$$

根据式(15)、式(19)得:

$$B_n^1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \psi(\alpha) \cos(n\alpha) d\alpha \tag{42}$$

$$D_n^1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \psi(\alpha) \sin(n\alpha) d\alpha \tag{43}$$

气隙磁场解析通过编写 MATLAB 程序来计算电机气隙磁场分布,将气隙表达式中的谐波系数作为待求量,利用矩阵方程求解电机的气隙磁场。

3 模型解析计算与有限元验证

为了验证解析模型的正确性,对 1 台 SPMSM 进行磁场分析。SPMSM 样机基本参数如表 1 所示。

表 1 SPMSM 样机基本参数

参数名称	参数值
定子外径/mm	118
定子内径/mm	76
转子半径/mm	75
永磁体相对磁导率 μ_r	1.05
永磁体剩磁强度 B_r/T	1.25
矫顽力 K_A/m	935
气隙长度/mm	0.86
偏心距/mm	0
永磁体厚度/mm	4.5
定子槽宽角度/(°)	5.6

通过解析法和有限元仿真计算电机气隙磁场的分布。图 3(a)和图 3(b)所示分别为空载气隙径向和切向磁通密度。图 4(a)和图 4(b)所示分

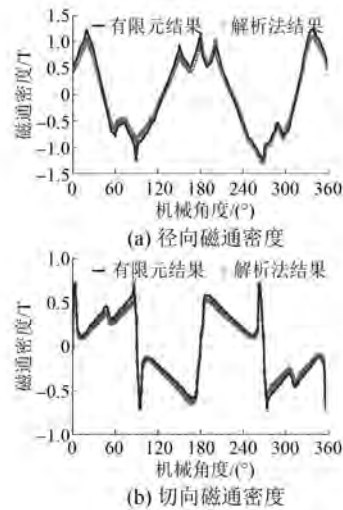


图 3 电机空载气隙径向与切向磁通密度

别为负载气隙径向和切向磁通密度。由气隙磁通密度对比图可以得出,解析法结果与有限元结果吻合度很高。

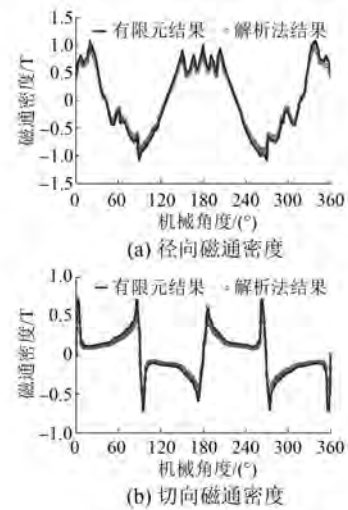


图 4 电机负载气隙径向与切向磁通密度

4 结 语

本文采用分区域法并在各区域建立拉普拉斯或泊松方程,利用分离变量法和各区域边界条件得出永磁体偏心的电机解析模型。通过解析结果与有限元分析结果对比得出以下结论:

- (1) 建立的 SPMSM 解析模型能够准确地计算气隙磁场,解析结果与有限元分析结果具有相当高的吻合度。
- (2) 所建立的模型可以计算永磁体径向充磁和平行充磁的 SPMSM 气隙磁场分布。
- (3) 所建立的模型能够计算电机负载和空载情况下的气隙磁场分布。

【参考文献】

[1] 唐任远.现代永磁电机:理论与设计[M].北京:机械工业出版社,2016.
[2] 周羽,李槐树,周石,等.考虑开槽时永磁无刷直流电机气隙磁场的解析计算[J].中国电机工程学报,2014,34(S1):182.
[3] WU L J, ZHU Z Q, STATON D, et al. An improved subdomain model for predicting magnetic field of surface-mounted permanent magnet machines accounting for tooth-tips [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2011, 47(6): 1693.

(下转第 91 页)

估算仿真与试验波形。由图 8、图 9 可知,在 A 相转子位置信号处于高电平时,系统实时进行磁共能计算,估算转矩能够及时跟踪输出给定转矩,转矩误差较小,在线快速估算转矩能够达到转矩反馈控制的要求,具有较好的可行性和易用性。

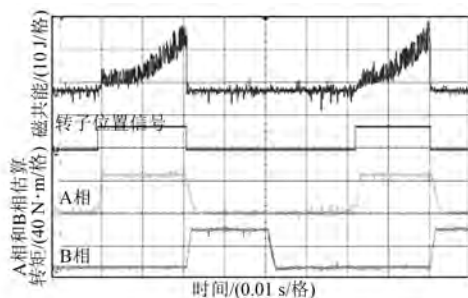


图 9 SRM 转矩在线快速估算试验波形

4 结 语

本文提出了一种 SRM 转矩在线快速估算方法,在电压斩波控制的基础上,给出了 SRM 转矩

在线快速估算原理图。详细论述了电机磁链特性测量方法,并给出了磁共能和瞬时转矩估算公式。仿真和试验验证结果表明,该转矩在线快速估算策略有效可行、易于实现,有助于实现高性能转矩控制。

【参 考 文 献】

- [1] 王如乾,王国峰,李存贺,等.开关磁阻电机固定频率预测电流控制策略[J].电机与控制应用,2018,45(7): 1.
- [2] 王勉华,邢幸.开关磁阻电机直接转矩滑模变结构控制[J].电机与控制应用,2017,44(6): 35.
- [3] 程勇,闫伟康.基于转矩误差 PWM-DITC 开关磁阻电机控制策略[J].电气传动,2018,48(7): 14.
- [4] 史钟林,黄运生,陈学.基于转矩分配策略的开关磁阻电机控制系统研究[J].煤矿机械,2010,31(10): 59.
- [5] 陈海进,李锦阳.一种开关磁阻电动机瞬时转矩在线估算方法[J].微特电机,2018,46(3): 25.

收稿日期: 2018-10-11

(上接第 81 页)

- [4] 张凤阁,陈进华,刘光伟,等.面贴式异向旋转双转子永磁电机的磁场解析计算[J].电工技术学报,2011,26(12): 28.
- [5] RAHIDEH A, KORAKIANITIS T. Analytical armature reaction field distribution of slotless brushless machines with inset permanent magnets [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2012, 48(7): 2178.
- [6] 于吉坤,李立毅,张江鹏,等.定子开槽永磁同步电机气隙比磁导解析计算[J].电工技术学报,2016,31(增刊 1): 45.
- [7] 李灏淳,李立毅,于吉坤,等.多边形转子磁轭永磁同步电机空载气隙磁场解析计算[J].中国电机工程学报,2018,38(11): 3354.
- [8] 郭思源,周理兵.表面埋入式永磁电机磁场解析

[J].中国电机工程学报,2015,35(3): 710.

- [9] GYSEN B L J, MEESSEN K J, PAULIDES J J H, et al. General formulation of the electromagnetic field distribution in machines and devices using Fourier analysis [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2010, 46(1): 39.
- [10] 薛志强,周羽,李槐树.考虑定转子双边开槽时表贴式永磁电机空载磁场解析计算[J].中国电机工程学报,2017,37(8): 2399.
- [11] 徐媛媛,葛红娟,荆岩.永磁同步电机偏心磁极优化设计[J].哈尔滨工程大学学报,2013,34(7): 873.
- [12] 卢晓慧,梁加红.表面式永磁电机气隙磁场分析[J].电机与控制学报,2011,15(7): 14.

收稿日期: 2018-10-22