

# 基于继电反馈的被控对象特征参数研究

闫 墨<sup>1</sup>, 张立广<sup>1</sup>, 李红楠<sup>2</sup>, 刘 颖<sup>1</sup>, 严宇欣<sup>1</sup>

(1. 西安工业大学 电子信息工程学院, 陕西 西安 710021;  
2. 大连长丰实业总公司航丰公司, 辽宁 大连 116038)

**摘要:**为了更好地整定 PID 控制器,需要获取被控对象准确的模型信息,由于继电反馈时 Z-N 整定规则的计算精度低且工程中被控对象特征参数不确定,无法采用先进的控制方案对系统进行准确控制。基于继电反馈对 PID 控制器参数自整定方法进行研究,针对近似为一阶惯性纯滞后环节的工业对象进行仿真分析。通过继电反馈获取系统临界信息,推理出临界信息与模型参数的函数关系,最终求出特征参数值。试验结果表明,该函数关系能以较低的误差辨识出惯性时间和滞后时间,为 PID 控制器的设计提供定量参考。

**关键词:** 继电反馈; PID; 传递函数; 特征参数

中图分类号: TP273<sup>+</sup>.2 文献标志码: A 文章编号: 1673-6540(2021)07-0039-05

doi: 10.12177/emca.2021.040

## Characteristic Parameters of Controlled Object Based on Relay Feedback

YAN Zhao<sup>1</sup>, ZHANG Liguang<sup>1</sup>, LI Hongnan<sup>2</sup>, LIU Ying<sup>1</sup>, YAN Yuxin<sup>1</sup>

(1. School of Electronic Information Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710021, China;  
2. Hangfeng Company of Dalian Changfeng Industrial Corporation, Dalian 116038, China)

**Abstract:** In order to better tune the PID controller, it is necessary to obtain accurate model information of the controlled object. Due to the low calculation accuracy of Z-N setting rules in relay feedback and uncertain characteristic parameters of the controlled object in engineering, it is impossible to use advanced control scheme to accurately control the system. The PID controller parameter self-tuning method based on relay feedback is proposed, and the simulation analysis is carried out for the industrial object which is approximately the first order inertial pure lag link. The critical information of the system is obtained through relay feedback. Then the function relationship between the critical information and the model parameters is deduced. Finally, the characteristic parameters are calculated. The experimental results prove that the function relation can identify the inertia time and the lag time in condition of low error, which provides a quantitative reference for the design of PID controller.

**Key words:** relay feedback; PID; transfer function; characteristic parameter

## 0 引言

文献[1]报道 Astrom 等提出基于继电反馈的 PID 整定方法,在工业界有着广泛应用。该方法在闭环回路中加继电器产生振荡,通过获取系统输出振荡时的临界参数,利用 Z-N 规则<sup>[2]</sup>来调整

PID 参数。然而,Z-N 方法存在不稳定、精度低等不足,无法准确得到 PID 控制器的参数。

大多数工业过程可近似为低阶惯性加纯滞后环节<sup>[3]</sup>,在整定参数时,应该根据不同对象的模型、特性等因素选择合适的方法。文献[4]提出一种改进型的继电反馈自整定 PID 用来控制自衡

收稿日期: 2021-03-22; 收到修改稿日期: 2021-05-11

作者简介: 闫 墨(1996—),女,硕士研究生,研究方向为计算机测控系统。

张立广(1979—),男,硕士,副教授,研究方向为计算机控制系统、智能控制系统等。

过程。文献[5]针对实际工业对象,设计继电反馈参数自整定算法。文献[6]采用继电反馈进行参数获取,根据对象的振荡输出曲线辨识模型参数和临界信息。但均存在截断误差,对临界增益的辨识精度低,在时滞大的工业过程中不能取得较好的结果。

针对Z-N方法整定PID参数时存在的不足,本文采用继电反馈方法,对一阶惯性纯滞后环节的工业对象进行仿真研究,推导了临界信息与传递函数参数的函数关系,实现工业对象的信息辨识。

## 1 继电反馈基本原理及建模

在工业领域内,大多数被控对象结构复杂,无法获得被控对象的精确模型<sup>[7]</sup>。参数整定规则大部分是基于传递函数进行整定的,然而大多数被控对象均不是标准的延迟形式,为了使结论能广泛应用,将传递函数等效为一阶惯性加滞后的模型。但惯性和纯滞后的时间无法确定,因此本文采用继电振荡的方法,得到临界参数 $K_u$ 和 $T_u$ ,通过建立模型,得到临界参数与传递函数中特征参数的函数关系,从而对控制器进行参数整定。

### 1.1 基本原理

继电反馈方法是在闭环控制回路中加入继电控制<sup>[8]</sup>,利用继电控制的非线性特性使被控过程出现极限环振荡,利用振荡曲线信息估计动态过程数学模型的特征参数 $T_u$ 和 $K_u$ ,进而计算PID控制器的参数。

继电整定法在控制系统中设置2种模式<sup>[9]</sup>:测试模式和调节模式。测试模式由一个继电非线性环节来测试系统的振荡频率和振荡幅值;调节模式由系统的特征参数首先得出控制器参数,然后由控制器对系统的动态性能进行调节。如果系统的参数发生变化,则需要重新进入测试模式进行测试<sup>[10]</sup>,测试完毕后再回到调节模式进行控制。结构框图如图1所示。

图1中, $r(t)$ 为参考信号,目标值通常被设为0, $e(t)$ 为偏差, $u(t)$ 为被控对象的输入, $y(t)$ 为输出<sup>[11]</sup>。

测试模式下,系统的等效框图如图2所示,开始时输入 $u$ 为 $d$ ,当输出开始增加后,继电输出切换到相反的方向,即 $u=-d$ ,因为相位延迟是 $-\pi$ ,

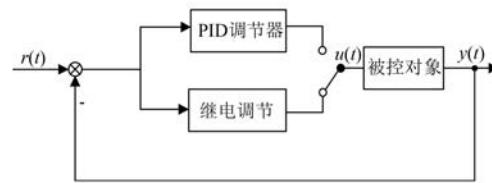


图1 继电反馈PID自整定控制结构图

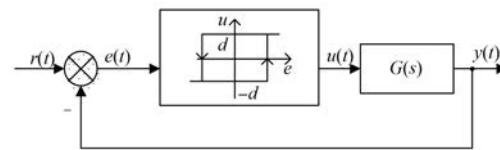


图2 继电反馈测试模式结构图

所以产生了一个周期为 $T_u$ 的极限振荡<sup>[12]</sup>。

当系统处于等幅振荡时,非线性环节信号输入 $e(t)$ 为正弦信号,非线性环节输出信号 $u(t)$ 为周期方波信号,周期为 $T_u$ ,其傅里叶级数展开式为

$$u(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos(n\omega t) + B_n \sin(n\omega t)] \quad (1)$$

式中: $A_0$ 为直流分量; $A_n$ 、 $B_n$ 分别为基波及各次谐波分量的幅值。

分析可知,输出的信号为奇函数,则可推出直流分量系数与基波偶函数分量系数为0,即:

$$A_0 = A_1 = 0 \quad (2)$$

而基波奇函数分量系数为

$$B_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u(t) \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{4d}{\pi} \quad (3)$$

可以得到该继电特性的描述函数为

$$N(A) = \frac{4d}{\pi A} \quad (4)$$

由控制理论可知,产生等幅振荡的条件为

$$1 + N(A)G(j\omega) = 0 \quad (5)$$

即可得:

$$\arg G(j\omega) = -\pi \quad (6)$$

$$K_u = \frac{4d}{\pi A} = \frac{1}{|G(j\omega)|} \quad (7)$$

式中: $K_u$ 为继电特性在传输幅度为 $A$ 的正弦信号时的等价临界振荡比例增益。幅度 $A$ 可根据振荡输出曲线进行计算。通过继电反馈试验可以获得对象的临界参数 $K_u$ 和 $T_u$ ,使用Z-N规则可以得

到 PID 控制器的参数。

## 1.2 工业模型建立

工业控制中常用的模型为一阶惯性加滞后模型,可以简化为式(8)所示的最小模型传递函数:

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1} e^{-\tau s} \quad (8)$$

式中: $K$  表示稳态增益; $\tau$  表示时间延迟; $T$  表示惯性时间。

因此,一阶惯性加滞后模型是描述工业系统的基本结构。

## 2 继电反馈仿真

为了验证继电反馈方法的可行性,本文针对一阶惯性加滞后环节的工业对象进行 MATLAB 仿真实验。搭建仿真模型如图 3 所示。

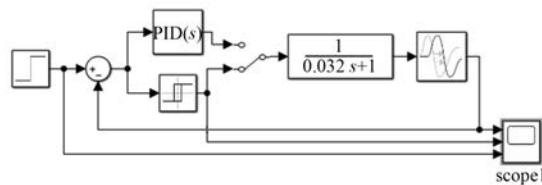


图 3 继电反馈仿真图

当开关打到继电环节,系统进入测试状态,测试状态的作用是进行系统临界信息获取,通过继电器发出继电激励信号,从而由系统的响应曲线来计算出该系统的振荡频率和振荡幅值。

为获取临界参数  $K_u$ 、 $T_u$ ,进行继电反馈仿真试验,通过曲线可获取被控对象的振荡周期和继电环节的幅值。继电反馈仿真试验图如图 4 所示。

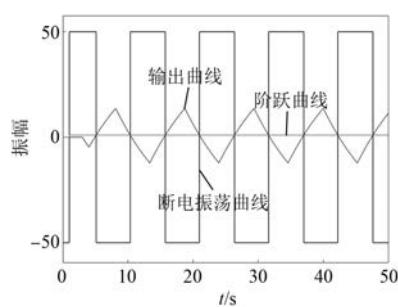


图 4 继电反馈仿真试验图

根据频率点的幅值计算式计算出临界增益,从而得到被控过程的临界参数,即  $K_u$  和  $T_u$ ,最终

按照 Z-N 整定规则即可获得 PID 参数,如表 1 所示。

表 1 PID 控制器参数整定规则

控制规律	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$0.5K_u$	-	-
PI	$0.45K_u$	$0.83T_u$	-
PID	$0.6K_u$	$0.5T_u$	$0.12T_u$

将被控对象接入控制环节,输入表 1 的 PID 整定参数,得到整定曲线如图 5 所示。

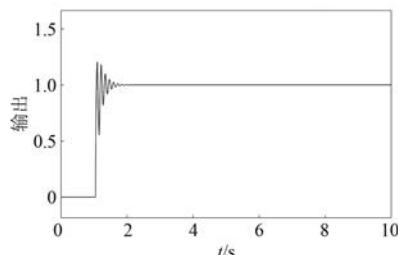


图 5 被控对象阶跃响应曲线

由图 5 可知,基于 Z-N 整定方法获取的 PID 控制器参数具有较大的系统超调量和稳定时间,不能达到良好的控制效果。

## 3 仿真数据分析

### 3.1 函数关系仿真分析

通过继电振荡仿真曲线可得出临界增益  $K_u$  和振荡周期  $T_u$ 。针对一对一的线性关系,分析  $K_u$  和  $T_u$  与被控对象的传递函数中  $T$  和  $\tau$  之间的函数关系,具体分析如下。

被控对象在相同惯性时间、不同滞后时间的情况下,分别计算出  $K_u$  和  $T_u$  的值,当惯性时间  $T$  相同时,分别得出  $K_u$  和  $T_u$  与滞后时间  $\tau$  之间的函数关系,如图 6 所示。

$K_u$  和滞后时间  $\tau$  之间的函数关系为

$$y = 0.0189x^2 - 0.3759x + 2.7865 \quad (9)$$

$T_u$  和滞后时间  $\tau$  之间的函数关系为

$$y = 2.0296x + 1.0952 \quad (10)$$

其中临界增益与滞后时间的拟合度参数为  $SSE=0.493$ , $R^2=0.8128$ ( $SSE$  为拟合数据和原始数据对应点的误差平方和, $R^2$  为判定系数),振荡周期与滞后时间的拟合度参数为  $SSE=0.1336$ , $R^2=0.9998$ 。由式(9)和式(10)的函数关系得

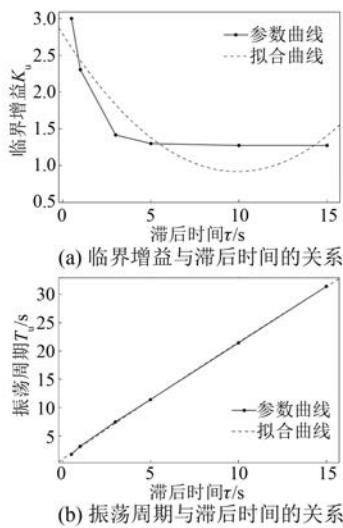


图 6 临界增益、振荡周期与滞后时间的相关性

出,在相同惯性时间、不同滞后时间的条件下,  $T_u$  与滞后时间  $\tau$  的相关性较大,  $K_u$  与滞后时间  $\tau$  的相关性不大。

被控对象在相同滞后时间、不同惯性时间的情况下, 分别计算出  $K_u$  和  $T_u$  的值, 当滞后时间  $\tau$  相同时, 分别得出  $K_u$  和  $T_u$  与惯性时间  $T$  之间的函数关系如图 7 所示。

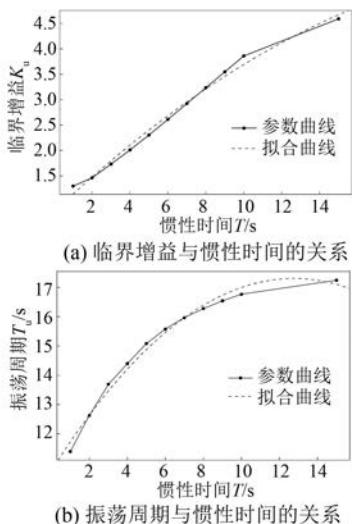


图 7 临界增益、振荡周期与惯性时间的相关性

$K_u$  和惯性时间  $T$  之间的函数关系为

$$y = -0.006247x^2 + 0.352x + 0.7954 \quad (11)$$

$T_u$  和惯性时间  $T$  之间的函数关系为

$$y = -0.04023x^2 + 1.027x + 10.74 \quad (12)$$

其中, 临界增益和惯性时间的拟合度参数为

$SSE = 0.09719, R^2 = 0.9912$ , 振荡周期和惯性时间的拟合度参数为  $SSE = 0.3802, R^2 = 0.9888$ 。由式(11)和式(12)的函数关系得出: 在相同滞后时间、不同惯性时间的条件下,  $K_u$  与惯性时间  $T$  的相关性较大,  $T_u$  与惯性时间  $T$  的相关性不大。且  $K_u, T_u$  与  $T, \tau$  存在着某种函数关系, 即  $T = f(K_u, T_u), \tau = f(K_u, T_u)$ 。

### 3.2 临界参数分析

通过在 MATLAB 中进行继电测试, 得出临界参数。以下为在不同系统下得出其对应的临界参数。

对于超快速系统, 取  $0.01 \text{ s} < T, \tau \leq 0.1 \text{ s}$ :

$$T = [0.02 \quad 0.03 \quad 0.04 \quad 0.05 \quad 0.06$$

$$0.07 \quad 0.08 \quad 0.09 \quad 0.1],$$

$$\tau = [0.02 \quad 0.03 \quad 0.04 \quad 0.05 \quad 0.06$$

$$0.07 \quad 0.08 \quad 0.09 \quad 0.1].$$

分别对应取值, 即可得 81 组数据, 如表 2 所示。

表 2 试验数据表

$G(s)$	$K_u$	$T_u$
$G(s) = \frac{1}{0.02s+1} e^{-0.02s}$	2.038	0.059
$G(s) = \frac{1}{0.02s+1} e^{-0.03s}$	1.641	0.086
$G(s) = \frac{1}{0.02s+1} e^{-0.04s}$	1.749	0.105
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$G(s) = \frac{1}{0.03s+1} e^{-0.02s}$	2.944	0.067
$G(s) = \frac{1}{0.03s+1} e^{-0.03s}$	2.301	0.094
$G(s) = \frac{1}{0.03s+1} e^{-0.04s}$	2.087	0.117
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$G(s) = \frac{1}{0.1s+1} e^{-0.02s}$	5.759	0.076
$G(s) = \frac{1}{0.1s+1} e^{-0.03s}$	3.505	0.113
$G(s) = \frac{1}{0.1s+1} e^{-0.04s}$	4.263	0.139

由继电反馈试验获取各自传递函数分别对应的  $K_u$  和  $T_u$ , 并将这 81 组数据进行拟合, 以  $K_u$  和  $T_u$  作为自变量, 以  $T$  和  $\tau$  作为因变量的函数关系。

$K_u$  和  $T_u$  与时间常数  $T$  的函数关系如下:

$$f = -0.1197 + 0.1308x + 8.13y - 0.00133x^2 - 9.937xy - 66.16y^2 - 0.03158x^3 + 3.942x^2y +$$

$$\begin{aligned}
 & 70.44xy^2 + 158.3y^3 + 0.005775x^4 - \\
 & 0.2532x^3y - 28.16x^2y^2 - 83.57xy^3 - 242.1y^4 - \\
 & 0.000267x^5 - 0.005152x^4y + 1.554x^3y^2 + \\
 & 45.83x^2y^3 - 155.4xy^4 + 655.1y^5 \quad (13)
 \end{aligned}$$

对以上函数关系选取此范围内的非样本数据进行验证。首先通过继电振荡得出  $K_u$  和  $T_u$ , 然后输入至式(13)得出理论惯性时间与仿真的惯性时间之间的误差, 如表 3 所示。

表 3 惯性时间误差分析表

$G(s)$	理论值	仿真值	误差/%
$G(s) = \frac{1}{0.098s+1}e^{-0.011s}$	0.098	0.0972	0.8
$G(s) = \frac{1}{0.047s+1}e^{-0.09s}$	0.047	0.0482	2.5
$G(s) = \frac{1}{0.077s+1}e^{-0.02s}$	0.077	0.0780	1.2
$G(s) = \frac{1}{0.023s+1}e^{-0.07s}$	0.023	0.0225	2.1

由表 3 可知, 该函数关系在超快速系统下, 得到的仿真惯性时间与传递函数  $G(s)$  理论惯性时间之间的误差均在 3% 以下, 由此得出, 该函数关系能较为准确地得到被控对象传递函数中的惯性时间。

$K_u$  和  $T_u$  与滞后时间  $\tau$  的函数关系如下:

$$\begin{aligned}
 f = & -2.425 + 2.573x + 36.19y - 1.134x^2 - \\
 & 25.85xy - 231.1y^2 + 0.2456x^3 + 8.139x^2y + \\
 & 90.98xy^2 + 882y^3 - 0.02463x^4 - 1.3x^3y - \\
 & 12.63x^2y^2 - 192.8xy^3 - 1766y^4 + \\
 & 0.0008916x^5 + 0.07567x^4y + 1.068x^3y^2 + \\
 & 1.377x^2y^3 + 238.2xy^4 + 1.255y^5 \quad (14)
 \end{aligned}$$

对以上函数关系选取此范围内的非样本数据进行验证。通过继电振荡得出  $K_u$  和  $T_u$ , 输入至式(14)得出理论滞后时间与仿真滞后时间之间的误差, 如表 4 所示。

表 4 滞后时间误差分析表

$G(s)$	理论值	仿真值	误差/%
$G(s) = \frac{1}{0.032s+1}e^{-0.06s}$	0.06	0.0588	2.0
$G(s) = \frac{1}{0.074s+1}e^{-0.09s}$	0.09	0.0888	1.3
$G(s) = \frac{1}{0.052s+1}e^{-0.08s}$	0.08	0.0800	0
$G(s) = \frac{1}{0.015s+1}e^{-0.04s}$	0.04	0.0406	1.5

由表 4 可知, 该函数关系在超快速系统下的仿真滞后时间与传递函数  $G(s)$  理论滞后时间之间的误差均在 2% 以下, 由此得出, 该函数关系能较为准确地得到被控对象传递函数中的滞后时间。

### 3.3 仿真结果

本文以超快速系统为例进行展开分析, 从上面的仿真研究可以得到如表 3、表 4 所示的特征参数的值, 并给出其与理论值之间的误差。数据表明, 在超快速系统下, 得到的特征参数值与理论参数值的误差均在 3% 以下, 可以看出该理论方法能有效且准确地得出被控对象的特征参数。对于其余情况下的系统, 同以上分析方法, 可分别得出各自系统对应的求参式。

## 4 结语

针对被控对象特征参数未知、控制效果不稳定等缺点, 本文通过对典型一阶惯性纯滞后环节进行继电反馈试验, 提出了具体的获取被控对象传递函数中特征参数的表达式。由该表达式得出系统重要的特征参数。利用这些特征参数, 选取最优的整定规则或者方法, 从而快速对系统进行整定。大量仿真数据表明, 该表达式能以较小的误差计算出控制系统的特征参数。

## 【参考文献】

- [1] 腾飞. 智能 PID 控制器的设计和仿真[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2011.
- [2] 胡剑锋. PID 参数继电自整定方法的研究[J]. 仪表技术, 2012(6): 39.
- [3] 王豪, 郑恩让, 张金果. 基于继电反馈自整定 PID 控制器研究及应用[J]. 计算机仿真, 2011, 28(2): 192.
- [4] 刘海, 王储栋, 严怀诚, 等. 基于饱和继电反馈的模型参数辨识及 PID 控制器参数自整定[J]. 计算机与应用化学, 2012, 29(9): 1107.
- [5] JIN C Y, RYU K H, SUNG S W, et al. PID auto-tuning using new model reduction method and explicit PID tuning rule for a fractional order plus time delay model [J]. Journal of Process Control, 2014, 24(1): 113.
- [6] KUMAR R, SINGLA S K, CHOPRA V. Comparison among some well known control schemes with different tuning methods[J]. Journal of Applied Research and Technology, 2015, 13(3): 409.

(下转第 60 页)