

双电机同步交叉耦合 PID 控制器的设计与试验验证

刘大伟, 高钦和, 陈志翔, 牛海龙

(火箭军工程大学 导弹工程学院, 陕西 西安 710025)

摘要: 针对双电机同步控制问题, 提出了一种交叉耦合 PID 控制器。首先建立双电机同步控制系统的数学模型, 然后设计交叉耦合 PID 控制器, 并给出了基于交叉耦合 PID 控制的双电机同步控制系统的稳定性定理, 最后在双电机同步控制试验平台上进行试验。试验结果验证了设计的交叉耦合 PID 控制器的可行性。

关键词: 双电机系统; 同步控制; 交叉耦合; PID 控制

中图分类号: TM 301.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-6540(2019)09-0031-05

Design and Experimental Verification of Cross-Coupled PID Controller for Dual-Motor Synchronous System

LIU Dawei, GAO Qinhe, CHEN Zhixiang, NIU Hailong

(College of Missile Engineering, Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China)

Abstract: A cross-coupled PID controller for dual-motor synchronous system was proposed. The mathematical model of the dual-motor synchronous system was established. A cross-coupled PID controller was developed, and the stability theorem of the closed-loop system was deduced. The feasibility of the proposed controller was verified on the dual-motor synchronous control experimental platform.

Key words: dual-motor system; synchronous control; cross coupling; PID control

0 引言

在工业自动化生产中, 多电机同步控制广泛应用于造纸、纺织、数控机床、新能源汽车等行业^[1]。在许多现代制造业中, 大型高精度、高转速传动系统的多电机同步控制是最核心的问题之一^[2]。在多电机同步控制系统中, 各电机同步性能的优劣直接关系到产品质量、生产效率, 甚至设备安全, 以多轮毂电机驱动的新能源汽车为例, 多电机同步控制性能直接影响汽车的平稳运行^[3]。

多电机同步控制策略可分为并行控制、主从控制、交叉耦合控制、虚拟主轴控制、偏差耦合控制等, 而在控制策略框架下的控制算法包括 PID 控制、神经网络控制、模糊控制、滑模变结构

控制、自抗扰控制等^[4-5]。控制策略和控制算法均是围绕如何提高多电机控制系统的跟踪精度和同步精度, 如何提高多电机控制系统的抗干扰性和鲁棒性以及高可靠性和稳定性几类核心问题展开。值得一提, PID 是目前工业上应用最广、最被控制工程师接受的一类算法^[6-7]。国内学者关于 PID 最新的研究成果可见文献[8]。

本文主要研究在交叉耦合控制策略下双电机同步控制器的设计问题。在建立双电机同步控制的数学模型的基础上, 设计了基于交叉耦合的 PID 控制器, 并利用 Lyapunov 函数分析了对应的闭环控制系统的稳定性。最后利用 MATLAB 在双电机同步控制平台上进行试验, 试验结果证明了所提交叉耦合 PID 控制器的有效性。

作者简介: 刘大伟(1996—), 男, 硕士研究生, 研究方向为永磁同步电机控制与应用。

高钦和(1968—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为机电仿真理论与应用。

陈志翔(1991—), 男, 博士研究生, 研究方向为永磁同步直线电机控制与应用。

1 双电机同步控制器设计

1.1 双电机同步控制数学模型

建立双电机同步控制系统,数学模型可写为

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\theta}_1 = K_1 u_1 + d_1 \\ J_2 \ddot{\theta}_2 = K_2 u_2 + d_2 \end{cases} \quad (1)$$

式中: J_1, J_2 ——2 台电机的等效转动惯量,可以通过参数辨识方法较准确获得;

θ_1, θ_2 ——2 台电机的旋转角度;

K_1, K_2 ——2 台电机的控制增益,是可以准确获得的驱动器参数;

u_1, u_2 ——2 台电机的控制输入;

d_1, d_2 ——2 台电机受到的干扰力矩。

定义:

$$\begin{cases} x_1 = \theta_1, x_2 = \dot{\theta}_1 \\ x_3 = \theta_2, x_4 = \dot{\theta}_2 \\ b_1 = \frac{K_1}{J_1}, b_2 = \frac{K_2}{J_2} \\ \xi_1 = \frac{d_1}{J_1}, \xi_2 = \frac{d_2}{J_2} \end{cases} \quad (2)$$

那么式(1)可以写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = b_1 u_1 + \xi_1 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = b_2 u_2 + \xi_2 \end{cases} \quad (3)$$

式(3)的控制目标为当系统的期望旋转角度为 x_r ,且受到干扰 ξ_1, ξ_2 时,依然可以实现:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} x_3 = x_r \quad (4)$$

1.2 基于交叉耦合的双电机 PID 控制算法

对于式(3),基于交叉耦合策略,可以分别采用 2 个子系统设计 PID 控制器以实现控制目标式(4)。所设计的 PID 控制器可以表示为

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{b_1} \left[k_p e_1 + k_d \dot{e}_1 + k_i \int_0^t e_1(\tau) d\tau \right] \\ u_2 = \frac{1}{b_2} \left[k_p e_2 + k_d \dot{e}_2 + k_i \int_0^t e_2(\tau) d\tau \right] \end{cases} \quad (5)$$

其中:

$$\begin{cases} e_1 = x_r - x_1 - k(x_1 - x_3) \\ e_2 = x_r - x_3 + k(x_1 - x_3) \end{cases} \quad (6)$$

式中: k ——双电机同步误差的控制增益。

图 1 所示为交叉耦合双电机同步控制系统的结构图。

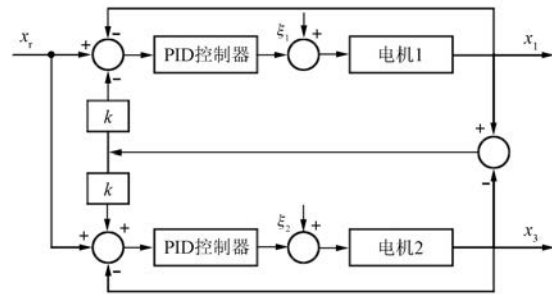


图 1 交叉耦合 PID 控制系统结构图

稳定性是保证系统正常运行的前提^[9-11],图 1 所对应的闭环控制系统的稳定性,有如下结论。

假设 1:干扰 ξ_1, ξ_2 可微,即存在 $\bar{\xi} > 0$,满足 $|\dot{\xi}_1| \leq \bar{\xi}, |\dot{\xi}_2| \leq \bar{\xi}$ 。

假设 2:控制器常数 k_p, k_d, k_i, k 皆为正数,且 $\bar{k} = \frac{k}{1+k} \in (0, 1), k_p k_d (1 - \bar{k}) > k_i$ 。

定理 1:若系统式(3)和式(5)设计的 PID 控制器满足假设 1、2,那么以干扰为输入,控制器的调节误差为状态,设计的 PID 控制器输入-状态稳定 (ISS)。

在给出定理 1 的证明之前,首先给出如下引理。

引理 1:若矩阵

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 \end{bmatrix} \quad (7)$$

满足条件:

$$\begin{cases} k_1, k_2, k_3 > 0 \\ k_2 k_3 > k_1 \end{cases} \quad (8)$$

那么系统 $\dot{x} = Mx$ 稳定,矩阵 M 为 Hurwitz 矩阵。

证明:

设线性系统的特征方程为

$$\begin{cases} D(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n = 0 \\ a_0 > 0 \end{cases} \quad (9)$$

根据 Routh-Hurwitz 稳定判据,对于 $n=3$ 的线性系统,稳定的充分必要条件为特征方程的各项系数为正,且 $(a_1 a_2 - a_0 a_3) > 0$ 。

矩阵 M 的特征方程为

$$s^3 + k_3 s^2 + k_2 s + k_1 = 0 \quad (10)$$

由 Routh-Hurwitz 稳定判据可知,线性系统稳

定的条件为

$$\begin{cases} k_1, k_2, k_3 > 0 \\ k_2 k_3 > k_1 \end{cases} \quad (11)$$

引理 2: 若系统 $\dot{x} = \mathbf{M}x$ 稳定, 矩阵

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 \end{bmatrix} \quad (12)$$

且存在矩阵

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{E} \\ \mathbf{E} & \mathbf{M} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{E} = -\bar{k} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 \end{bmatrix} \quad (14)$$

满足:

$$\begin{cases} k_2 k_3 (1 - \bar{k}) > k_1 \\ k_2 k_3 (1 + \bar{k}) > k_1 \\ k_2 k_3 > k_1 \end{cases} \quad (15)$$

那么系统 $\dot{x} = \mathbf{N}x$ 稳定, 矩阵 $\mathbf{N}$ 为 Hurwitz 矩阵。

证明:

根据矩阵 $\mathbf{N}$ 的特征方程:

$$\det[\mathbf{M} - \lambda \mathbf{I}] = 0 \quad (16)$$

可得:

$$XY = 0 \quad (17)$$

其中:

$$X = \lambda^3 + k_3(1 - \bar{k})\lambda^2 + k_2(1 - \bar{k})\lambda + k_1(1 - \bar{k}),$$

$$Y = \lambda^3 + k_3(1 + \bar{k})\lambda^2 + k_2(1 + \bar{k})\lambda + k_1(1 + \bar{k}).$$

根据 Routh-Hurwitz 稳定判据: 线性系统稳定, 即矩阵 $\mathbf{N}$ 为 Hurwitz 矩阵的条件为

$$\begin{cases} k_2 k_3 (1 - \bar{k}) > k_1 \\ k_2 k_3 (1 + \bar{k}) > k_1 \\ k_2 k_3 > k_1 \end{cases} \quad (18)$$

下文给出定理 1 的证明过程。

证明:

定义:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = x_r - x_1 \\ \varepsilon_3 = x_r - x_3 \\ \dot{\varepsilon}_1 = \varepsilon_2, \dot{\varepsilon}_3 = \varepsilon_4 \\ \dot{\varepsilon}_2 = \varepsilon_a, \dot{\varepsilon}_4 = \varepsilon_b \end{cases} \quad (19)$$

将式(5)设计的 PID 控制器代入式(3), 可得:

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_2 = -k_p(1+k)\varepsilon_1 - k_d(1+k)\varepsilon_2 - \\ k_i(1+k)\int_0^t \varepsilon_1(\tau) d\tau + k_p k \varepsilon_3 + \\ k_d k \varepsilon_4 + k_i k \int_0^t \varepsilon_3(\tau) d\tau - \xi_1 \\ \dot{\varepsilon}_4 = -k_p(1+k)\varepsilon_3 - k_d(1+k)\varepsilon_4 - \\ k_i(1+k)\int_0^t \varepsilon_3(\tau) d\tau + k_p k \varepsilon_1 + \\ k_d k \varepsilon_2 + k_i k \int_0^t \varepsilon_1(\tau) d\tau - \xi_2 \end{cases} \quad (20)$$

进一步计算, 可得:

$$\begin{cases} \ddot{\varepsilon}_2 = -k_i(1+k)\varepsilon_1 - k_p(1+k)\varepsilon_2 - \\ k_d(1+k)\varepsilon_a + k_i k \varepsilon_3 + \\ k_p k \varepsilon_4 + k_d k \varepsilon_b - \dot{\xi}_1 \\ \ddot{\varepsilon}_4 = k_i k \varepsilon_1 + k_p k \varepsilon_2 + k_d k \varepsilon_a - \\ k_i(1+k)\varepsilon_3 - k_p(1+k)\varepsilon_4 - \\ k_d(1+k)\varepsilon_b - \dot{\xi}_2 \end{cases} \quad (21)$$

进一步定义 $\varepsilon = [\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_a, \varepsilon_3, \varepsilon_4, \varepsilon_b]^T$, 那么根据式(19)可得:

$$\dot{\varepsilon} = \mathbf{A}\varepsilon + \mathbf{B} \quad (22)$$

其中: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{D} \\ \mathbf{D} & \mathbf{C} \end{bmatrix}$;

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -k_i(1+k) & -k_p(1+k) & -k_d(1+k) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ k_i k & k_p k & k_d k \end{bmatrix} = -\bar{k} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -k_i(1+k) & -k_p(1+k) & -k_d(1+k) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = [0 \ 0 \ -\dot{\xi}_1 \ 0 \ 0 \ -\dot{\xi}_2]^T.$$

当假设 2 满足时, 可得矩阵 $\mathbf{C}$ 满足:

$$\begin{cases} k_i(1+k), k_p(1+k), k_d(1+k) > 0 \\ k_p k_d(1+k) > k_i \end{cases} \quad (23)$$

根据引理 1 可知, 矩阵 $\mathbf{C}$ 为 Hurwitz 矩阵。

当假设 2 满足时, 可得矩阵 $\mathbf{A}$ 满足:

$$\begin{cases} k_p k_d(1+k)(1-\bar{k}) > k_i \\ k_p k_d(1+k)(1+\bar{k}) > k_i \\ k_p k_d(1+k) > k_i \end{cases} \quad (24)$$

根据引理 2 可知,矩阵 A 为 Hurwitz 矩阵,那么必存在唯一的正定对称阵满足: $A^T P + PA = -I$ 。当假设 1 满足时, $\|B\|$ 有界。

选取 Lyapunov 函数 $V(x) = x^T P x$, 关于系统式(19)的导数为

$$\begin{aligned}\dot{V} &= -\|\varepsilon\|^2 + 2\varepsilon^T PB \leq -\|\varepsilon\|^2 + \\ (1 + \|PB\|^2) \|\varepsilon\| &\leq -(1 - \theta) \|\varepsilon\|^2, \\ \forall \|\varepsilon\| &\geq \frac{c}{\theta}\end{aligned}$$

其中: $0 < \theta < 1$, $c = 1 + \|PB\|^2$ 。因此,系统式(20)是 ISS,证毕。

2 试验

为了验证设计的双电机同步交叉耦合 PID 控制器的可行性,在双电机同步控制试验平台上进行试验。双电机同步控制试验平台如图 2 所示。

通过系统辨识可获得电机 1 和电机 2 的等效转动惯量: $J_1 = 1.612 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $J_2 = 1.703 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。

通过查阅说明书得到 2 台电机的控制增益:



图2 双电机同步控制试验平台

$$K_1 = K_2 = 0.2133 \text{ N} \cdot \text{m/V}。$$

根据式(2)可算出: $b_1 = 1323$, $b_2 = 1252$ 。

控制器式(5)的参数: $k_p = 1.5$, $k_i = 2$, $k_d = 0.1$, $k = 0.8$, 且 $x_r = 10 \text{ r}$ 。

2.1 负载变化试验

试验时长为 10 s, 电机 1 的实际负载为 $J_1 = 6.996 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。将交叉耦合 PID 控制器中的参数 k 设置为零, 那么交叉耦合 PID 控制退化为并行 PID 控制。交叉耦合 PID 和并行 PID 的对比试验结果如图 3 所示。

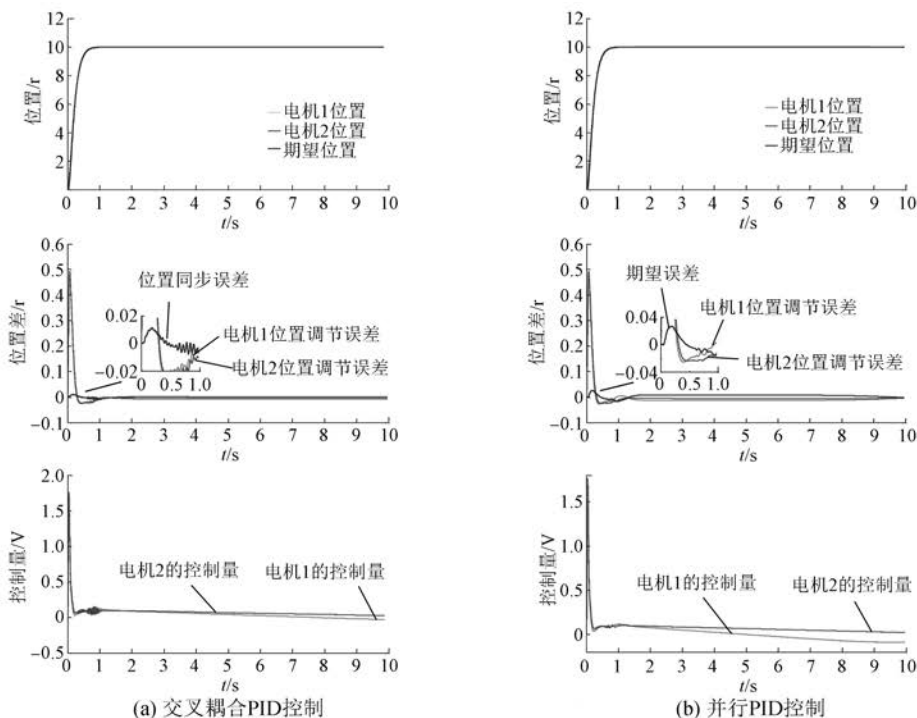


图3 负载变化时交叉耦合PID和并行PID的对比试验结果

由图3可知,负载的变化会对起步阶段电机1和电机2位置的同步误差产生一定的影响。在起

步阶段0~0.5 s内,并行PID控制的同步误差可达到0.03 r,在0.5~1.0 s内,调节过程中有明显的超

调,约为 0.02 r 。并且在到达指定位置的 $1\sim 10\text{ s}$ 内,总存在约为 0.02 r 的同步误差。交叉耦合 PID 控制可以很好地抑制同步误差,起步阶段的同步误差可以降低到 0.01 r ,同时调节过程中无明显的超调,并且在到达指定位置后同步误差几乎为零。可见,由于交叉耦合的调节作用,所以对应的控制量要比并行 PID 的控制量波动得更加明显。图 3 的试验结果验证了交叉耦合 PID 控制器的可行性。

2.2 突加扰动试验

试验时长为 10 s ,在 3 s 时刻给电机 1 突加干扰 $d_1 = 2\text{ N}\cdot\text{m}$ 。试验结果如图 4 所示。

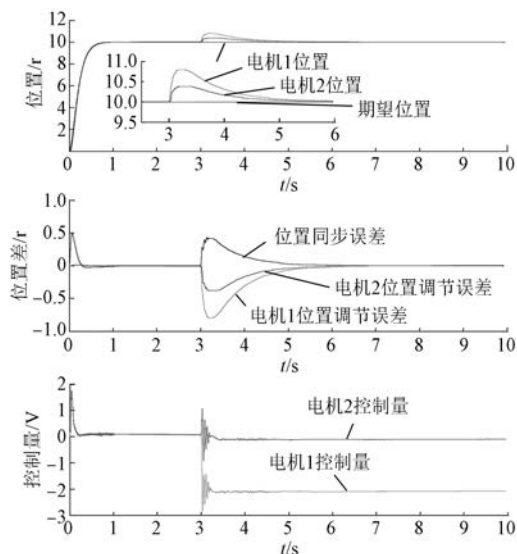


图4 突加扰动时双电机同步交叉耦合 PID 控制效果

根据图 4 的试验结果,由于静摩擦力的影响,在 $0\sim 0.5\text{ s}$ 的电机起步阶段,电机 1 和电机 2 的转角逐渐跟踪上期望的转角,在之后的 $0.5\sim 1.0\text{ s}$,电机 1 和电机 2 均可以较好地跟踪上安排的过渡过程。同时在 $0\sim 1\text{ s}$ 的时间段内,电机 1 和电机 2 的位置同步误差始终控制在 0.5 r 之内。在 3 s 时,对电机 1 突加干扰力矩后,电机 1 的位置迅速偏离了恒定的位置 10 r ,由于电机 1 位置的突变,电机 1 与电机 2 之间的位置同步误差突然增加到最大,又由于交叉耦合的同步控制作用,电机 2 的位置也向相同方向偏离,电机 1 和电机 2 的位置同步误差逐渐减小,同时电机 1 和电机 2 的位置调节误差也逐渐减小。到 6 s 时,电机 1 和电机 2 的位置同步误差为零,同时电机 1 和电机 2 的位置调节误差也为零,电机 1 和电机 2 回

到期望位置。图 4 的突加扰动试验验证了本文所设计的交叉耦合 PID 控制器的可行性。

3 结 语

为了提高双电机同步控制的精度和鲁棒性,本文提出了一种交叉耦合 PID 控制方法。基于双电机同步控制的数学模型,设计了交叉耦合 PID 控制器。利用 Lyapunov 函数分析了基于交叉耦合 PID 控制的双电机同步控制系统的稳定性。最后利用 MATLAB 在双电机同步控制试验平台上,分别进行了负载变化和突加扰动的两组试验。试验结果表明:该控制器能使系统以较高的同步性稳定运行,验证了设计的交叉耦合 PID 控制器的有效性。

【参考文献】

- [1] CHIUG T C, TOMIZUKA M. Coordinated position control of multi-axis mechanical systems[J]. Journal of Dynamic System, Measurement and Control, 1998, 120(3): 389.
- [2] 张承慧,石庆升,程金.一种基于相邻耦合误差的多电机同步控制策略[J].中国电机工程学报,2007, 27(15): 59.
- [3] 卢山峰,徐兴,陈龙,等.轮毂电机驱动汽车电子差速与差动助力转向的协调控制[J].机械工程学,2017,53(16): 78.
- [4] 韩仁银,郭阳宽,祝连庆,等.多电机同步控制综述[J].电机与控制应用,2017,44(6): 8.
- [5] 李慧,刘星桥,李景,等.多电机同步协调系统控制策略[J].电机与控制应用,2014,41(4): 6.
- [6] SAMAD T. A survey on industry impact and challenges thereof [technical activities] [J]. IEEE Control Systems Magazine, 2017, 37(1): 17.
- [7] ASTRÖM K J, HÄGGLUND T. PID Controllers: Theory, Design and Tuning[M]. Research Triangle Park, N.C: Instrument Society of America, 1995.
- [8] ZHAO C, GUO L. PID controller design for second order nonlinear uncertain systems[J]. Science China (Information Sciences), 2017, 60(2): 022201.
- [9] 王杰,陈陈,吴华,等.多机电力系统参数自适应控制的设计理论与方法[J].中国电机工程学报, 2002, 22(5): 5.
- [10] 马进,席在荣,梅生伟,等.基于 Hamilton 能量理论的发电机汽门与励磁非线性稳定控制器的设计[J].中国电机工程学报, 2002, 22(5): 88.
- [11] 魏刚.基于李亚谱诺夫稳定性的预测控制器设计及其应用研究[J].中国电机工程学报, 2002, 22(8): 40.

收稿日期: 2019-06-10