

基于 Lyapunov 稳定性理论的 电励磁直线同步电机自适应控制^{*}

王 健， 蓝益鹏

(沈阳工业大学 电气工程学院, 辽宁 沈阳 110870)

摘要：为了提高直线伺服系统的动态性能, 克服电励磁直线同步电机存在的参数时变性, 设计模型参考自适应速度控制器。系统内环是基于参考模型的速度跟踪控制器, 外环自适应机构在线调整速度跟踪控制器的可调参数并使参考模型输出速度与控制对象输出速度之间的广义速度误差趋近于零。采用基于 Lyapunov 稳定性理论的模型参考自适应速度控制器设计方法, 在保证广义速度跟踪误差收敛至零的同时, 还保证了模型参考自适应速度控制系统具有稳定性和收敛性。采用欧拉数值积分方法, 经过计算机数值仿真计算得到参考模型与控制对象的速度输出和初级交轴电流状态变量的时域响应曲线, 验证了该自适应速度控制系统具有全局收敛性。

关键词：电励磁直线同步电机；Lyapunov 稳定性理论；速度控制器；自适应控制

中图分类号：TM 383 文献标志码：A 文章编号：1673-6540(2020)05-0007-11

doi: 10.12177/emca.2020.002

Adaptive Control of Electrically Excited Linear Synchronous Motor Based on Lyapunov Stability Theory^{*}

WANG Jian, LAN Yipeng

(School of Electrical Engineering, Shenyang University of Technology, Shenyang 110870, China)

Abstract: In order to improve the dynamic performance of linear servo system and overcome the time-varying problem of linear synchronous motor parameters, a model reference adaptive speed controller is designed. The inner loop of the system is a speed tracking controller based on the reference model. The outer loop adaptive mechanism adjusts the adjustable parameters of the speed tracking controller online and makes the generalized speed error between the output speed of the reference model and that of the control object approach zero. The design method of model reference adaptive speed controller based on Lyapunov stability theory is adopted. The generalized speed tracking error converges to zero, and the model reference adaptive speed control system has stability and convergence. Using Euler numerical integration method, the output speed curves of the reference model and the control object and the time domain response curve of the primary quadrature current state variable are obtained through computer numerical simulation. The global convergence of the adaptive speed control system is verified.

Key words: electrically excited linear synchronous motor (EELSM); Lyapunov stability theory; speed controller; adaptive control

收稿日期：2020-01-03；收到修改稿日期：2020-03-02

* 基金项目：国家自然科学基金项目(51575363)

作者简介：王 健(1982—), 男, 博士研究生, 研究方向为电机及其控制。

蓝益鹏(1962—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为电机及其控制。

0 引言

电励磁直线同步电机(EELSM)具有励磁磁场可调节、非工作状态无磁性、维护保养方便等特点,适合作为直线伺服系统执行机构应用于高速高精数控机床等需要精确定位的精密机械设备。EELSM参数的时变性、非线性等特性对控制器提出了更高的要求。基于经典控制理论以控制对象传递函数作为数学模型设计的传统控制器对EELSM控制鲁棒性较差。随着控制理论的成熟,计算机数值计算能力的提高为EELSM高性能控制器的设计与仿真带来了可能性。自适应控制是在传统反馈控制器的基础上,将生物的自适应特性赋予控制器的设计,使控制器的离线设计变为在线设计以适应被控对象的不确定性^[1-2]。

目前国内外研究学者在电机的自适应控制方面已进行了大量研究。其中,文献[3]设计了一种永磁同步电机模型参考自适应速度控制器,包括自适应补偿控制项和稳定反馈控制项,具有良好的跟踪性能和对参数不确定性的鲁棒性。文献[4-6]将自适应控制与滑模控制相结合,保证了闭环系统的稳定性,同时具有控制精度高、响应速度快、鲁棒性强等特点。文献[7-9]将自适应控制与状态观测器结合,应用于电机的无速度传感器控制中,在提高系统鲁棒性的同时提高了无速度传感器系统的控制精度。

为了保证EELSM速度控制系统的稳定性,提高其鲁棒性,本文以Lyapunov稳定性理论为控制器的设计理论基础,基于模型参考自适应控制理论设计了EELSM速度控制器。该速度控制系统由内环与外环2个环路组成。内环是由可调参数前馈与反馈控制器和参考模型组成的参数可调模型跟踪控制器,参考模型反映了期望的闭环速度控制系统理想输出曲线。外环为基于Lyapunov稳定性理论设计的自适应控制律的自适应机构。基于欧拉数值积分方法的计算机数值仿真分析表明,EELSM自适应速度控制系统在系统鲁棒性、响应快速性及跟踪精度方面均能满足直线伺服系统的性能要求。

1 控制对象数学模型

1.1 物理模型

本文以EELSM为控制对象,其物理结构示意

图如图1所示,可划分为2个主要组成部分:初级(转子)、次级(定子)。初级(类比于旋转同步电机定子电枢)由电枢铁心和电枢绕组组成;次级(类比于旋转同步电机转子磁极)由励磁铁心和励磁绕组组成。

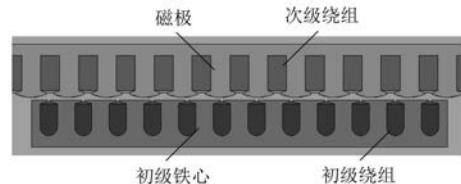


图1 EELSM物理结构示意图

定义空间三维直角坐标系,X轴正方向水平向左,Y轴正方向垂直纸面向里,Z轴正方向铅垂向下。EELSM次级坐标位置机械固定;初级Y轴坐标位置机械固定,X轴、Z轴坐标位置在行程内可以移动。EELSM的工作机理:初级相对于次级可产生X轴方向电磁推力,其与负载推力和空气摩擦阻力平衡,通过控制电磁推力可完成初级X轴方向速度或位置的控制;同时初级相对于次级还可以产生Z轴方向电磁吸力,其与初级、工作台和工件总重力平衡,通过控制电磁吸力可完成初级Z轴方向位置的控制,即完成了EELSM气隙间距的控制。

为了便于分析,下文借鉴旋转电机分析术语与思维。建立空间旋转ABC坐标系,A轴位于初级绕组轴线位置,B轴、C轴依次滞后A轴120°、240°;空间旋转αβ坐标系,α轴与A轴重合,β轴滞后α轴90°;空间静止dq坐标系,d轴位于次级N极磁极处,q轴滞后d轴90°。EELSM物理模型如下:次级单相单轴线圈f绕组固定于d轴上,初级三相三轴线圈ABC绕组依次固定于ABC轴上。依据电机坐标变换原理,初级三相三轴线圈ABC绕组等效变换为两相两轴线圈αβ绕组且依次固定于αβ轴,初级两相两轴线圈αβ绕组等效变换为两相两轴线圈dq绕组且依次固定于dq轴。简言之,dq坐标系中EELSM物理模型是:次级为1个位于d轴的单轴线圈绕组,初级为2个分别位于d、q轴的单轴线圈绕组。

1.2 数学模型

在理想电机的假定下,根据电动机分析惯例,利用电磁学和力学基本定律在dq坐标系中建立EELSM数学模型:

$$\begin{cases} \dot{i}_{sd} = -\frac{R_s}{\sigma L_d} i_{sd} + \frac{\tau L_q}{\pi \sigma L_d} i_{sq} v_r + \frac{R_f L_{md}}{\sigma L_d L_f} i_f + \\ \frac{1}{\sigma L_d} u_{sd} - \frac{L_{md}}{\sigma L_d L_f} u_f \\ \dot{i}_{sq} = -\frac{\tau L_d}{\pi L_q} i_{sd} v_r - \frac{R_s}{L_q} i_{sq} - \frac{\tau L_{md}}{\pi L_q} i_f v_r + \frac{1}{L_q} u_{sq} \\ \dot{i}_f = \frac{R_s L_{md}}{\sigma L_d L_f} i_{sd} - \frac{\tau L_q L_{md}}{\pi \sigma L_d L_f} i_{sq} v_r - \frac{R_f}{\sigma L_f} i_f - \\ \frac{L_{md}}{\sigma L_d L_f} u_{sd} + \frac{1}{\sigma L_f} u_f \\ \dot{v}_r = \frac{\pi}{\tau M} (L_d - L_q) i_{sd} i_{sq} + \frac{\pi L_{md}}{\tau M} i_{sq} i_f - \\ \frac{B}{M} v_r - \frac{1}{M} F_L \\ \dot{s}_r = v_r \end{cases} \quad (1)$$

式中: i_{sd} 为初级d轴电流; R_s 为初级电阻; σ 为漏磁系数, $\sigma = 1 - \frac{L_{md}^2}{L_d L_f}$; L_d 为初级d轴同步电感; τ 为电机极距; L_q 为初级q轴同步电感; i_{sq} 为初级q轴电流; v_r 为初级X轴方向机械速度; s_r 为初级X轴方向机械位移; R_f 为归算到初级侧的次级电阻; L_{md} 为初级d轴电枢反应电感; L_f 为归算到初级侧的次级电感; i_f 为归算到初级侧的次级电流; u_{sd} 为初级d轴电压; u_f 为归算到初级侧的次级电压; u_{sq} 为初级q轴电压; B 为空气摩擦阻力因数; M 为初级、工作台及工件总质量; F_L 为负载推力。

式(1)为EELSM连续时间非线性状态空间表达式数学模型,为了自适应控制系统设计需要,将数学模型划分成3个子系统并写成矩阵向量形式,分别命名为电磁子系统、机电子系统、机械子系统:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{sd} \\ \dot{i}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{\sigma L_d} & \frac{R_f L_{md}}{\sigma L_d L_f} \\ \frac{R_s L_{md}}{\sigma L_d L_f} & -\frac{R_f}{\sigma L_f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_f \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_d} & -\frac{L_{md}}{\sigma L_d L_f} \\ -\frac{L_{md}}{\sigma L_d L_f} & \frac{1}{\sigma L_f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\tau L_q}{\pi \sigma L_d} \\ -\frac{\tau L_q L_{md}}{\pi \sigma L_d L_f} \end{bmatrix} i_{sq} v_r \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{sq} \\ \dot{v}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_q} & -\frac{\tau (L_d i_{sd} + L_{md} i_f)}{\pi L_q} \\ \frac{\pi [(L_d - L_q) i_{sd} + L_{md} i_f]}{\tau M} & -\frac{B}{M} \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{sq} \\ v_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_q} \\ 0 \end{bmatrix} u_{sq} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{M} \end{bmatrix} F_L \quad (3)$$

$$\dot{s}_r = v_r \quad (4)$$

式(2)中,把非线性项 $i_{sq} v_r$ 看成是系统外干扰项,系统为线性时变系统。式(3)中,方程右端第三项为系统外负载推力 F_L 干扰项,把电磁系统的状态变量 i_{sd}, i_f 归并到时变系数中,系统同样为线性时变系统。式(4)为线性定常系统。

2 自适应控制

假定电磁子系统、机械子系统为可镇定系统,本文只讨论机电子系统的控制问题^[10]。

2.1 控制问题描述

式(3)简写为

$$\begin{cases} \dot{x}_s = A_s x_s + b_{s1} u_1 + b_{s2} u_2 \\ y_s = c_s x_s \end{cases} \quad (5)$$

式中: x_s 为被控对象2维状态向量, $x_s = \begin{bmatrix} i_{sq} \\ v_r \end{bmatrix}$; u_1

为被控对象1维控制输入向量, $u_1 = u_{sq}$; u_2 为被控对象1维负载输入向量, $u_2 = F_L$; y_s 为被控对象1维输出向量; A_s 为被控对象2×2维系统矩阵,

$$A_s = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_q} & -\frac{\tau (L_d i_{sd} + L_{md} i_f)}{\pi L_q} \\ \frac{\pi [(L_d - L_q) i_{sd} + L_{md} i_f]}{\tau M} & -\frac{B}{M} \end{bmatrix};$$

b_{s1} 为被控对象2×1维对应控制输入的控制矩阵,

$$b_{s1} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{L_q} \\ 0 \end{bmatrix}; b_{s2} \text{为被控对象2×1维对应负载输入的}$$

控制矩阵, $b_{s2} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{M} \end{bmatrix}$; c_s 为被控对象1×2维观测

矩阵, $c_s = [0 \ 1]$ 。

引入参考模型:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_m = A_m \mathbf{x}_m + b_m u_w \\ y_m = c_m \mathbf{x}_m \end{cases} \quad (6)$$

式中: \mathbf{x}_m 为参考模型2维状态向量; u_w 为参考模型1维参考输入向量,为有界的分段连续函数类; y_m 为参考模型1维输出向量; A_m 为参考模型 2×2 维系统矩阵,为Hurwitz矩阵,即参考模型是渐进稳定系统; b_m 为参考模型 2×1 维控制矩阵; c_m 为参考模型 1×2 维观测矩阵, $c_m = [0 \ 1]$ 。

广义状态误差为

$$\mathbf{e} = \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s \quad (7)$$

采用Lyapunov稳定性理论设计可调参数控制器和自适应机构,使闭环系统稳定,并使被控对象输出和参考模型输出的跟踪误差即广义误差趋近于零,满足:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e} = \lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s) = 0 \quad (8)$$

2.2 模型参考自适应控制器

EELSM机电子系统的模型参考自适应速度控制系统如图2所示。

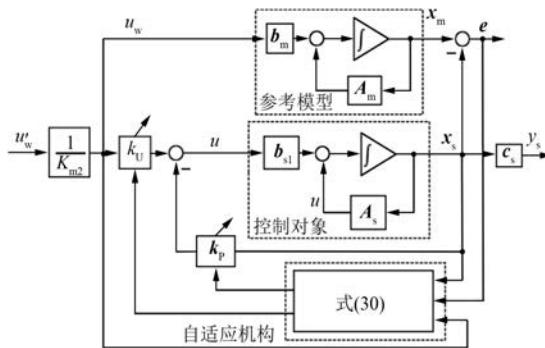


图2 模型参考自适应速度控制系统

设控制对象与参考模型模型匹配时控制器参数为 k_p^* 、 k_U^* ,且满足:

$$\begin{cases} A_s - b_{s1} k_p^* = A_m \\ b_{s1} k_U^* = b_m \end{cases} \quad (9)$$

控制对象控制输入向量为

$$u_1 = -k_p \mathbf{x}_s + k_U u_w \quad (10)$$

式中: k_p 为控制器 1×2 维可调参数反馈增益矩阵; k_U 为控制器 1×1 维可调参数前馈增益矩阵。

从数学形式上,设定自适应律为矩阵形式的线性或非线性微分方程:

$$\begin{cases} \dot{k}_p = F_p(k_p, \mathbf{x}_s) \\ \dot{k}_U = F_U(k_U, u_w) \end{cases} \quad (11)$$

式中: $F_p(\cdot)$ 、 $F_U(\cdot)$ 为某种非线性映射。

将式(10)代入式(5)的状态方程,得:

$$\dot{\mathbf{x}}_s = A_s \mathbf{x}_s - b_{s1} k_p \mathbf{x}_s + b_{s1} k_U u_w \quad (12)$$

式(5)的状态方程减去式(12),得:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_m - \dot{\mathbf{x}}_s &= A_m (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s) + \\ (A_m - A_s + b_{s1} k_p) \mathbf{x}_s + (b_m - b_{s1} k_U) u_w \end{aligned} \quad (13)$$

式(7)、式(9)代入式(13),得:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}} &= A_m \mathbf{e} - b_{s1} (k_p^* - k_p) \mathbf{x}_s + \\ b_{s1} (k_U^* - k_U) u_w \end{aligned} \quad (14)$$

假设:

$$\begin{cases} \tilde{k}_p = k_p^* - k_p \\ \tilde{k}_U = k_U^* - k_U \end{cases} \quad (15)$$

式(15)代入式(14),得:

$$\dot{\mathbf{e}} = A_m \mathbf{e} - b_{s1} \tilde{k}_p \mathbf{x}_s + b_{s1} \tilde{k}_U u_w \quad (16)$$

已知参考模型系统矩阵 A_m 渐进稳定,根据连续时间线性定常系统的Lyapunov渐进稳定性定理(见附录A)可知,给定任意一个对称正定矩阵 Q ,可求取正定矩阵 P 满足如下Lyapunov方程:

$$A_m^T P + P A_m = -Q \quad (17)$$

基于所得到的对称正定矩阵 P ,构造一个包含 \mathbf{e} 、 \tilde{k}_p 和 \tilde{k}_U 的二次型正定Lyapunov函数:

$$V = \mathbf{e}^T P \mathbf{e} + \text{tr}(\tilde{k}_p^T \Gamma_p^{-1} \tilde{k}_p) + \text{tr}(\tilde{k}_U^T \Gamma_U^{-1} \tilde{k}_U) \quad (18)$$

式中: Γ_p^{-1} 、 Γ_U^{-1} 为指定的 1×1 维对称正定常数矩阵; $\text{tr}(\cdot)$ 为矩阵的迹。

式(18)对时间求导数,得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{\mathbf{e}}^T P \mathbf{e} + \mathbf{e}^T P \dot{\mathbf{e}} + \text{tr}(\tilde{k}_p^T \Gamma_p^{-1} \dot{\tilde{k}}_p) + \text{tr}(\tilde{k}_p^T \Gamma_p^{-1} \dot{\tilde{k}}_p) + \\ &\quad \text{tr}(\tilde{k}_U^T \Gamma_U^{-1} \dot{\tilde{k}}_U) + \text{tr}(\tilde{k}_U^T \Gamma_U^{-1} \dot{\tilde{k}}_U) \end{aligned} \quad (19)$$

将式(16)代入式(19),得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \mathbf{e}^T (A_m^T P + P A_m) \mathbf{e} - 2\mathbf{e}^T P b_{s1} \tilde{k}_p \mathbf{x}_s + \\ &\quad 2\mathbf{e}^T P b_{s1} \tilde{k}_U u_w + 2\text{tr}(\tilde{k}_p^T \Gamma_p^{-1} \dot{\tilde{k}}_p) + \\ &\quad 2\text{tr}(\tilde{k}_U^T \Gamma_U^{-1} \dot{\tilde{k}}_U) \end{aligned} \quad (20)$$

定义1维向量:

$$h = \mathbf{e}^T P b_{s1} \quad (21)$$

将式(21)和式(17)代入式(20),得:

$$\dot{V} = -\mathbf{e}^T Q \mathbf{e} - 2h \tilde{k}_p \mathbf{x}_s + 2h \tilde{k}_U u_w +$$

$$2\text{tr}(\dot{\bar{k}}_p^T \bar{\Gamma}_p^{-1} \bar{k}_p) + 2\text{tr}(\dot{\bar{k}}_u^T \bar{\Gamma}_u^{-1} \bar{k}_u) \quad (22)$$

式(22)中有:

$$\begin{cases} h \bar{k}_p \mathbf{x}_s = \text{tr}(\mathbf{x}_s h \bar{k}_p) \\ h \bar{k}_u u_w = \text{tr}(u_w h \bar{k}_u) \end{cases} \quad (23)$$

将式(23)代入式(22), 得:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\mathbf{e}^T \mathbf{Q} \mathbf{e} + 2\text{tr}(\dot{\bar{k}}_p^T \bar{\Gamma}_p^{-1} \bar{k}_p - \mathbf{x}_s h \bar{k}_p) + \\ & 2\text{tr}(\dot{\bar{k}}_u^T \bar{\Gamma}_u^{-1} \bar{k}_u + u_w h \bar{k}_u) \end{aligned} \quad (24)$$

令下列方程成立:

$$\begin{cases} \text{tr}(\dot{\bar{k}}_p^T \bar{\Gamma}_p^{-1} \bar{k}_p - \mathbf{x}_s h \bar{k}_p) = 0 \\ \text{tr}(\dot{\bar{k}}_u^T \bar{\Gamma}_u^{-1} \bar{k}_u + u_w h \bar{k}_u) = 0 \end{cases} \quad (25)$$

为了使方程式(25)成立, 令下列矩阵形式方程成立:

$$\begin{cases} \dot{\bar{k}}_p^T \bar{\Gamma}_p^{-1} - \mathbf{x}_s h = 0 \\ \dot{\bar{k}}_u^T \bar{\Gamma}_u^{-1} + u_w h = 0 \end{cases} \quad (26)$$

解方程式(26)得:

$$\begin{cases} \dot{\bar{k}}_p = \bar{\Gamma}_p h \mathbf{x}_s^T \\ \dot{\bar{k}}_u = -\bar{\Gamma}_u h u_w \end{cases} \quad (27)$$

将式(21)代入式(27), 得:

$$\begin{cases} \dot{\bar{k}}_p = \bar{\Gamma}_p \mathbf{b}_{s1}^T \mathbf{P} \mathbf{e} \mathbf{x}_s^T \\ \dot{\bar{k}}_u = -\bar{\Gamma}_u \mathbf{b}_{s1}^T \mathbf{P} \mathbf{e} u_w \end{cases} \quad (28)$$

将式(15)代入式(28), 得:

$$\begin{cases} \dot{\bar{k}}_p = -\bar{\Gamma}_p \mathbf{b}_{s1}^T \mathbf{P} \mathbf{e} \mathbf{x}_s^T \\ \dot{\bar{k}}_u = \bar{\Gamma}_u \mathbf{b}_{s1}^T \mathbf{P} \mathbf{e} u_w \end{cases} \quad (29)$$

式(29)两边积分得:

$$\begin{cases} \bar{k}_p = - \int_0^t \bar{\Gamma}_p \mathbf{b}_{s1}^T \mathbf{P} \mathbf{e} \mathbf{x}_s^T d\tau + k_{p0} \\ \bar{k}_u = \int_0^t \bar{\Gamma}_u \mathbf{b}_{s1}^T \mathbf{P} \mathbf{e} u_w d\tau + k_{u0} \end{cases} \quad (30)$$

式中: \mathbf{k}_{p0} 为控制器 1×2 维可调参数反馈增益矩阵 \mathbf{k}_p 的初始值; k_{u0} 为控制器 1×1 维可调参数前馈增益矩阵 k_u 的初始值。

式(30)即闭环系统自适应机构的自适应控制律。

将式(25)代入式(24), 可得:

$$\dot{V} = -\mathbf{e}^T \mathbf{Q} \mathbf{e} \leqslant 0 \quad (31)$$

2.3 闭环系统稳定性

由式(18)、式(31)可知, V 正定, 且 \dot{V} 半负定。根据连续时间系统的 Lyapunov 稳定性定理(见附录 B), 可知由式(16)和式(28)描述的闭环系统方程是渐进稳定的, \mathbf{e} 、 \bar{k}_p 、 \bar{k}_u 均是有界的。又因为参考模型是稳定的, 所以 \mathbf{x}_m 是有界的, 则 $\mathbf{x}_s = \mathbf{x}_m + \mathbf{e}$ 是有界的。另外, 由于 \mathbf{x}_s 、 u_w 、 \bar{k}_p 、 \bar{k}_u 均有界, 可知式(32)也是有界的:

$$\begin{cases} \bar{k}_p = \bar{k}_p^* - \bar{k}_p \\ \bar{k}_u = \bar{k}_u^* - \bar{k}_u \end{cases} \quad (32)$$

因为控制输入向量式(10)各分量有界, 所以自适应速度控制系统所有信号有界, 即具有稳定性。

2.4 状态向量收敛性

令:

$$g = \dot{V} = -\mathbf{e}^T \mathbf{Q} \mathbf{e} \quad (33)$$

式(33)对时间求导数, 得:

$$\dot{g} = \ddot{V} = -\dot{\mathbf{e}}^T \mathbf{Q} \mathbf{e} - \mathbf{e}^T \mathbf{Q} \dot{\mathbf{e}} = -2 \mathbf{e}^T \mathbf{Q} \dot{\mathbf{e}} \quad (34)$$

将式(16)代入式(34), 得:

$$\begin{aligned} \dot{g} = \ddot{V} = & -2 \mathbf{e}^T \mathbf{Q} (\mathbf{A}_m \mathbf{e} - \\ & \mathbf{b}_{s1} \bar{k}_p \mathbf{x}_s + \mathbf{b}_{s1} \bar{k}_u u_w) \end{aligned} \quad (35)$$

由于 \mathbf{e} 、 \mathbf{x}_s 、 u_w 、 \bar{k}_p 、 \bar{k}_u 均是有界的, 可知 $\dot{g} = \ddot{V}$ 是一致有界的, 即 g 对时间是一致连续的。因为 $\dot{V} \leq 0$, 所以 V 是递减的; 又因为 $V > 0$, 所以当 t 趋于无穷大时, V 的极限存在, 记为 $V(\infty)$ 。并且:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t g(\tau) d\tau = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \dot{V}(\tau) d\tau = V(\infty) - V(0) \quad (36)$$

式(36)是有界的, 由 Barbalat 引理(见附录 C), 则有:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V}(t) = \\ -\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{e}(t) = 0 \end{aligned} \quad (37)$$

由于 \mathbf{Q} 是对称正定矩阵, 可得:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}(t)\| = 0 \quad (38)$$

即:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}(t) = 0 \quad (39)$$

因此, 自适应速度控制系统状态向量具有收

敛性。

2.5 控制器参数收敛性

式(7)代入式(13)得系统状态广义误差状态空间表达式为

$$\dot{\boldsymbol{e}} = \mathbf{A}_m \boldsymbol{e} + (\mathbf{A}_m - \mathbf{A}_s + \mathbf{b}_{s1} \mathbf{k}_p) \boldsymbol{x}_s + (\mathbf{b}_m - \mathbf{b}_{s1} \mathbf{k}_U) u_w \quad (40)$$

对式(40)取极限,并考虑到式(39)可得:

$$\begin{aligned} & [\mathbf{A}_m - \lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{A}_s - \mathbf{b}_{s1} \mathbf{k}_p)] \boldsymbol{x}_s + \\ & [\mathbf{b}_m - \lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{b}_{s1} \mathbf{k}_U)] u_w = 0 \end{aligned} \quad (41)$$

当 \boldsymbol{x}_s 和 u_w 线性独立时,式(42)成立:

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{A}_s - \mathbf{b}_{s1} \mathbf{k}_p) = \mathbf{A}_m \\ \lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{b}_{s1} \mathbf{k}_U) = \mathbf{b}_m \end{cases} \quad (42)$$

因此,当控制对象状态向量 \boldsymbol{x}_s 和参考输入向量 u_w 线性独立时,自适应速度控制系统具有参数收敛性。

3 仿真算例

按照表1所示的控制对象参数标称值,对控

$$(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_s)^{-1} = \frac{1}{s^2 + \frac{MR_s + BL_q}{ML_q}s + \frac{L_d(L_d - L_q)i_{sd}^2 + L_{md}(2L_d - L_q)i_{sd}i_f + L_{md}^2 i_f^2 + BR_s}{ML_q}} \cdot \begin{bmatrix} s + \frac{B}{M} & -\frac{\tau(L_d i_{sd} + L_{md} i_f)}{\pi L_q} \\ \frac{\pi[(L_d - L_q)i_{sd} + L_{md} i_f]}{\tau M} & s + \frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \quad (44)$$

将式(44)和 \mathbf{b}_{s1} 代入式(43),得:

$$\frac{X_s(s)}{U_1(s)} = \frac{1}{s^2 + \frac{MR_s + BL_q}{ML_q}s + \frac{L_d(L_d - L_q)i_{sd}^2 + L_{md}(2L_d - L_q)i_{sd}i_f + L_{md}^2 i_f^2 + BR_s}{ML_q}} \left[\frac{\frac{1}{L_q} \left(s + \frac{B}{M} \right)}{\frac{\pi[(L_d - L_q)i_{sd} + L_{md} i_f]}{\tau ML_q}} \right] \quad (45)$$

控制对象开环极点为

$$s_{1,2} = \frac{-MR_s - BL_q \pm \sqrt{(MR_s - BL_q)^2 - 4L_d(L_d - L_q)i_{sd}^2ML_q - 4L_{md}(2L_d - L_q)i_{sd}i_fML_q - 4L_{md}^2 i_f^2 ML_q}}{2ML_q} \quad (46)$$

由式(46)及被控对象参数数值范围易知,被控对象有2个不相等的负实数开环极点。设控制对象特征多项式为

制系统进行仿真研究^[11]。

表1 控制对象参数标称值

参数名称	参数值
初级电阻 R_s/Ω	3.475
初级 d 轴电枢反应电感 L_{md}/mH	32.32
初级 d 轴同步电感 L_d/mH	88.47
初级 q 轴同步电感 L_q/mH	58.98
初级 d 轴电流 i_{sd}/A	0
归算到初级侧的次级电流 i_f/A	60
电机极距 τ/mm	48
初级、工作台及工件总质量 M/kg	5
空气摩擦阻力因数 $B/(\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1})$	0.5

3.1 控制对象固有特性

由现代控制理论中线性定常系统传递函数矩阵与状态空间表达式之间转换关系可知控制对象控制输入向量至状态向量的传递函数矩阵为

$$\frac{X_s(s)}{U_1(s)} = (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_s)^{-1} \mathbf{b}_{s1} \quad (43)$$

并且:

$$\left[\begin{array}{c} \frac{1}{L_q} \left(s + \frac{B}{M} \right) \\ \frac{\pi[(L_d - L_q)i_{sd} + L_{md} i_f]}{\tau ML_q} \end{array} \right]$$

$$s^2 + 2\zeta_s \omega_{ns} s + \omega_{ns}^2 \quad (47)$$

对比式(47)和式(45)得出控制对象无阻尼振荡频率 ω_{ns} 和阻尼比 ζ_s 分别为

$$\omega_{ns} = \sqrt{\frac{L_d(L_d - L_q) i_{sd}^2 + L_{md}(2L_d - L_q) i_{sd} i_f + L_{md}^2 i_f^2 + BR_s}{ML_q}} \quad (48)$$

$$\zeta_s = \frac{MR_s + BL_q}{2\sqrt{ML_q [L_d(L_d - L_q) i_{sd}^2 + L_{md}(2L_d - L_q) i_{sd} i_f + L_{md}^2 i_f^2 + BR_s]}} \quad (49)$$

由式(48)、式(49)和被控对象参数数值范围易知,被控对象特征多项式具有小无阻尼振荡频率 ω_{ns} 和大阻尼比 $\zeta_s > 1$ 的特点。

令式(45)中复变量 $s=0$,可得控制输入向量至状态向量的传递函数矩阵的直流增益矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_{s1} = \frac{\mathbf{X}_s(0)}{\mathbf{U}_1(0)} &= \begin{bmatrix} k_{s11} \\ k_{s21} \end{bmatrix} = \\ &\frac{1}{L_d(L_d - L_q) i_{sd}^2 + L_{md}(2L_d - L_q) i_{sd} i_f + L_{md}^2 i_f^2 + BR_s} \cdot \\ &\begin{bmatrix} B \\ \frac{\pi[(L_d - L_q) i_{sd} + L_{md} i_f]}{\tau} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (50)$$

将表1的控制对象参数值代入式(46)、式(48)

$$\mathbf{G}_s(s) = \mathbf{c}_s \frac{\mathbf{X}_s(s)}{\mathbf{U}_1(s)} = \frac{\frac{\pi[(L_d - L_q) i_{sd} + L_{md} i_f]}{\tau ML_q}}{s^2 + \frac{MR_s + BL_q}{ML_q}s + \frac{L_d(L_d - L_q) i_{sd}^2 + L_{md}(2L_d - L_q) i_{sd} i_f + L_{md}^2 i_f^2 + BR_s}{ML_q}} \quad (51)$$

根据表1的控制对象参数标称值计算出矩阵 \mathbf{A}_s 、 \mathbf{b}_{s1} 和 \mathbf{b}_{s2} 的数值,并代入式(5)中的状态方程,得到控制对象状态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{s1} \\ \dot{x}_{s2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -58.918 & -0.502 \\ 25.384 & -0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{s1} \\ x_{s2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 16.955 \\ 0 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ -0.2 \end{bmatrix} u_2 \quad (52)$$

3.2 参考模型确定

令参考模型系数矩阵及状态向量为

$$\mathbf{A}_m = \begin{bmatrix} a_{m11} & a_{m12} \\ a_{m21} & a_{m22} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_s = \begin{bmatrix} a_{s11} & a_{s12} \\ a_{s21} & a_{s22} \end{bmatrix} \quad (53)$$

$$\mathbf{b}_m = \begin{bmatrix} b_{m11} \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{b}_{s1} = \begin{bmatrix} b_{s11} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (54)$$

$$\mathbf{x}_m = \mathbf{x}_s = \begin{bmatrix} i_{sq} \\ v_r \end{bmatrix} \quad (55)$$

其中,系数矩阵 \mathbf{A}_m 、 \mathbf{b}_m 和参考输入向量 u_w 各元素的物理意义与控制对象模型的系数矩阵 \mathbf{A}_s 、 \mathbf{b}_{s1} 和控制输入向量 u_1 对应元素相同。式(53)中

~式(50)计算出控制对象的开环极点 $s_{1,2}$ 、无阻尼振荡频率 ω_{ns} 、阻尼比 ζ_s 和控制输入向量至状态向量的开环增益 k_{s11} 和 k_{s21} ,具体数值如表2所示。

表2 控制对象特性参数

参数名称	参数值
第一个开环极点 s_1	-58.701
第二个开环极点 s_2	-0.318
无阻尼振荡频率 $\omega_{ns}/(\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$	4.318
阻尼比 ζ_s	6.834
开环增益 k_{s11}	0.091
开环增益 k_{s21}	23.085

根据现代控制理论知识,由式(43)和 \mathbf{c}_s 得到控制对象输出至输入的传递函数矩阵为

参考模型系统矩阵 \mathbf{A}_m 第一行第二列元素 a_{m12} 的物理意义是状态变量 x_{m2} 对状态变量 x_{m1} 的状态方程起干扰作用的反电动势扰动量的系数,如果元素 a_{m12} 数值较小或者为零,参考输入变量 u_w 对状态变量 x_{m1} 的控制效果趋向于优良。令式(53)中 $a_{m12}=0$,并将式(53)~式(55)代入式(6)中的状态方程,重写参考模型状态方程得:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{m1} \\ \dot{x}_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{m11} & 0 \\ a_{m21} & a_{m22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{m1} \\ x_{m2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{m11} \\ 0 \end{bmatrix} u_w \quad (56)$$

将式(56)整理成微分方程:

$$\dot{x}_{m1} - a_{m11}x_{m1} = b_{m11}u_w \quad (57)$$

$$\dot{x}_{m2} - a_{m22}x_{m2} = a_{m21}x_{m1} \quad (58)$$

对式(57)和式(58)取拉普拉斯变换并整理成典型比例环节与一阶惯性环节乘积的标准形式传递函数:

$$\frac{X_{m1}(s)}{U_w(s)} = \frac{-\frac{b_{m11}}{a_{m11}}}{-\frac{1}{a_{m11}}s + 1} \quad (59)$$

$$\frac{X_{m2}(s)}{X_{m1}(s)} = \frac{-\frac{a_{m21}}{a_{m22}}}{-\frac{1}{a_{m22}}s + 1} \quad (60)$$

设定参考模型中以上 2 个传递函数同时为

$$\frac{X_{m1}(s)}{U_w(s)} = \frac{K_{m1}}{T_{m1}s + 1} \quad (61)$$

$$\frac{X_{m2}(s)}{X_{m1}(s)} = \frac{K_{m2}}{T_{m2}s + 1} \quad (62)$$

其中: $K_{m1} > 0$; $T_{m1} > 0$; $K_{m2} > 0$; $T_{m2} > 0$ 。

分别对比式(59)与式(61)、式(60)与式(62), 得出:

$$\begin{cases} -\frac{b_{m11}}{a_{m11}} = K_{m1} \\ -\frac{1}{a_{m11}} = T_{m1} \\ -\frac{a_{m21}}{a_{m22}} = K_{m2} \\ -\frac{1}{a_{m22}} = T_{m2} \end{cases} \quad (63)$$

解方程组式(63)得:

$$\begin{cases} b_{m11} = \frac{K_{m1}}{T_{m1}} \\ a_{m11} = -\frac{1}{T_{m1}} \\ a_{m21} = \frac{K_{m2}}{T_{m2}} \\ a_{m22} = -\frac{1}{T_{m2}} \end{cases} \quad (64)$$

式(59)和式(60)两端分别相乘得状态变量 x_{m2} 至参考输入变量 u_w 的传递函数:

$$\frac{X_{m2}(s)}{U_w(s)} = \frac{K_{m1}K_{m2}}{T_{m1}T_{m2}s^2 + (T_{m1} + T_{m2})s + 1} \quad (65)$$

设定 $K_{m1} = k_{s11} = 0.091$, $T_{m1} = 0.001$, $K_{m2} = k_{s21}/k_{s11} = 253.841$, $T_{m2} = 0.1$, 分别代入式(64)计算出参考模型系数矩阵元素值, 代入式(56)得到参考模型状态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{m1} \\ \dot{x}_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1000 & 0 \\ 2538.4 & -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{m1} \\ x_{m2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 90.942 \\ 0 \end{bmatrix} u_w \quad (66)$$

由参考模型状态方程式(66), 参考输入变量

u_w 至状态变量 x_{m1} 的传递函数式(59), 参考输入变量 u_w 至状态变量 x_{m2} 的传递函数式(65), 并参照式(46)~式(50), 同理可计算出参考模型的开环极点 s_{m1}, s_{m2} 、无阻尼振荡频率 ω_{nm} 、阻尼比 ζ_m 和参考输入向量至状态向量的开环增益 k_{m1} 和 k_{m2} , 具体数值如表 3 所示。

表 3 参考模型特性参数

参数名称	参数值
第一个开环极点 s_{m1}	-1 000
第二个开环极点 s_{m2}	-10
无阻尼振荡频率 $\omega_{nm}/(\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$	100
阻尼比 ζ_m	5.05
开环增益 k_{m1}	0.091
开环增益 k_{m2}	23.085

3.3 自适应律计算

首先计算控制器反馈增益矩阵初始值 \mathbf{k}_{p0} 和前馈增益矩阵初始值 \mathbf{k}_{u0} , 设定增益矩阵初始值等于控制对象模型与参考模型匹配时的矩阵值, 即:

$$\begin{cases} \mathbf{k}_{p0} = \mathbf{k}_p^* \\ \mathbf{k}_{u0} = \mathbf{k}_u^* \end{cases} \quad (67)$$

则式(9)可变化为

$$\begin{cases} \mathbf{b}_{s1}\mathbf{k}_p^* = \mathbf{A}_s - \mathbf{A}_m \\ \mathbf{b}_{s1}\mathbf{k}_u^* = \mathbf{b}_m \end{cases} \quad (68)$$

由于 \mathbf{b}_{s1} 是 2×1 维长方矩阵, 要用其左伪逆求解式(68)中的 \mathbf{k}_p^* 和 \mathbf{k}_u^* 。由于 $\mathbf{b}_{s1}^T \mathbf{b}_{s1}$ 非奇异, 从而 \mathbf{b}_{s1} 的左伪逆存在记为 \mathbf{b}_{s1}^\dagger , 根据左伪逆的定义得:

$$\mathbf{b}_{s1}^\dagger = (\mathbf{b}_{s1}^T \mathbf{b}_{s1})^{-1} \mathbf{b}_{s1}^T \quad (69)$$

由式(69)和式(68)得:

$$\begin{cases} \mathbf{k}_p^* = \mathbf{b}_{s1}^\dagger (\mathbf{A}_s - \mathbf{A}_m) \\ \mathbf{k}_u^* = \mathbf{b}_{s1}^\dagger \mathbf{b}_m \end{cases} \quad (70)$$

综合式(67)、式(70)、式(69)、式(52)中的 \mathbf{A}_s 、式(66)中的 \mathbf{A}_m 和 \mathbf{b}_m , 计算得:

$$\begin{cases} \mathbf{k}_{p0} = [55.505 \quad -0.03] \\ \mathbf{k}_{u0} = 5.364 \end{cases} \quad (71)$$

为了计算正定矩阵 \mathbf{P} , 设定 \mathbf{Q} 为单位矩阵求解式(17)得:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0.32 & 0.126 \\ 0.126 & 0.05 \end{bmatrix} \quad (72)$$

取对称正定常数矩阵 $\mathbf{\Gamma}_p$ 和 $\mathbf{\Gamma}_u$ 为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Gamma}_P = [1] \\ \boldsymbol{\Gamma}_U = [1] \end{cases} \quad (73)$$

将式(71)~式(73)及式(52)中的 b_{s1} 代入式(30), 可得自适应律解析计算式为

$$\begin{cases} k_p = - \int_0^t \begin{bmatrix} 5.417 \\ 2.131 \end{bmatrix}^T e x_s^T d\tau + \begin{bmatrix} 55.505 \\ -0.03 \end{bmatrix}^T \\ k_u = \int_0^t \begin{bmatrix} 5.417 \\ 2.131 \end{bmatrix}^T e u_w d\tau + 5.364 \end{cases} \quad (74)$$

3.4 开环系统仿真

令控制对象控制输入等于参考输入, 即 $u_1 = u_w$; 直线速度给定输入 u'_w 为一个阶跃给定信号, 在 1 s 时刻 $u'_w = 1$ m/s; 给定输入至参考输入之间为一个具有确定常数 $1/k_{m2}$ 的比例环节, 参考输入等于给定输入乘以比例环节 $1/k_{m2}$, 即 $u_w = u'_w / k_{m2}$ 。设定负载输入 $u_2 = 0$, 即设定为空载状态。设定仿真步长为 1 μs, 仿真时长为 25 s, 数值积分方法采用欧拉法。经过计算机数值仿真计算, 得到参考模型与控制对象的状态变量 x_{m1} 、 x_{m2} 和 x_{s1} 、 x_{s2} 时域响应曲线。状态变量 x_{m1} 和 x_{s1} 时域响应曲线如图 3(a) 所示。图 3(a) 中纵坐标不加区别地标识 i_{sq} 用以表明参考模型和控制对象的第一个状态变量代表 EELSM 初级 q 轴电流。状态变量 x_{m2} 和 x_{s2} 时域响应曲线如图 3(b) 所示。图 3(b) 中纵坐标不加区别地标识 v_r 用以表明参考模型和控制对象的第二个状态变量代表 EELSM 直线机械速度^[12]。

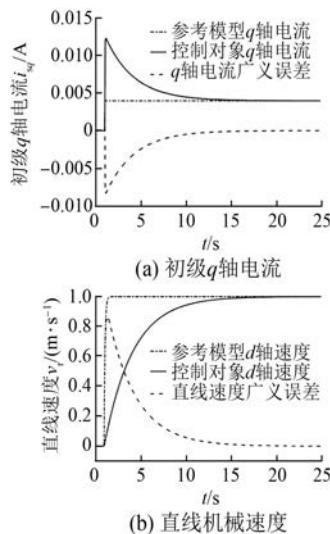


图 3 开环系统时域阶跃响应曲线

3.5 模型跟随控制器仿真

令可调参数模型跟随控制器的参数保持固定不变, $k_p = k_p^*$, $k_u = k_u^*$ 。数值仿真计算参考模型与控制对象的状态变量时域阶跃响应曲线, 仿真时长设定为 70 s, 其他仿真参数的设定与开环系统仿真时相同, 状态变量时域响应曲线如图 4 所示。

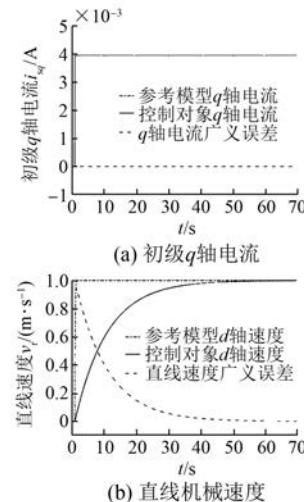


图 4 模型跟随控制器系统时域阶跃响应曲线

3.6 自适应控制器仿真

令可调参数模型跟随控制器的参数按照自适应控制律调整, 设定控制器可调参数初始值为其模型匹配值, 即 $k_{p0} = k_p^*$, $k_{u0} = k_u^*$ 。自适应律对称正定常数矩阵 $\boldsymbol{\Gamma}_P$ 和 $\boldsymbol{\Gamma}_U$ 取 $\boldsymbol{\Gamma}_P = 1$, $\boldsymbol{\Gamma}_U = 1$ 。数值仿真计算参考模型与控制对象的状态变量时域阶跃响应曲线, 仿真时长设定为 40 s, 其他仿真参数的设定与前文一致, 状态变量时域响应曲线如图 5 所示。

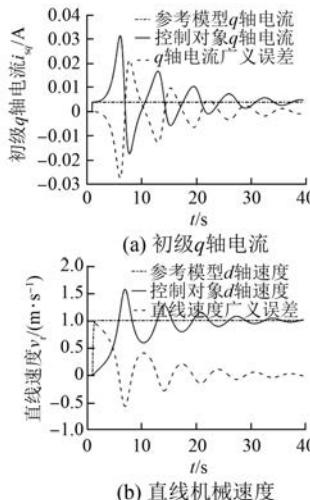


图 5 自适应控制系统时域阶跃响应曲线

为了改善自适应系统的速度响应动态性能,更改设定控制器可调参数初始值 k_{p0}, k_{u0} ;重新选取自适应律对称正定常数矩阵 Γ_p, Γ_u ;变更设定对称正定常数矩阵 Q 。数值仿真计算得到参考模型与控制对象的直线速度时域阶跃响应曲线如图 6 所示。

图 6(a)是选取自适应控制律对称正定常数矩阵为 $\Gamma_p = 10, \Gamma_u = 1$, 其他仿真参数不变得到的直线速度响应曲线;图 6(b)是选取自适应控制律对称正定常数矩阵为 $\Gamma_p = 100, \Gamma_u = 1$, 其他仿真参数不变得到的直线速度响应曲线;图 6(c)是选取自适应控制律对称正定常数矩阵为 $\Gamma_p = 1\,000, \Gamma_u = 1$, 其他仿真参数不变得到的直线速度响应曲

线;图 6(d)是选取自适应控制律对称正定常数矩阵为 $\Gamma_p = 1, \Gamma_u = 100\,000$, 其他仿真参数不变得到的直线速度响应曲线;图 6(e)是设定控制器可调参数为 $k_{p0} = [0 \ 0], k_{u0} = 0$, 其他仿真参数不变得到的直线速度响应曲线;图 6(f)是选取对称正定常数矩阵为 $Q = 100I$, 其他仿真参数不变得到的直线速度响应曲线。

考虑到 EELSM 在数控机床行业的应用,根据其工艺要求,最佳机械速度时域响应曲线见图 6(d),速度响应无超调,调节时间最短。对应的最佳参数为 $\Gamma_p = 1, \Gamma_u = 100\,000, k_{p0} = [0 \ 0], k_{u0} = 0, Q = I$ 。

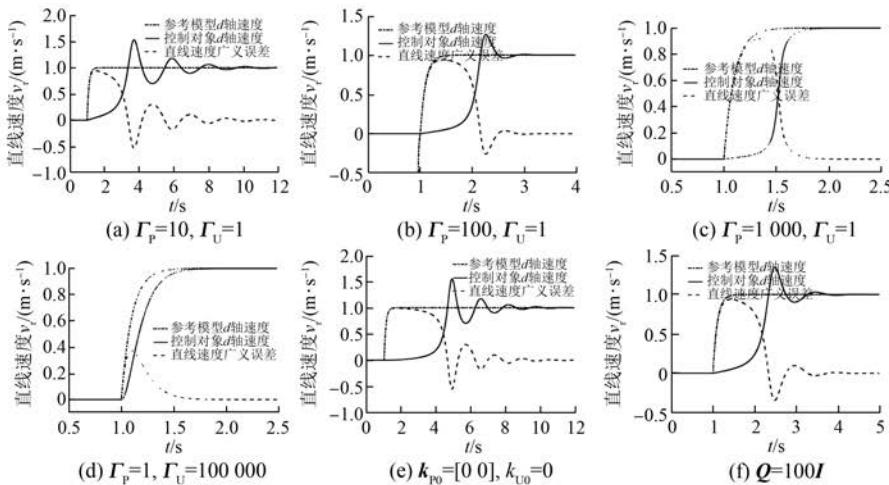


图 6 直线机械速度时域阶跃响应曲线

4 结语

针对 EELSM 多变量、非线性、强耦合的特点,将 EELSM 连续时间状态空间表达式数学模型划分为电磁、机电、机械子系统 3 个子系统,在机电子系统中巧妙地把电磁子系统的状态变量归并参数矩阵中作为时变参数处理,适合自适应控制器设定的需要。以机电子系统为控制对象,设计了基于参考模型的速度跟踪控制器,基于 Lyapunov 稳定性理论设计的自适应控制律在线调整速度跟踪控制器的可调参数,在保证全局收敛性的同时使广义速度误差趋近于零。基于欧拉数值积分方法的计算机仿真分析验证了该速度控制系统的稳定性与收敛性,同时也表明了速度控制器可调参数初始值 k_{p0} 和 k_{u0} 的选取、自适应控制律的对称

正定常数矩阵 Γ_p 和 Γ_u 设定以及与 Lyapunov 函数有关的对称正定常数矩阵 Q 的确定影响自适应速度控制系统的时域响应曲线的动态特性。

【参考文献】

- [1] 张扬名,闫鹏.线性电机伺服系统的自适应鲁棒控制[J].控制理论与应用,2015,32(3): 287.
- [2] 鲁文其,胡育文,梁骄雁,等.永磁同步电机伺服系统抗扰动自适应控制[J].中国电机工程学报,2011,31(3): 75.
- [3] NGUYEN A T, RAFAQ M S, CHOI H H, et al. A model reference adaptive control based speed controller for a surface-mounted permanent magnet synchronous motor drive [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(12): 9399.
- [4] 付培华,陈振,丛炳龙,等.基于反步自适应滑模控制的永磁同步电机位置伺服系统[J].电工技术学

- 报,2013,28(9): 288.
- [5] 卢涛,于海生,山炳强,等.永磁同步电机伺服系统的自适应滑模最大转矩/电流控制[J].控制理论与应用,2015,32(2): 251.
- [6] 邹权,钱林方,蒋清山.永磁同步电机伺服系统的自适应模糊滑模控制[J].控制理论与应用,2015,32(6): 817.
- [7] TEJA A V R, CHAKRABORTY C, MAITI S, et al. A new model reference adaptive controller for four quadrant vector controlled induction motor drives[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2012, 59(10): 3757.
- [8] 王高林,杨荣峰,于泳,等.无速度传感器异步电机转子磁场定向自适应鲁棒控制[J].电工技术学报,2010,25(10): 73.
- [9] TEJA A V R, VERMA V, CHAKRABORTY C. A new formulation of reactive-power-based model reference adaptive system for sensorless induction motor drive [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015, 62(11): 6797.
- [10] 柴天佑,岳恒.自适应控制[M].北京:清华大学出版社,2016.
- [11] 胡寿松.自动控制原理[M].7版.北京:科学出版社,2019.
- [12] 庞中华,崔红.系统辨识与自适应控制 MATLAB 仿真[M].3版.北京:北京航空航天大学出版社,2017.

附录 主要定理与引理

附录 A 线性定常系统 Lyapunov 稳定性定理

对于连续时间线性定常系统:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (A1)$$

其中:平衡状态 $\mathbf{x}_e = 0$, 系统渐进稳定的充分必要条件是对任意给定的对称正定矩阵 \mathbf{Q} , 存在一个对称正定矩阵 \mathbf{P} , 是矩阵方程的唯一解。矩阵方程如下:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} = -\mathbf{Q} \quad (A2)$$

并且就是系统式(A1)的 Lyapunov 函数, 方程式(A2)称为 Lyapunov 方程。

附录 B 非线性系统 Lyapunov 稳定性定理

对于原点 $\mathbf{x}_e = 0$ 为平衡点的非线性动态系统:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) \\ \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{0}, \forall t \end{cases} \quad (B1)$$

如果:

- (1) 存在正定函数 $V(t)$;
- (2) $\dot{V}(t)$ 是半负定函数。

则平衡状态 $\mathbf{x}_e = 0$ 是稳定的。

附录 C Barbalat 引理

对于函数 $g(t): R_+ \rightarrow R$, 如果 $g(t)$ 一致连续且 $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t g(\tau) d\tau$ 存在且有界, 那么 $\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = 0$ 。



《电机与控制应用》新网站启用

为了更好地服务于作者和读者,《电机与控制应用》建设了新的网站。服务升级,内容丰富,域名不变,仍为 www.motor-abc.cn。

新网站设有网刊系统。2018 年至今《电机与控制应用》发表的所有论文均可通过该系统检索、阅读、下载。

新网站同时开通了移动版。关注《电机与控制应用》微信公众号 (djykzyy), 即可在移动端阅读最新论文、查询稿件处理状态,并可登录投稿系统进行其他操作。

请扫码关注《电机与控制应用》微信公众号:

