

# 基于电机二惯性特征的 PID 参数整定研究 \*

王 娜<sup>1</sup>, 王 磊<sup>2</sup>, 冯 同<sup>1</sup>, 刘 威<sup>3</sup>, 李容宁<sup>4</sup>, 郝双晖<sup>1</sup>

(1. 哈尔滨工业大学 机电工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001;

2. 哈尔滨理工大学 机械动力工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150080;

3. 北方导航控制技术股份有限公司, 北京 100176;

4. 北京电子工程总体研究所, 北京 100176)

**摘要:** 基于永磁同步电机的二惯性特征对电机速度环 PID 控制参数的整定进行了研究, 得到了固有频率为 100 rad/s 的系统在达到设定评价指标时的 PID 参数整定规律。为了简化过程, 将多个变量归结为 3 个变量, 分别是质量比  $x_1$ 、频率比  $x_2$  和阻尼比  $x_3$ , 并给出了基于仿真数据点的拟合公式。最后通过 MATLAB 验证了拟合公式在缩短参数调节时间方面的有效性。

**关键词:** 二惯性特征; PID 参数整定; 仿真; 经验公式

中图分类号: TM 301.2 文献标志码: A 文章编号: 1673-6540(2019)05-0072-06

## Research on PID Parameter Tuning Based on Two-Inertia Characteristics of Motor \*

WANG Na<sup>1</sup>, WANG Lei<sup>2</sup>, FENG Tong<sup>1</sup>, LIU Wei<sup>3</sup>, LI Rongning<sup>4</sup>, HAO Shuanghui<sup>1</sup>

(1. School of Mechatronics Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;

2. School of Mechanical & Power Engineering, Harbin University of Science and Technology,  
Harbin 150080, China;

3. North Navigation Control Technology Co., Ltd., Beijing 100176, China;

4. Beijing Institute of Electronic System Engineering, Beijing 100176, China)

**Abstract:** Based on the two-inertia characteristic of permanent magnet synchronous motor, the tuning of PID control parameters of motor speed loop was studied. The tuning rule of PID control parameters that made the system satisfy the evaluation criteria was studied when the natural frequency was 100 rad/s. To simplify the process, multiple variables were handled to three variables, frequency ratio  $x_2$ , mass ratio  $x_1$ , damping ratio  $x_3$ . The fitting formula based on simulation data points was also given. Finally, the validity of the formula in shortening the time of parameter adjustment was verified by MATLAB.

**Key words:** two-inertia characteristics; PID parameter tuning; simulation; empirical formula

## 0 引言

随着工业的发展, 人们对控制对象的控制性能要求逐渐提升。在生活和生产中, 电机驱动占比较大, 其中永磁同步电机(PMSM)更是具有不

可替代的重要地位。本文正是基于 PMSM 控制原理来对控制参数的整定进行研究。PID 控制策略是控制系统中最基本与常用的一种控制方法, 即按照偏差信号的比例 P、积分 I、微分 D 进行控制的算法, 简称 PID 控制<sup>[1-3]</sup>。常说的 PID 控制

\* 基金项目: 国家重点研发计划项目(2017YFB1301005); 中国博士后基金项目(2016M600256)

作者简介: 王 娜(1994—), 女, 硕士研究生, 研究方向为编码器、电机控制。

郝双晖(1963—), 男, 博士, 教授, 研究方向为交流伺服系统、控制理论、信号处理、电机技术等。

策略也包括 PI 控制策略、PD 控制策略<sup>[4-5]</sup>。在 PID 控制中,不同参数的组合几乎可以满足系统的控制要求,而如何找到满足要求的参数组合,即参数整定,是人们所关心的问题。当前许多先进的控制算法,例如模糊滑模变结构控制<sup>[6]</sup>、奇异摄动理论以及模糊自适应 PID 算法等致力于把参数调节智能化,但是新兴算法计算量庞大,现有微控制单元(MCU)的计算速度限制了这些算法的应用。传统 PID 控制仍是工业控制的主流,对传统 PID 参数整定进行研究仍具有重要意义。

本文基于 PMSM 的经典控制算法,主要对 PI

控制策略的参数整定进行研究,针对某一系统探讨 PID 参数整定规律,以期获得 PID 参数调节的规律,节省参数调节时间。

## 1 电机特征模型的引入

PMSM 采用三环控制,即  $d$  轴电流环、 $q$  轴电流环、速度环<sup>[7]</sup>。根据经典的三环控制方式可以看到 PMSM 控制框图中有 3 个 PI 控制环节如图 1 所示。出于研究与探索的目的,对图 1 所示的 PMSM 矢量控制图中单个 PI 控制器参数的整定进行研究。

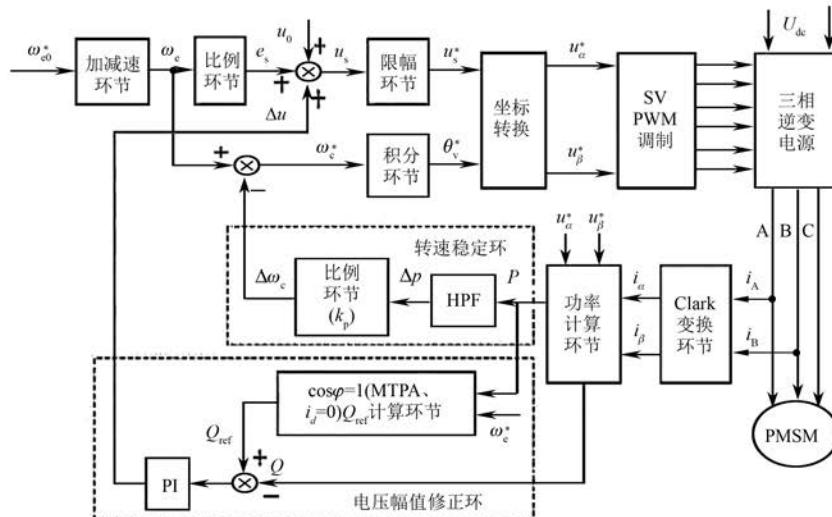


图 1 PMSM 矢量控制图

PID 参数整定有理论计算整定法与工程整定法 2 种。理论计算方式需要得到确切的数学模型,而在实际应用中无法建立精确的数学模型,因此根据模型得到整定参数只能近似反映过程的动态特性,理论计算所得的整定参数值可靠性不高,不能直接应用,还需通过工程实际进行调整和修改<sup>[8-11]</sup>。工程整定法主要依赖工程经验,直接在系统的调试中进行。由于不需要理论知识,在工程实际中被广泛采用<sup>[12]</sup>。工程整定法耗时比较长而且需要频繁测试,因此适用场合有限。

综上所述,基于 PMSM 二惯性特征对 PI 控制策略参数的整定进行研究,将理论和工程实践相结合,得出 PI 控制策略参数整定的经验公式。

对电机建模时,将注意力集中到电机的二惯性特征中来。所谓的二惯性特征建模就是把电机控制系统中存在的弹性变形剥离出来,并针对这

一关键的特征建立电机模型。当然,选取这一特性也与控制目标有关,在工程应用中,常常假定电机轴是刚性的,而刚性只是相对来说,在某些应用场合电机轴微小的弹性变形就会产生不容忽视的振动。本文 PI 控制器参数整定的目标是消除电机由于弹性变形引起的微小振动,使阶跃响应尽可能向理想的波形靠近。本文探索了电机接受速度指令后,速度环的 PI 参数如何整定才能达到理想的问题,并总结出经验公式。典型电机负载系统的二惯性模型<sup>[13-14]</sup>如图 2 所示。

为了便于研究模型的等效原理,使旋转转化为平直运动,具有二惯性特征的弹簧质量块系统如图 3 所示。

至此,复杂的电机控制模型只保留了关心的弹性变形问题,转化为对具有二惯性特征的模型的分析。通常,在进行电机控制参数整定时把电

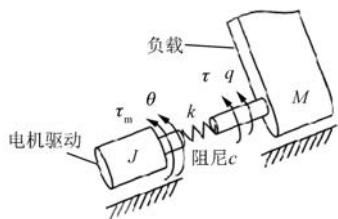


图 2 二惯性特征的电机驱动简化模型

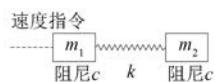


图 3 具有二惯性特征的弹簧质量块系统

机和负载之间的轴当作刚性的,忽略轴的弹性变形。电机负载理想状态系统如图 4 所示。

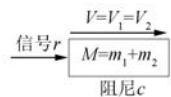


图 4 电机负载理想状态系统

PI 控制器对理想状态系统的控制框图如图 5 所示。基于图 5 的传递函数框图,以电机给出的转矩  $F$  即信号  $r$  作为输入,电机和负载整体  $M$  的转速  $V$  即图 5 传递函数框图的  $x$  作为输出,建立传递函数如式(1)、式(2)所示。

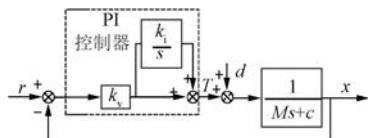


图 5 加入 PI 控制环节后的框图

开环传递函数:

$$W(s) = k_v \cdot \left(1 + \frac{k_i}{s}\right) \cdot \frac{1}{Ms + c} = \frac{sk_v + k_i k_v}{Ms^2 + cs} \quad (1)$$

闭环传递函数:

$$G(s) = \frac{V(s)}{F(s)} = \frac{sk_v + k_i k_v}{Ms^2 + (k_v + c)s + k_i k_v} \quad (2)$$

$$G_{01} = \frac{V_1(s)}{F(s)} = \frac{m_2 s^2 + cs + k}{m_1 m_2 s^3 + c(m_1 + m_2)s^2 + [(m_1 + m_2)k + c^2]s + 2kc} \quad (5)$$

$$G_{02} = \frac{V_2(s)}{F(s)} = \frac{k}{m_1 m_2 s^3 + c(m_1 + m_2)s^2 + [(m_1 + m_2)k + c^2]s + 2kc} \quad (6)$$

已知,在二阶系统中有标准形式:

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \quad (3)$$

式中:  $\omega_n$ ——二阶系统的固有频率;

$\xi$ ——阻尼比。

把式(2)近似化成标准形式,则有加入 PI 控制器后的阻尼频率  $\xi$  和响应频率  $\omega_{n1}$ ,表达式如式(4)所示:

$$\begin{cases} \xi = \frac{k_v + c}{2\sqrt{Mk_i k_v}} \\ \omega_{n1} = \sqrt{\frac{k_i k_v}{M}} \end{cases} \quad (4)$$

由式(4)可见,加入控制环节后系统的阻尼系数  $\xi$  和系统的响应频率  $\omega_{n1}$  与 PI 控制器参数  $k_i, k_v$  有关。

对理想系统进行参数整定后将参数施加到实际系统上,忽略系统的二惯性特征,因此参数的整定效果并不明显。在分析系统与设计控制系统时,总是希望将模型转化为简单环节的累积,并且希望系统是一个二阶的系统,但实际的系统往往是高阶的,就需要对模型进行参数配置或者用主导极点法将模型转化为二阶系统,以便通过控制理论来分析。本文将针对具有二惯性特征的系统进行参数整定,并且将参数运用到一般系统上。

## 2 电机的二惯性特征数学模型

电机驱动系统考虑二惯性特征的运动模型如图 6 所示。

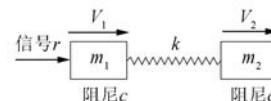


图 6 一般系统模型

电机给出的转矩  $F$  即信号  $r$  作为输入,分别以电机  $m_1$  轴上的转速  $V_1$ ,负载  $m_2$  上转速  $V_2$  作为输出,建立传递函数。质量块  $m_1, m_2$  的传递函数分别为

假设在系统中  $m_1$  是靠近传感器的一端, 研究对象简化为  $m_1$ , 而系统的质量分布有 3 种情况, 如式(7)所示, 用  $x_1$  表示质量比:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{m_1}{m_2} < 1 \\ x_1 = \frac{m_1}{m_2} = 1 \\ x_1 = \frac{m_1}{m_2} > 1 \end{cases} \quad (7)$$

由建立一般系统的模型可知, 加入阶跃的速度信号后, 系统开始响应, 讨论具有二惯性特征的系统模型运动状态。

根据振动理论, 当系统以某一个固有频率振动时, 系统的 2 个坐标  $y_1$ 、 $y_2$  (分别为  $m_1$ 、 $m_2$  的坐标) 在任一瞬时的位移比值是确定的, 并且等于振幅比。每一个固有频率都对应着一个振幅比。系统的第一主振动并不是简谐振动而是一个定值, 而第二主振动是关于质量比的一个简谐振动<sup>[15-16]</sup>。系统的运动是 2 个主振动的叠加量, 具体计算如式(8)、式(9)所示:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{y}_1 + k(y_1 - y_2) = 0 \\ m_2 \ddot{y}_2 - k(y_1 - y_2) = 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} y_1 = Ce^{\lambda t} \\ y_2 = De^{\lambda t} \end{cases} \quad (9)$$

将式(9)代入式(8), 可得:

$$\begin{bmatrix} m_1 \lambda^2 + k & -k \\ -k & m_2 \lambda^2 + k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

若  $C=D=0$  (不振动), 则无意义。齐次方程组使  $C$ 、 $D$  有非零解的必要条件是由  $C$ 、 $D$  的系数构成的行列式等于零。即:

$$\begin{cases} \omega_n' = 0 \\ \omega_n = \sqrt{\frac{k(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}} \end{cases} \quad (11)$$

由机械振动原理可知, 一个二自由度的系统有 2 个固有模态和 2 个固有频率, 当发生共振时, 可以达到无限大。但是在实际系统中, 系统存在阻尼, 因此当系统做自由振动时, 系统的振幅会出现峰值, 振幅会随着时间逐渐衰减。

如果将系统质量记为  $M$ , 即  $M=m_1+m_2$ , 则系统的固有频率为

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k(1+x_1)^2}{Mx_1}} \quad (12)$$

在式(12)中有 3 个变量。为了方便研究, 指定固有频率  $\omega_n$  为 100 rad/s, 则模型对应无数个时域内的系统, 从而使获得的参数更有探索价值。为了方便计算, 取系统质量为 1 kg, 阻尼系数为 1, 一般系统的固有频率为 100 rad/s, 即  $m_1+m_2=1$  kg,  $c=1$ ,  $\omega_n=100$  rad/s。为了减少参变量, 作如下简化:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{m_1}{m_2} \\ x_2 = \frac{\omega_{n1}}{\omega_n} \\ x_3 = \xi \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} m_1 = \frac{x_1}{1+x_1} \\ m_2 = \frac{1}{1+x_1} \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} k_v = 2x_2 x_3 \omega_n \\ k_i = \frac{x_2 \omega_n}{2x_3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} k_v = 200x_2 x_3 \\ k_i = \frac{50x_2}{x_3} \end{cases} \quad (15)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k(1+x_1)^2}{x_1}} \rightarrow k = \frac{10\ 000x_1}{(1+x_1)^2} \quad (16)$$

通过式(13)~式(16)的推导变换可见, 所有的参数均可以由质量比  $x_1$ 、频率比  $x_2$ 、阻尼比  $x_3$  这 3 个参数表示。由此可见, 对 PI 控制器参数的调节整定是对响应频率与系统的固有频率之比、阻尼比的设计。

### 3 最佳响应的调节规律

在每一个频率下均对应无数个时域系统, 对应实际的系统有不同的评价指标。在工程实际中有用户指定的指标和二次最优控制性能指标, 参数整定的目标是尽可能趋向理想的响应曲线, 因此在评价最佳响应时采用指定性能指标的评价方式。确定的评定准则, 包括评价项目和评价指标如表 1 所示。项目先后顺序即为评价的优先级。在仿真时, 取满足评价准则的最小的阻尼系数。

表 1 最佳曲线的评价准则

评价项目	振荡次数	复现精度/%	上升时间/ $(\times 10^{-4}$ s)	调整时间/ $(\times 10^{-4}$ s)
指标	无	95~105	$\leq 3$	$\leq 5$

具有二惯性特征的系统加入 PI 控制器后以电机给出的转矩  $F$  作为输入, 以电机  $m_1$  轴上的转速  $V_1$  作为输出, 建立传递函数:

$$G_{11} = A/B \quad (17)$$

其中:  $A = k_v m_2 s^3 + (k_v c + k_v k_i m_2) s^2 + (k_v k + k_v k_i c) s + k_v k_i k$ ;  $B = m_1 m_2 s^4 + c(m_1 + m_2) s^3 + [(m_1 + m_2) k + c^2] s^2 + 2kcs + A$ 。

在每一个频率比  $x_2$  的情况下, 以质量比  $x_1$  为变量, 阻尼比  $x_3$  为因变量, 研究每个频率比  $x_2$  和质量比  $x_1$  下的最佳阻尼比  $x_3$  变化规律。经过大量的试验仿真, 尝试了多种数据总结方法, 最终采用三维曲面对一个固定系统质量的电机与负载系统的最佳阻尼比进行了描述, 如图 7 所示。由图 7 可知, 分别在每一个频率比  $x_2$  时, 找到满足要求的不同质量比  $x_1$  下的最佳阻尼比  $x_3$ : 当  $x_2 \geq 1$  时, 步长为 1, 当  $x_2 < 1$  时步长为 0.2。从而由  $x_2$ 、 $x_1$ 、 $x_3$  得到三维曲面图。

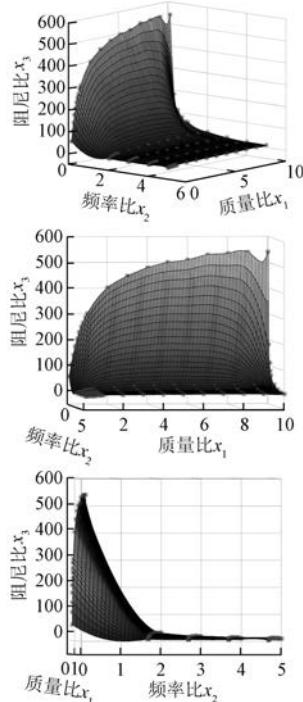


图 7 最佳阻尼比曲面图

对于固有频率为 100 rad/s 的弹簧-质量系统, 可见调节到设定的评价准则是有规律的, 针对不同的质量比  $x_1$  可以采用插值法推测出满足要求的最佳阻尼比  $x_3$  所在的大致位置。此外, 在调节过程中, 发现设定的精度越高, 所设定的阻尼比

- 76 -

也就越大。为了更加趋近理想阶跃响应, 设定了较高的评价标准。在实际的应用中, 满足生产需要的评价标准远低于本文所规定的标准。

利用 1stOpt 软件对上述曲面进行拟合, 可得阻尼比  $x_3$  与频率比  $x_2$  和质量比  $x_1$  的拟合公式, 如式(18)所示。该公式确定系数高达 0.99:

$$\begin{aligned} x_3 &= p_1 \{1/[1 + (x_2/p_2) - p_3]\} + \\ &p_4 \{1/[1 + (x_1/p_5) - p_6]\} + \\ &p_7 \{1/[1 + (x_1/p_2) - p_3]\} \times \\ &\{1/[1 + (x_1/p_5) - p_6]\} \end{aligned} \quad (18)$$

其中:

$$\begin{aligned} p_1 &= 87.782\ 179\ 723\ 876\ 3; \\ p_2 &= 0.688\ 810\ 388\ 960\ 503; \\ p_3 &= 0.998\ 290\ 624\ 072\ 148; \\ p_4 &= 0.004\ 091\ 632\ 057\ 759\ 33; \\ p_5 &= 35.979\ 268\ 209\ 682\ 9; \\ p_6 &= 0.972\ 477\ 296\ 426\ 268; \\ p_7 &= -2.397\ 566\ 772\ 194\ 01. \end{aligned}$$

对所得经验公式进行验证: 假设电机负载系统的固有频率为 100 rad/s, 质量比为  $x_1 = 5.5$ , 将系统的响应频率与固有频率比  $x_2$  设计为 1, 通过经验公式计算调节到规定指标需要调节阻尼比  $x_3$  为 51。通过程序仿真所得结果如图 8 所示, 可以看到系统单位阶跃响应在设定的调节参数下满足设定要求, 即经验公式合理。

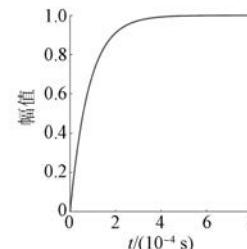


图 8 速度响应经验公式验证

分析图 8, 得到满足要求的最佳阻尼比后, 再利用式(19)、式(20)得到 PI 控制器积分系数  $k_i$ 、比例系数  $k_v$  的值, 对 PI 控制器参数进行设置。

$$k_i = \frac{50x_2}{x_3} = 0.980\ 39 \quad (19)$$

$$k_v = 200x_2x_3 = 200 \times 1 \times 51 = 10\ 200 \quad (20)$$

#### 4 结语

电机控制系统控制特性较多, 即使只关注电

机的二惯性特征,也会产生无数种变量组合的情况。因此,系统的 PID 参数整定是一个复杂与庞大的工程。

本文基于电机的二惯性特征对控制信号的速度响应进行了研究。找出了针对二惯性特征的最佳响应调节规律。所得出的最佳阻尼曲线,对实际应用有一定的指导意义,可以指定参数所在的大致范围,只需在一个较小的范围内寻找参数即可,可以有效缩短参数调节的时间。

### 【参考文献】

- [1] 卢泽生.控制理论及其应用 [M].北京:高等教育出版社,2009.
- [2] 段力学.PID 参数整定方法分类与概述 [J].现代计算机(专业版),2012(7): 23.
- [3] 陶永华.新型 PID 控制及其应用——第一讲 PID 控制原理和自整定策略 [J].工业仪表与自动化装置,1997(4): 60.
- [4] 王耀辉,强天伟.PID 控制原理简析 [J].洁净与空调技术,2013,10(3): 79.
- [5] 符晓玲,姜波.基于 DSP 的数字 PID 控制器设计 [J].现代电子技术,2007(7): 129.
- [6] 周慧龙.模糊滑模变结构控制在永磁同步电机中

的应用 [D].南京:南京航空航天大学,2018.

- [7] 高永军,王雷.永磁同步电机控制技术研究及应用 [J].铁道机车与动车,2018(7): 28.
- [8] 邹凌,孙玉强,孙琦.基于卡尔曼滤波器的 PID 控制仿真研究 [J].微计算机信息,2007(16): 79.
- [9] 窦艳艳,钱蕾,冯金龙.基于 MATLAB 的模糊 PID 控制系统设计及仿真 [J].电子科技,2015,28(2): 119.
- [10] 吴宏鑫,沈少萍.PID 控制的应用与理论依据 [J].控制工程,2003(1): 37.
- [11] 石振华.PID 的自整定控制及其研究 [D].包头:内蒙古科技大学,2008.
- [12] 王蕾,宋文忠.PID 控制 [J].自动化仪表,2004,25(4): 1.
- [13] 潘博,孙京,于登云.柔性关节空间机械臂建模、控制与仿真 [J].系统仿真学报,2010,22(8): 1826.
- [14] 景包睿.二自由度机械臂建模与控制研究 [D].昆明:昆明理工大学,2017.
- [15] 龚丽琴.Fuzzy/PI 控制在振动主动控制中的应用研究 [D].哈尔滨:哈尔滨工程大学,2004.
- [16] 程耀东.机械振动学:线性系统 [M].杭州:浙江大学出版社,1988.

收稿日期: 2018-12-18

(上接第 46 页)

- [16] 覃建波,邱小华,许宁,等.改进粒子群算法在异步电机静态参数识别中的应用 [J].电机技术,2008(6): 11.
- [17] 刘文峰.遗传算法在感应电动机稳态模型参数识别中的应用 [D].广州:广东工业大学,2002.
- [18] 黄宇,韩璞,刘长良,等.改进量子粒子群算法及其在系统辨识中的应用 [J].中国电机工程学报,2011,31(20): 114.

- [19] 李丹.粒子群优化算法及其应用研究 [D].沈阳:东北大学,2007.
- [20] 蒋金山,何春雄,潘少华.最优化计算方法 [M].广州:华南理工大学出版社,2008.
- [21] 黎英,时维国,谭昆玲.考虑铁损时异步电动机的数学模型及其仿真研究 [J].电气传动,1998,25(3): 7.

收稿日期: 2018-12-20