

基于协同控制理论的新型电子差速控制器设计^{*}

王 硕¹, 张光德¹, 马 强², 李华鑫¹

(1. 武汉科技大学 汽车与交通工程学院, 湖北 武汉 430065;

2. 湖北文理学院 汽车与交通工程学院, 湖北 襄阳 441053)

摘 要: 传统滑模控制容易发生抖振, 影响了轮毂电机驱动电动汽车差速控制系统的稳定性。针对整车八自由度动力学模型, 提出了一种基于协同控制理论的新型电子差速控制器设计方法, 解决了控制过程中的抖振现象。该方法以转矩为控制目标, 通过构造关于滑移率的广义变量使其以指数形式收敛于最优滑移率处。MATLAB/Simulink 仿真结果表明, 该新型电子差速控制器具有动态响应快、平滑、稳态特性良好等优点。

关键词: 轮毂电机; 电子差速控制系统; 协同控制理论; 滑移率; 无抖振

中图分类号: U 469.72 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-6540(2020)05-0080-05

doi: 10.12177/emca.2020.026

Design of New Electronic Differential Controller Based on Synergetic Control Theory^{*}

WANG Shuo¹, ZHANG Guangde¹, MA Qiang², LI Huaxin¹

(1. School of Automobile and Traffic Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430065, China;

2. School of Automotive and Traffic Engineering, Hubei University of Arts and Science, Xiangyang 441053, China)

Abstract: Traditional sliding mode control is prone to chattering, which affects the stability of the differential control system of electric vehicle driven by in-wheel motor. A new electronic differential controller design method based on synergetic control theory is proposed for the vehicle's eight-degree-of-freedom dynamic model to solve the chattering phenomenon in the control process. This method takes torque as the control target, and by constructing a generalized variable about the slip ratio, the controller converges exponentially to the optimal slip ratio point. The MATLAB/Simulink simulation results show that the new electronic differential controller has the advantages of fast dynamic response, smoothness, and good steady-state characteristics.

Key words: in-wheel motor; electrical differential control system; synergetic control theory; slip ratio; chattering-free

0 引 言

4 个驱动转矩独立可控的轮毂电机分别内置于 4 个车轮的汽车, 可通过协调控制各个车轮转速来实现转向差速的目的, 但电子差速系统具有

较强的非线性特性, 如果不加以有效的控制, 则难以达到最佳的转向差速效果^[1]。文献[2-4]设计了基于滑模变结构控制算法的电子差速控制器, 能将车轮滑移率控制在最优滑移率值附近, 取得了较好的差速效果, 但控制过程存在抖振, 影响了

收稿日期: 2020-03-05; 收到修改稿日期: 2020-04-07

^{*} 基金项目: 国家自然科学基金青年基金项目(51307047); 湖北省高等学校优秀中青年科技创新团队计划项目(T201815)

作者简介: 王 硕(1995—), 男, 硕士研究生, 研究方向为电动轮汽车驱动电机控制技术。

张光德(1964—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为汽车节能与安全技术。

马 强(1981—), 男, 博士, 硕士生导师, 研究方向为控制理论及其在电机驱动中的应用。(通信作者)

差速控制系统的稳定性。

针对传统滑模控制(SMC)过程中存在的抖振现象,本文提出一种基于协同控制理论的新型电子差速控制器设计方法,并证明了该方法的有效性。MATLAB/Simulink 仿真结果表明,该新型电子差速控制器具有动态响应快、平滑、稳态特性良好等优点。

1 整车动力学模型

1.1 八自由度整车模型

不失一般性,仅考虑车辆转向时的动态特性,建立包括四轮旋转、整车纵向、横向、横摆、侧倾的八自由度整车模型^[5]。基于整车动力学模型进行受力和力矩平衡分析,可得如下方程:

纵向动力学方程为

$$m(\dot{v}_x - v_y\gamma) = F_{xfl}\cos\delta_1 + F_{xfr}\cos\delta_2 - F_{yfl}\sin\delta_1 - F_{yfr}\sin\delta_2 + F_{xrl} + F_{xrr} - F_w - F_f \quad (1)$$

横向动力学方程为

$$m(\dot{v}_y + v_x\gamma) = F_{yfl}\cos\delta_1 + F_{yfr}\cos\delta_2 + F_{xfl}\sin\delta_1 + F_{xfr}\sin\delta_2 + F_{yrl} + F_{yrr} \quad (2)$$

横摆动力学方程为

$$I_z\dot{\gamma} = a(F_{yfl}\cos\delta_1 + F_{yfr}\cos\delta_2 + F_{xfl}\sin\delta_1 + F_{xfr}\sin\delta_2) + (t_{w1}/2)(F_{xfr}\cos\delta_2 - F_{yfr}\sin\delta_2 - F_{xfl}\cos\delta_1 + F_{yfl}\sin\delta_1) - b(F_{yrl} + F_{yrr}) + (t_{w2}/2)(F_{xrr} - F_{xrl}) \quad (3)$$

侧倾动力学方程为

$$I_x \frac{d\phi}{dt} - m_s h_s (\dot{v}_y + v_x\gamma) = m_s g h_s \sin\phi - (K_f + K_r)\phi - C_{phi}\dot{\phi} \quad (4)$$

各轮旋转运动的力矩平衡方程为

$$T_{ti} - F_{xi}R = J_w \cdot \frac{d\omega_i}{dt} \quad (5)$$

式中: m 、 m_s 分别为车辆总质量和悬架质量; v_x 、 v_y 分别为车辆纵、横向速度; γ 、 ϕ 、 β 分别为车辆横摆角速度、侧倾角、质心侧偏角; δ_1 、 δ_2 为左、右前轮转角; h_s 为车辆静止时车辆质心至侧倾中心的距离; F_w 为空气阻力; F_f 为滚动阻力; R 为车轮半径; F_{xi} 、 F_{yi} 、 T_{ti} 为各轮纵向、横向和转矩; t_{w1} 、 t_{w2} 为前、后轮距; g 为重力加速度; a 、 b 是质心至前、后轴的距离; K_f 、 K_r 为前、后悬架侧倾角刚度; C_{phi} 为悬架侧倾总阻尼; I_x 、 I_z 分别为车辆绕 x 轴和绕 z 轴的

转动惯量; J_w 为车轮转动惯量; ω_i 为各轮角速度, $i=fl,fr,rl,rr$ 。

1.2 轮胎模型

因为 Dugoff 轮胎模型比较真实地拟合了轮胎实际的运转状态^[6],所以本文选用 Dugoff 轮胎模型。

Dugoff 轮胎模型的纵、横向动力学方程为

$$\begin{cases} F_x = C_s \cdot s \cdot f(\xi)/(1+s) \\ F_y = C_\alpha \cdot \tan(\alpha) \cdot f(\xi)/(1+s) \end{cases} \quad (6)$$

$$f(\xi) = \begin{cases} \xi(2-\xi), & \xi < 1 \\ 1, & \xi \geq 1 \end{cases} \quad (7)$$

$$\xi = \frac{\mu \cdot F_z \cdot (1+s)}{2\sqrt{(C_s \cdot s)^2 + (C_\alpha \cdot \tan\alpha)^2}} \quad (8)$$

式中: C_s 、 C_α 为轮胎纵、横向刚度; s 为滑移率; α 为侧偏角; μ 为地面峰值附着系数; F_x 、 F_y 、 F_z 为轮胎纵向力、横向力、垂向力。

轮胎的垂向动力学方程为

$$\begin{cases} F_{zfl} = \frac{m[g \cdot b - h_g \cdot (\dot{v}_x - v_y\gamma)]}{2l} - \frac{m \cdot h_g \cdot b(\dot{v}_y + v_x\gamma)}{l \cdot t_{w1}} + \frac{K_f \cdot m_s(\dot{v}_y + g \cdot h_s \cdot \phi)}{(K_f + K_r) \cdot t_{w1}} \\ F_{zfr} = \frac{m[g \cdot b - h_g \cdot (\dot{v}_x - v_y\gamma)]}{2l} + \frac{m \cdot h_g \cdot b(\dot{v}_y + v_x\gamma)}{l \cdot t_{w1}} - \frac{K_f \cdot m_s(\dot{v}_y + g \cdot h_s \cdot \phi)}{(K_f + K_r) \cdot t_{w1}} \\ F_{zrl} = \frac{m[g \cdot a + h_g \cdot (\dot{v}_x - v_y\gamma)]}{2l} - \frac{m \cdot h_g \cdot a(\dot{v}_y + v_x\gamma)}{l \cdot t_{w2}} + \frac{K_r \cdot m_s(\dot{v}_y + g \cdot h_s \cdot \phi)}{(K_f + K_r) \cdot t_{w2}} \\ F_{zrr} = \frac{m[g \cdot a + h_g \cdot (\dot{v}_x - v_y\gamma)]}{2l} + \frac{m \cdot h_g \cdot a(\dot{v}_y + v_x\gamma)}{l \cdot t_{w2}} - \frac{K_r \cdot m_s(\dot{v}_y + g \cdot h_s \cdot \phi)}{(K_f + K_r) \cdot t_{w2}} \end{cases} \quad (9)$$

式中: h_g 为车辆静止时车辆质心至地面的距离; l 为轴距。

轮胎轮心纵向速度方程为

$$\begin{cases} v_{xfl} = (v_x - t_{w1} \cdot \gamma/2)\cos\delta_1 + (v_y + a \cdot \gamma)\sin\delta_1 \\ v_{xfr} = (v_x + t_{w1} \cdot \gamma/2)\cos\delta_2 + (v_y + a \cdot \gamma)\sin\delta_2 \\ v_{xrl} = v_x - t_{w2} \cdot \gamma/2 \\ v_{xrr} = v_x + t_{w2} \cdot \gamma/2 \end{cases} \quad (10)$$

式中: v_{xi} 为各轮轮心纵向速度。

由阿克曼转向原理可知, 左、右前轮的转向角表达式^[7]为

$$\begin{cases} \delta_1 = \arctan \frac{2l \cdot \tan \delta}{2l - t_{w1} \cdot \tan \delta} \\ \delta_2 = \arctan \frac{2l \cdot \tan \delta}{2l + t_{w1} \cdot \tan \delta} \end{cases} \quad (11)$$

其中: δ 为方向盘转角, 当 $\delta > 0$, 车辆左转; 当 $\delta < 0$, 车辆右转; 当 $\delta = 0$, 车辆直行。

滑移率方程为

$$s_i = \begin{cases} (\omega_i R - v_{xi}) / \omega_i R, \omega_i R > v_{xi} \\ (v_{xi} - \omega_i R) / v_{xi}, \omega_i R < v_{xi} \end{cases} \quad (12)$$

Burckhardt 等^[8]绘制了 6 种典型路面下轮胎滑移率与路面附着系数的曲线。其中, 鹅卵石路面和湿沥青路面的轮胎滑移率与路面附着系数曲线如图 1 所示。

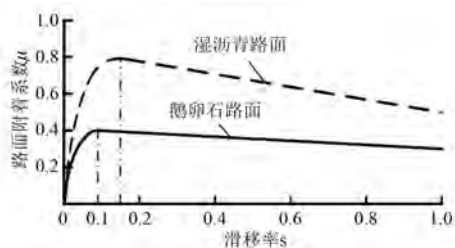


图 1 鹅卵石路面和湿沥青路面的轮胎滑移率与路面附着系数曲线

1.3 轮毂电机模型

本文采用外转子无刷直流电机作为轮毂电机。为了便于分析, 假定轮毂电机的驱动电路呈三相全桥式星型连接, 电磁部分的磁路为线性, 三相绕组均一致, 电感不随位置的变化而变化, 各相反电动势呈理想梯形波, 且全桥式驱动电路具有理想的开关特性, 则轮毂电机的数学模型如下:

电压方程为

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L - M & 0 & 0 \\ 0 & L - M & 0 \\ 0 & 0 & L - M \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中: u_a, u_b, u_c 为三相定子电压; R 为定子电阻; i_a, i_b, i_c 为三相定子相电流; L 为定子电感; M 为定子之间的互感; e_a, e_b, e_c 为三相定子反电动势。

电磁转矩方程为

$$T_e = \frac{e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c}{\omega} \quad (14)$$

式中: T_e 为电磁转矩; ω 为转子机械角速度。

机械运动方程为

$$J \frac{d\omega}{dt} = T_e - T_L - B\omega \quad (15)$$

式中: J 为转子转动惯量; T_L 为电机外部负载转矩; B 为黏滞摩擦因数。

无刷直流电机转矩输出动态响应比车轮的动态响应快, 因此在进行转矩控制时, 通过对电机的数学模型进行转换和拉氏变换。轮毂电机模型可简化成传递函数, 表达式^[9]为

$$G(s) = \frac{T_l}{T_l^*} = \frac{1}{2\zeta^2 s^2 + 2\zeta s + 1} \quad (16)$$

式中: T_l 为各轮毂电机实际转矩; T_l^* 为电子差速控制器输出的各轮目标转矩; ζ 为阻尼比, 与电机内部参数有关。

2 电子差速控制器设计

2.1 协同控制理论

协同控制理论是一种解决系统非线性问题的控制方法^[10], 具有降价和解耦的特点, 适用于控制高阶非线性系统。该理论通过系统状态变量构造广义变量, 然后推导出广义变量, 能够满足系统约束条件下的控制律, 最终达到控制的目的。

定义非线性微分方程为

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x, t, u) \quad (17)$$

式中: $x(t)$ 为系统状态; f 为非线性函数; u 为系统输入。

令广义函数为

$$\psi = g(x) \quad (18)$$

针对非线性系统的控制等价于控制系统输入 u , 使得广义函数 ψ 稳定在零附近。

定义满足广义变量 $\psi = 0$ 的动态方程为

$$\frac{d\psi}{dt} + T\psi = 0 \quad (19)$$

式中: T 为协同运动系数, 且 $T > 0$, 该系数决定了

广义变量的收敛快慢。

求解式(19)得:

$$\psi(t) = \psi(0)e^{-Tt} \quad (20)$$

根据高等数学和自动控制原理可知,当 $t = 4/T$ 时, $\psi(4/T) = 0.0183\psi(0)$, 同时考虑到初始时刻的广义变量一般接近零, 即 $\psi(0) \approx 0$, 因此 $\psi(4/T) \approx 0$ 。为了达到快速性要求, 可以设置 T 为较大的数值, 此时 $t = 4/T$ 就是一个比较小的时间, 即广义变量 $\psi(t)$ 在短时间内趋于零, 此时等价于被控系统达到稳态。

求广义变量 ψ 对时间 t 的导数为

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{d\psi}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \quad (21)$$

联立式(17)、式(19)、式(21)得:

$$\frac{d\psi}{dx} f(x, t, u) + T\psi = 0 \quad (22)$$

通过式(22)并结合系统自身状态变量可求解出系统的控制律 u 。

2.2 电子差速协同控制器

令各轮的实际滑移率 s_i 与相应的最优滑移率 s_{opti} 的误差为广义变量 ψ_i , 即:

$$\psi_i = s_i - s_{opti} \quad (23)$$

则:

$$\frac{d\psi_i}{dt} = \dot{s}_i \quad (24)$$

对式(12)求导得:

$$\dot{s}_i = \begin{cases} \frac{\dot{\omega}_i R(1-s_i) - \dot{v}_{xi}}{\omega_i R}, & \omega_i R > v_{xi} \\ \frac{\dot{v}_{xi}(1-s_i) - \dot{\omega}_i R}{v_{xi}}, & \omega_i R < v_{xi} \end{cases} \quad (25)$$

联立式(5)、式(19)、式(24)、式(25)并整理得各轮目标转矩的协同控制律:

$$T_i^* = \begin{cases} \frac{J_w}{1-s_i} \left(\frac{\dot{v}_{xi}}{R} - T_i \cdot \omega_i \cdot \psi_i \right) + F_{xi} R, & \omega_i R > v_{xi} \\ \frac{J_w}{R} [\dot{v}_{xi}(1-s_i) + T_i \cdot v_{xi} \cdot \psi_i] + F_{xi} R, & \omega_i R < v_{xi} \end{cases} \quad (26)$$

3 仿真试验与分析

鉴于上述设计, 通过 MATLAB/Simulink 工具箱搭建仿真模型, 并采用对接路面工况和低附着路面工况对基于协同控制理论的新型电子差速控

制器与电子差速传统 SMC 作对比试验, 仿真车辆的主要参数如表 1 所示。采用文献[11]中的无刷直流电机作为轮毂电机, 电机的主要参数如表 2 所示。设定仿真车辆初始车速为 5 m/s, 方向盘转角为 40°。

表 1 仿真车辆的主要参数

参数名称	参数值
车辆总质量 m/kg	1 350
悬架质量 m_s/kg	1 100
轮胎半径 R/m	0.289
车辆质心高 h_g/m	0.55
前、后轮距 $t_{w1}, t_{w2}/\text{m}$	1.516, 1.516
车轮转动惯量 $J_w/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	2.5
车辆绕 z 轴的转动惯量 $I_z/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	1 523
质心至前、后轴的距离 $a, b/\text{m}$	1.157, 1.453
悬架质量绕 x 轴的转动惯量 $I_x/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	606
前、后悬架侧倾角刚度 $K_f, K_r/(\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1})$	38 400, 31 240

表 2 电机的主要参数

参数名称	参数值
定子电阻 R/Ω	0.11
定子电感 L/mH	59.6
转子转动惯量 $J/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.05

3.1 对接路面

仿真时间设定为 10 s, 路面工况设置为, 车辆在鹅卵石路面上行驶, 5 s 时进入湿沥青路面。

2 种控制器下的四轮滑移率和转矩曲线如图 2~图 5 所示。

从图 2、图 3 可以看出, 相比电子差速传统 SMC, 电子差速协同控制器四轮滑移率收敛至最优值的速度更快且平滑, 无抖振波纹。

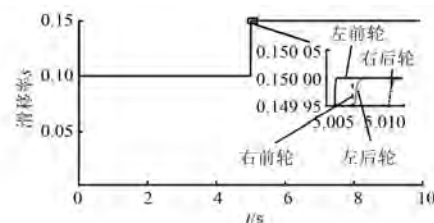


图 2 协同控制器四轮滑移率曲线

从图 4、图 5 可以看出, 协同控制器转矩无波动, 而传统 SMC 转矩波动明显, 说明协同控制器具有良好的稳态特性。

3.2 低附着路面

仿真时间设定为 5 s, 路面工况设置为鹅卵石

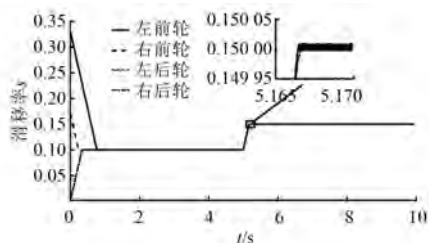


图3 传统 SMC 四轮滑移率曲线

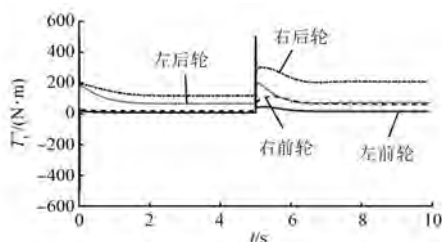


图4 协同控制器转矩曲线

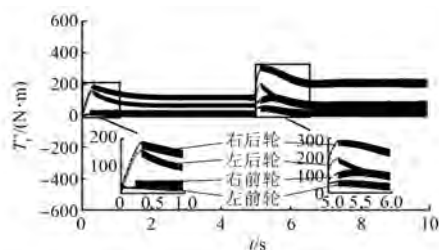


图5 传统 SMC 转矩曲线

路面。

2 种控制器下的横摆角速度和车辆行驶轨迹曲线图如图 6、图 7 所示。

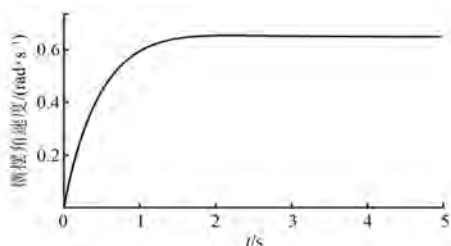


图6 横摆角速度曲线

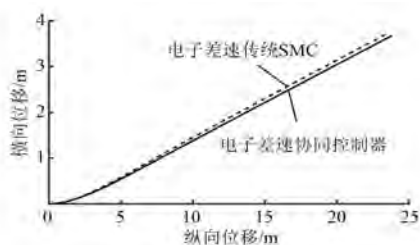


图7 车辆行驶轨迹

从图 6 可以看出,横摆角速度很快收敛至稳态,且无超调,降低了车辆产生侧向滑动或翻车的风险。从图 7 可以看出,电子差速协同控制车辆的横向侧滑距离较小,有利于车辆稳定行驶。

4 结 语

本文针对传统 SMC 发生抖振的问题,基于整车八自由度动力学模型提出了一种基于协同控制理论的新型电子差速控制器设计方法。通过 MATLAB/Simulink 工具箱搭建了仿真模型并在不同工况下对基于协同控制理论的新型电子差速控制器与电子差速传统 SMC 做了对比试验。结果表明,基于协同控制理论的新型电子差速控制器具有动态响应快、平滑、稳态特性良好等优点。

【参考文献】

- [1] 张多,刘国海,赵文祥,等.电动汽车多电机独立驱动技术研究综述[J].汽车技术,2015(10): 1.
- [2] 赵艳娥,张建武.轮毂电机驱动电动汽车电子差速系统研究[J].系统仿真学报,2008,20(18): 4767.
- [3] 陈世虎.轮毂电机驱动电动汽车差速及滑移率控制研究[D].重庆:重庆大学,2018.
- [4] 郭烈,葛平淑,孙大川,等.分布式驱动电动汽车紧急工况下稳定性控制[J].华中科技大学学报(自然科学版),2020,48(1): 60.
- [5] 郭孔辉.汽车操纵动力学原理[M].南京:江苏科学技术出版社,2011.
- [6] DUGOFF H, FANCHER P, SEGEL L. An analysis of tire traction properties and their influence on vehicle dynamic performance [C]//International Automobile Safety Conference, 1970.
- [7] MITCHELL W C, STANFORTH A, SCOTT I. Analysis of Ackermann steering geometry [C]//Motorsports Engineering Conference & Exposition, 2006.
- [8] BURCKHARDT M, REIMPELL J. Fahrwerktechnik: Radschlupf-Regelsysteme [M]. Würzburg: Vogel Verlag, 1993.
- [9] TAHAMI F, KAZEMI R, FARHANGHI S. A novel driver assist stability system for all-wheel-drive electric vehicles [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2003, 52(3): 683.
- [10] KOLESNIKOV A A. Introduction of synergetic control [C]//2014 American Control Conference, 2014.
- [11] 张春初.四轮轮毂电机驱动电动汽车转向工况转矩分配方法研究[D].大连:大连理工大学,2016.