

# 基于二阶锥松弛的三相不平衡配电网 最优潮流研究<sup>\*</sup>

邱革非, 杨昊天, 何超, 刘铠铭, 何虹辉

(昆明理工大学 电力工程学院, 云南 昆明 650504)

**摘要:** 电动汽车与光伏发电系统大规模接入配电网使其内部的单相电源增加, 负荷加重, 加剧了单相运行问题。为保证电网供电质量, 大量可调节单、三相补偿调节设备在电网中得到应用, 因此对三相不平衡配电网最优潮流展开研究。对配电网三相不平衡条件下的最优潮流进行求解分析, 建立了以有功损耗最小为优化目标的多时段配电网最优潮流模型。通过二阶锥规划将非凸非线性最优潮流模型变换为线性模型, 在不损失精确度的情况下, 降低求解难度, 提高了求解效率。采用 Pyomo 建模工具以及 Gurobi 算法包对所建模型求解, 并分析了潮流误差, 验证了该方法的可行性和有效性。

**关键词:** 二阶锥规划; 最优潮流; 配电网; 三相不平衡; 单相运行

中图分类号: TM721 文献标志码: A 文章编号: 1673-6540(2022)12-0034-07

doi: 10.12177/emca.2022.108

## Research on Optimal Power Flow in Three-Phase Unbalanced Distribution Network Based on Second-Order Cone Relaxation<sup>\*</sup>

QIU Gefei, YANG Haotian, HE Chao, LIU Kaiming, HE Honghui

(Faculty of Electric Power Engineering, Kunming University of Science and Technology,  
Kunming 650504, China)

**Abstract:** The large-scale connection of electric vehicles and photovoltaic power generation system to the distribution network increases the single-phase power supply and load, which aggravates the single-phase operation problem. In order to ensure the power supply quality of the power grid, a large number of adjustable single-phase and three-phase compensation regulation devices are used in the power grid, so the optimal power flow of three-phase unbalanced distribution network is studied. The optimal power flow of distribution network under the condition of three-phase unbalance is solved and analyzed, and the optimal power flow model of multi-period distribution network is established with the optimization objective of minimizing the active power loss. The non-convex nonlinear optimal power flow model is transformed into a linear model by second-order cone programming, which reduces the difficulty of solving and improves the efficiency of solving without loss of accuracy. Pyomo modeling tool and Gurobi algorithm package are used to solve the model, and the power flow error is analyzed, which verifies the feasibility and effectiveness of the method.

**Key words:** second-order cone programming; optimal power flow; distribution network; three-phase unbalance; single-phase operation

收稿日期: 2022-08-09; 收到修改稿日期: 2022-08-22

\*基金项目: 云南省应用基础研究计划资助项目(2101AT070080); 云南电网有限责任公司科技项目(YNKJXM20190087)

作者简介: 邱革非(1969—), 男, 博士, 副教授, 研究方向为电力系统稳定与控制。

杨昊天(1997—), 男, 硕士研究生, 研究方向为配电网规划与调度策略。

何超(1995—), 男, 硕士研究生, 研究方向为综合能源调度。(通信作者)

## 0 引言

近年来,随着社会经济的飞速发展,环境和能源问题逐渐受到重视。以光伏为代表的绿色能源得到了大规模推进<sup>[1]</sup>。大量户用光伏发电系统接入配电网,导致配电网中普遍存在不对称负荷以及不对称线路参数<sup>[2]</sup>,光伏系统的非全相运行,加剧了配电网的三相不平衡特性。对户用光伏发电系统接入配电网后系统运行的研究已有成果。文献[3]考虑负荷与风机的不确定性,针对上级购电成本和网损最小建立了配电网最优潮流的鲁棒模型。文献[4]采用二次规划模型,以网损和弃光最小为目标函数,解决了光伏渗透率较高情况下的最优潮流问题。文献[5]在主动配电网最优潮流计算中采用了二阶锥松弛技术来对模型中的非凸约束进行线性化处理,将优化模型转变为标准的二阶锥规划(SOCP)问题,采用不同算法对求解结果进行误差分析,试验表明松弛误差满足了计算需求。但以上研究均未考虑配电网三相不平衡的特性,现有的文献大多在配电网三相平衡的运行条件下对一相进行潮流分析。随着配电网三相不平衡的情况加剧,已有研究显然不能够正确反映当下系统中各相复杂的情况。低压配电网的三相不平衡运行会增加系统损耗,重负荷所在相使母线电压降低,从而影响用户电能质量<sup>[6]</sup>。而面对不平衡相的不正常运行状况进行无功补偿和继电保护装置的安装均依赖于系统的潮流参数。可见,建立一个针对三相不平衡的低压配电网系统进行最优潮流快速求解的平台尤为重要。

求解方法上,大量智慧算法的提出使一些学者面对各类线性和非线性模型时,直接采用智慧算法求解。文献[7]针对电力系统最优潮流计算问题,提出了一种基于Q学习和纵横交叉搜索的粒子群算法,使用状态-组合动作链的方法解决了Q学习方法中维度灾难的问题,采用纵横交叉算子提高了粒子群算法寻优过程中的收敛速度。文献[8]采用樽海鞘群算法针对电压偏移、网损、发电成本、稳定度等多目标进行求解,研究了种群中领导者选取最优个体的比例对求解结果的影响。但是智慧算法在可行域内迭代求解的过程中很容易陷入局部最优解,同时在最优解附近的反复迭代也降低了求解效率。

综上所述,本文从构建求解电网单相潮流的节点导纳矩阵出发,以支路潮流模型为基础建立了三相不平衡系统各相最优潮流求解模型,考虑了包括分布式电源、储能、离散及连续无功补偿装置等控制单元对不平衡电网各相的补偿情况,采用SOCP方法将原非凸非线性模型松弛为典型的凸优化模型,提高求解速度。最后,基于Gurobi求解器得到该模型的全局最优解,仿真结果验证了该方法的正确性和可行性。

## 1 配电网三相四线制数学模型

### 1.1 配电网三相四线制网络拓扑结构

我国的配电系统大多采用三相四线制拓扑结构<sup>[9]</sup>,节点l与节点m之间的配电线如图1所示,节点间均采用中性点接地的星形接法,线路的首段中性线作为该模型唯一的参考节点。各相线路自身有自阻抗,线路之间的耦合关系用互阻抗表示,线路与用户设备相连形成闭合回路。

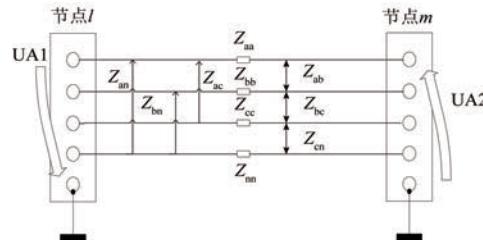


图1 配电网三相四线制线路模型

### 1.2 线路模型

根据上述配电网的网络拓扑结构,考虑到各相之间的耦合关系,2个节点间的关系可以用 $4 \times 4$ 的节点阻抗矩阵 $Z_{l,m}$ 来表示<sup>[9]</sup>:

$$Z_{l,m} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{an} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{bn} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & Z_{cn} \\ Z_{na} & Z_{nb} & Z_{nc} & Z_{nn} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $Z_{gg}$ ( $g$ 取a,b,c,n)为串联阻抗矩阵的对角元素,作为三相线路和中线的自阻抗; $Z_{gh}$ ( $h$ 取a,b,c,n)为串联阻抗矩阵中非对角元素( $g \neq h$ ),作为三相线路和中线的互阻抗。

对应地,该阻抗矩阵的逆矩阵( $\mathbf{Y}=\mathbf{Z}^{-1}$ )作为这段线路的导纳矩阵 $\mathbf{Y}_{l,m}$ 。

含有 $m$ 个节点的配电网节点导纳矩阵 $\mathbf{Y}$ 可以表示为

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{l,1}^{-1} + \sum_{k \in s(1)} \mathbf{Z}_{l,k}^{-1} & \cdots & -(\mathbf{Z}_{l,m}^{-1} + \sum_{k \in s(m)} \mathbf{Z}_{l,k}^{-1}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -(\mathbf{Z}_{l,m}^{-1} + \sum_{k \in s(m)} \mathbf{Z}_{l,k}^{-1}) & \cdots & \mathbf{Z}_{l,m}^{-1} + \sum_{k \in s(m)} \mathbf{Z}_{l,k}^{-1} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: $s(m)$ 为与节点 $m$ 相邻接的节点集合; $\mathbf{Z}_{l,m}^{-1}$ 为相邻2个节点间的串联阻抗的逆矩阵; $\sum_{k \in s(m)} \mathbf{Z}_{l,k}^{-1}$ 为所有与节点 $m$ 相连的串联阻抗矩阵之和。

### 1.3 低压配电网负载模型

为了使潮流计算的结果能够正确反映系统中的真实情况,本文采用了考虑负荷静态特性的多项式ZIP模型( $Z$ 为恒阻抗模型, $I$ 为恒电流模型, $P$ 为恒功率模型)计及用户的电压特性或静态特性。可求得节点上 $s$ 相的注入电流为<sup>[10]</sup>

$$\begin{aligned} I_{\text{inj}}^s(t) = & \frac{1}{V_{\text{norm}_l}^*(t)} [P_{g_l}^s(t) + P_{\text{PV}_l}^s(t)] - \\ & \left\{ P_{z_l}^s(t) \left[ \frac{V_l^s(t)}{V_{\text{norm}_l}(t)} \right]^2 + P_{l_l}^s(t) \right. \\ & \left. \left( \frac{V_l^s(t)}{V_{\text{norm}_l}(t)} \right) + P_{p_l}^s(t) \right\} - \\ & j [Q_{g_l}^s(t) + Q_{\text{PV}_l}^s(t)] - \left\{ Q_{z_l}^s(t) \left( \frac{V_l^s(t)}{V_{\text{norm}_l}(t)} \right)^2 + \right. \\ & \left. Q_{l_l}^s(t) \left( \frac{V_l^s(t)}{V_{\text{norm}_l}(t)} \right) + Q_{p_l}^s(t) \right\} \quad (3) \end{aligned}$$

式中: $I_{\text{inj}}^s(t)$ 为 $t$ 时刻 $s$ 相上注入电流; $P_{\text{PV}_l}^s(t)$ 、 $Q_{\text{PV}_l}^s(t)$ 为户用光伏发电在节点 $l$ 上 $s$ 相发出的有功和无功功率; $P_{g_l}^s(t)$ 、 $Q_{g_l}^s(t)$ 为上级主网购电的有功功率和无功功率; $P_{z_l}^s(t)$ 、 $P_{l_l}^s(t)$ 、 $P_{p_l}^s(t)$ 为用户负荷在节点 $l$ 上 $s$ 相有功功率需求的ZIP成分; $Q_{z_l}^s(t)$ 、 $Q_{l_l}^s(t)$ 、 $Q_{p_l}^s(t)$ 为用户负荷在节点 $l$ 上 $s$ 相无功功率需求的ZIP成分; $V_{\text{norm}_l}(t)$ 为节点 $l$ 上负载的标准电压; $V_l^s(t)$ 为节点 $l$ 上 $s$ 相负载的实际电压;\*表示共轭。

### 1.4 可控协调装置模型

该模型中的储能装置(ESS)、以光伏为代表的分布式电源(DG)逆变器、分组投切电容器(CB)、静止无功补偿器(SVC)、有载调压开关(OLTC)作为可调有功、无功源。在保证配电网供需平衡的基础上,通过调节无功功率输入和输出以改变线路上电压的大小。白天光伏发电处于高峰期而用户用电处于低谷期,通过吸收无功功率

降低电网过电压;晚上光伏发电处于低谷期而用户用电处于高峰期时发出无功功率提升电网电压。

#### 1.4.1 连续无功补偿装置

本文拟采用SVC作为连续无功补偿装,其功率极限如下:

$$Q_{m,\min}^{\text{SVC}} \leq Q_{m,t}^{\text{SVC}} \leq Q_{m,\max}^{\text{SVC}} \quad (4)$$

#### 1.4.2 离散无功补偿装置

本文采用CB组作为离散无功补偿装置,其运行条件如下:

$$Q_{m,t}^{\text{CB}} = N_{m,t}^{\text{CB}} Q_{m,\text{step}}^{\text{CB}} \quad (5)$$

$$N_{m,t}^{\text{CB}} \leq N_{m,\max}^{\text{CB}} \quad (6)$$

$$\sum_{t=1}^{T-1} D_{m,t}^{\text{CB}} \leq D_{m,\lim}^{\text{CB}} \quad D_{m,t}^{\text{CB}} \in \{0, 1\} \quad (7)$$

$$-D_{m,t}^{\text{CB}} N_{m,\max}^{\text{CB}} \leq N_{m,t+1}^{\text{CB}} - N_{m,t}^{\text{CB}} \leq D_{m,t}^{\text{CB}} N_{m,\max}^{\text{CB}} \quad (8)$$

式中: $Q_{m,\max}^{\text{SVC}}$ 、 $Q_{m,\min}^{\text{SVC}}$ 分别为静止无功补偿装置在节点 $m$ 上输入无功功率的上下限; $Q_{m,t}^{\text{SVC}}$ 、 $Q_{m,t}^{\text{CB}}$ 分别为接在节点 $m$ 上的静止无功补偿装置、CB在 $t$ 时刻的无功功率; $N_{m,t}^{\text{CB}}$ 、 $N_{m,\max}^{\text{CB}}$ 分别为节点 $m$ 上CB的投切组数和最大投切组数; $D_{m,t}^{\text{CB}}$ 为调度周期范围内节点 $m$ 上电容投切组数是否改变的判据,改变为1,不改变为0。

#### 1.4.3 OLTC

OLTC的运行条件如下,式(9)分别为高、低侧电压与变比的关系;式(10)为变比与OLTC抽头的位置与变比之间的关系;式(11)为OLTC抽头的最大位置限制;式(12)为调度周期内OLTC抽头的调节限制:

$$U_{l,t} = n_{lm,t} U_{j,t} \quad (9)$$

$$n_{lm,t} = n_{lm,0} + K_{lm,t} \Delta n_{lm} \quad (10)$$

$$-K_{lm,\min} \leq K_{lm,t} \leq K_{lm,\max} \quad (11)$$

$$-2K_{lm,\min} D_{m,t}^{\text{olte}} \leq K_{lm,t+1} - K_{lm,t} \leq 2K_{lm,\max} D_{m,t}^{\text{olte}} \quad (12)$$

式中: $K_{lm,\max}$ 为OLTC触头最大调节位置; $n_{lm}$ 为节点 $l$ 、 $m$ 之间的变比; $K_{lm,t}$ 表示 $t$ 时刻接在 $j$ 节点上OLTC触头所处位置; $n_{lm,t}$ 、 $n_{lm,0}$ 分别为 $t$ 时刻和0时刻的变比; $D_{m,t}^{\text{olte}}$ 为0-1变量,变量为1表示抽头

位置改变,为0表示抽头位置不改变。

#### 1.4.4 光伏逆变器

本文主要考虑户用光伏发电,集聚后的光伏系统逆变器容量需满足以下关系式:

$$Q_{\text{PV},s}^{\max} = \sqrt{S_{\text{PV},s}^2 - P_{\text{PV},s}^2} \quad (13)$$

式中: $s$ 取a,b,c; $Q_{g,s}^{\max}$ 为安装在 $s$ 相上户用光伏逆变器发出无功功率的最大极限; $S_{\text{PV},s}$ 为安装在 $s$ 相户用光伏逆变器的额定容量; $P_{\text{PV},s}$ 为安装在 $s$ 相的户用光伏有功功率。

#### 1.4.5 ESS

储能系统的运行条件如下:

$$\begin{cases} S_{\min}^{\text{SOC}} \leq S_{\text{SOC},i}(t) \leq S_{\max}^{\text{SOC}} \\ S_{\text{SOC},i}(t_0) = S_{\text{SOC},i}(t_n) \\ P_{\text{char},i}^{\min} D_{\text{char},i}(t) \leq P_{\text{char},i}(t) \leq P_{\text{char},i}^{\max} D_{\text{char},i}(t) \\ P_{\text{disc},i}^{\min} D_{\text{disc},i}(t) \leq P_{\text{disc},i}(t) \leq P_{\text{disc},i}^{\max} D_{\text{disc},i}(t) \\ D_{\text{char},i}(t) + D_{\text{disc},i}(t) \leq 1 \end{cases} \quad (14)$$

式中: $S_{\min}^{\text{SOC}}$ 与 $S_{\max}^{\text{SOC}}$ 分别为储能荷电状态(SOC)允许存储的最小极限和最大极限; $S_{\text{SOC},i}(t_0)$ 与 $S_{\text{SOC},i}(t_n)$ 分别为一天初始时刻的储能SOC值与一天结束时刻的储能SOC值; $P_{\text{char},i}^{\min}$ 与 $P_{\text{char},i}^{\max}$ 分别为储能系统充电功率的最小值和最大值; $P_{\text{disc},i}^{\min}$ 与 $P_{\text{disc},i}^{\max}$ 分别为储能系统放电功率的最小值和最大值; $D_{\text{char},i}(t)$ 与 $D_{\text{disc},i}(t)$ 为二进制0-1变量。

### 1.5 配电网的潮流算法公式

配电网各节点各相的电压向量方程:

$$Y \times \mathbf{V}(t) = \mathbf{I}_{\text{inj}}(t) \quad (15)$$

式中: $\mathbf{V}(t)$ 为 $t$ 时刻时各相电压值形成的 $N$ 阶向量; $\mathbf{I}_{\text{inj}}(t)$ 为 $t$ 时刻各相向节点注入的电流形成的 $N$ 阶向量。

为求得各节点中各相电压值,将式(15)变形为

$$\mathbf{V}(t) = Y^{-1} \times \mathbf{I}_{\text{inj}}(t) \quad (16)$$

## 2 含无功补偿装置及储能的多时段三相配电网最优潮流模型

### 2.1 目标函数

网络损耗是判断配电网经济指标的重要参考依据,以一天24 h为周期,配电网中的有功网损最小作为目标,建立三相四线制配电网的最优潮流模型<sup>[11]</sup>。

$$\min P_{\text{loss}} = \sum_{t=1}^T \sum_{lm \in E} I_{lm,t}^2 r_{lm} \quad (17)$$

式中: $P_{\text{loss}}$ 为该配电系统24 h各支路有功损耗之和; $E$ 为低压配电网支路集合; $T$ 为全天各时段总数; $r_{lm}$ 为支路 $l-m$ 的电阻; $I_{lm,t}$ 为在 $t$ 时段内支路 $l-m$ 的电流。

### 2.2 运行约束条件

#### 2.2.1 潮流约束

以经典Disflow潮流模型为例,选取结构为辐射状的低压配电网中某一相支路在 $t$ 时刻下的运行状态建立支路潮流模型如图2所示。

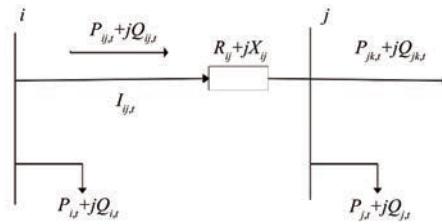


图2 配电网单相支路潮流模型

该支路潮流模型应满足的约束条件为<sup>[12]</sup>

$$U_{j,t}^2 = U_{i,t}^2 - 2(r_{ij}P_{ij,t} + x_{ij}Q_{ij,t}) + (r_{ij}^2 + x_{ij}^2)I_{ij,t}^2 \quad (18)$$

$$P_{j,t} = P_{ij,t} - r_{ij}I_{ij,t}^2 - \sum_{k:j \rightarrow k} P_{jk,t} \quad (19)$$

$$Q_{j,t} = Q_{ij,t} - x_{ij}I_{ij,t}^2 - \sum_{k:j \rightarrow k} Q_{jk,t} \quad (20)$$

$$I_{ij,t}^2 = \frac{P_{ij,t}^2 + Q_{ij,t}^2}{U_{i,t}^2} \quad (21)$$

式中: $i,j$ 为节点的编号; $P_{j,t},Q_{j,t}$ 分别为 $t$ 时刻节点 $j$ 的有功注入功率和无功注入功率; $P_{ij,t},Q_{ij,t}$ 分别为 $t$ 时刻支路 $i-j$ 的首端有功、无功功率; $P_{jk,t},Q_{jk,t}$ 分别为 $t$ 时刻支路 $j-k$ 的首端有功、无功功率; $k$ 为以 $j$ 节点为父节点的所有节点集合; $U_{i,t},U_{j,t}$ 分别为节点 $i$ 、节点 $j$ 在 $t$ 时刻的电压。

#### 2.2.2 支路电流约束

$$|I_{ij}(t)| \leq \bar{I}_{ij} \quad (22)$$

式中: $I_{ij}(t)$ 为 $t$ 时刻 $s$ 相支路 $i-j$ 的电流; $s$ 取a,b,c三相; $\bar{I}_{ij}$ 为支路电流的最大允许值。

#### 2.2.3 电压约束

三相低压配电网每个节点中任一相的电压幅值均包含限值以保证电网的安全运行:

$$V_{i,\min}^s \leq |V_i(t)| \leq V_{i,\max}^s \quad (23)$$

式中: $|V_i(t)|$ 为 $t$ 时刻节点 $i$ 在 $s$ 相电压幅值的绝对值; $V_{i,\min}^s$ 为节点 $i$ 上 $s$ 相最小电压; $V_{i,\max}^s$ 为节点

$i$  上  $s$  相的最大电压。

所建立的最优潮流优化模型是一个含有混合整数变量的非凸非线性模型,且无法保证解的收敛性,该形式下的模型很难求得最优解。为有效、快速地得到最优解,本文采用二阶锥方法对该模型进行松弛变换。

### 3 基于二阶锥松弛的模型转换与求解

二阶锥的标准形式为<sup>[3]</sup>

$$\|A_i \mathbf{x} + b_i\|_2 \leq c_i^T \mathbf{x} + d_i, i = 1, 2, \dots \quad (24)$$

式中:  $\mathbf{x} \in R^n$  为  $n$  阶向量;  $A_i \in R^{m \times n}$ ,  $b_i \in R^m$ ,  $c_i \in R^n$ ,  $d_i \in R$  均为已知常数。

对于支路  $(i, j) \in E$  有支路潮流约束如下:

$$V_i - V_j = z_{ij} I_{ij}, \forall (i, j) \in E \quad (25)$$

$$S_{ij} = V_i I_{ij}^* \quad (26)$$

将式(25)代入式(26)可以得到:

$$V_j = V_i - \frac{z_{ij} S_{ij}^*}{V_i^*} \quad (27)$$

通过将复数变量转化为幅值形式的实数变量,对原模型进行相角松弛。令  $\alpha_i^s = |U_{i,t}^{s2}|$ ,  $\beta_{ij}^s = |I_{ij,t}^{s2}|$ , 式(18)可转化为

$$\alpha_{j,t}^s = \alpha_{i,t}^s + \beta_{ij,t}^s |Z_{ij}^{s2}| - (Z_{ij}^s S_{ij}^{s*} + Z_{ij}^{s*} S_{ij}^s) \quad (28)$$

$$P_{j,t}^s = P_{ij,t}^s - r_{ij}^s \beta_{ij,t}^s - \sum_{k:j \rightarrow k} P_{jk,t}^s \quad (29)$$

$$Q_{j,t}^s = Q_{ij,t}^s - x_{ij}^s \beta_{ij,t}^s - \sum_{k:j \rightarrow k} Q_{jk,t}^s \quad (30)$$

$$\|2P_{ij,t}^s - 2Q_{ij,t}^s - \beta_{ij}^s - \alpha_i^s\|_2 \leq \beta_{ij}^s + \alpha_i^s \quad (31)$$

经过以上一系列的松弛变换,原本性质为非凸非线性、NP-hard 的模型转化成了如下的经典 SOCP 模型:

$$\begin{cases} \min P_{\text{loss}} = \sum_{t=1}^T \sum_{ij \in E} \sum_{s \in a,b,c} I_{ij,t}^s r_{ij}^s \\ \alpha_{j,t}^s = \alpha_{i,t}^s + \beta_{ij,t}^s |Z_{ij}^{s2}| - (Z_{ij}^s S_{ij}^{s*} + Z_{ij}^{s*} S_{ij}^s) \\ P_{j,t}^s = P_{ij,t}^s - r_{ij}^s \beta_{ij,t}^s - \sum_{k:j \rightarrow k} P_{jk,t}^s \\ Q_{j,t}^s = Q_{ij,t}^s - x_{ij}^s \beta_{ij,t}^s - \sum_{k:j \rightarrow k} Q_{jk,t}^s \\ \|2P_{ij,t}^s - 2Q_{ij,t}^s - \beta_{ij}^s - \alpha_i^s\|_2 \leq \beta_{ij}^s + \alpha_i^s \\ |I_{ij}(t)| \leq \bar{I}_{ij} \\ V_{i,\min}^s \leq |V_i(t)| \leq V_{i,\max}^s \end{cases} \quad (32)$$

为了提高计算速度、简化求解难度,二阶锥松弛对约束部分放松了条件,其松弛过程必然会产生误差,通过下式定义松弛误差<sup>[13]</sup>:

$$err_{ij,t} = \alpha_i^s \beta_{ij,t}^s - P_{ij,t}^2 - Q_{ij,t}^2 \quad (33)$$

文献[14]对二阶锥松弛变换在数学模型上的有效性有更为深入研究,文中表明了在特定的条件下,通过二阶锥变换的模型依然具有精确性。本文在算例部分对松弛误差进行了求解分析,验证了二阶锥松弛对模型处理的有效性。

该模型已具有全局最优性,借助成熟的 Gurobi 算法包可进行求解。本文在 Python 平台上通过 pyomo 建模工具,基于二阶锥松弛,对上述大量户用光伏与负载接入导致三相不平衡的低压配电网容易发生单相电压越限的情况进行建模分析。调用 Gurobi 算法包,求得以有功损耗最小为目标、储能系统及无功补偿装置等为可调设备下全局的最优解。

### 4 算例分析

#### 4.1 参数设置

本文采用 IEEE 33 节点网络进行算例仿真分析,IEEE 33 节点如图 3 所示,相关参数见文献[15]。

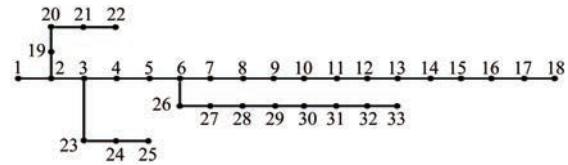


图 3 IEEE 33 节点

考虑光伏发电作为分布式电源,假设 100 户住宅用户分布在该模型内,户用光伏发电集中在用户侧,每户均安装光伏发电,参数见文献[16]。为体现算例中各相负载的不平衡特性,令算例中 c 相配置的用户数明显大于 a、b 两相的用户数。节点 15 和节点 32 装设储能设备配合 DG 实现削峰填谷;节点 6 和节点 16 中的三相分别装设单相无功补偿设备 CB,其每组容量为 50 kvar,共 10 组;在节点 6、节点 16、节点 32 三相各相均安装单相无功补偿设备 SVC,补偿范围为 -0.1 ~ 0.3 Mvar;节点 33 上装设有载调压变压器,OLTC 的分接头调整步长为 0.01,且单日最大调整次数为 5 次;节点电压运行范围为 0.98 ~ 1.13 p.u.。利

用本文模型对 IEEE 33 节点配电系统一天 24 h 的运行工况进行优化。

#### 4.2 结果分析

调用 Gurobi 求解器对松弛后的模型进行求解, 得到各时段有功损耗之和为 691.25 kW, 系统优化前有功损耗为 1 036.88 kW, 优化后的有功损耗降低到优化前的 66.7%。该系统节点 6 上各相电压幅值以及整个配电系统各时段优化前后的损耗对比图如图 4 和图 5 所示。

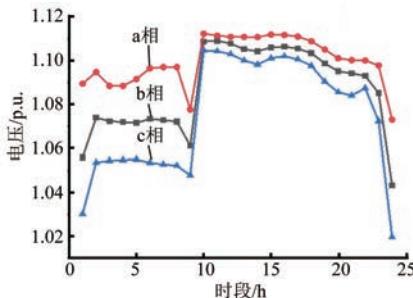


图 4 IEEE 33 节点配电网控制条件下  
节点 6 上 a、b、c 三相电压

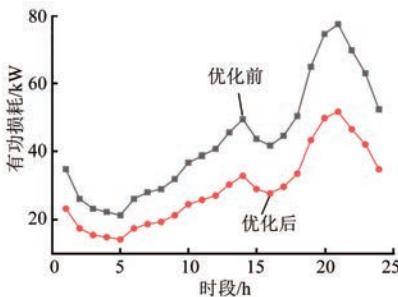


图 5 优化前后有功损耗对比

由图 5 可以看出, 系统各时段的有功损耗曲线与负荷需求走势相似, 系统的有功损耗与负荷成正比关系。本文的配电系统模型可以通过控制协调以单相无功补偿装置为代表的可控单元, 对运行中的三相不平衡系统进行优化, 从而减少有功损耗, 提高配网运行的经济性。

节点 6 上各相无功补偿装置的补偿情况如图 6~图 8 所示, OLTC 变化情况如图 9 所示, 各单位可控装置在运行条件范围内, 均跟随负荷变化而调整了补偿量。

从图 6~图 8 中可以看出, 节点 6 上各相的无功补偿装置为了防止无功不足导致的母线电压降低进行无功功率补偿, 其各相上的设备均能基于单

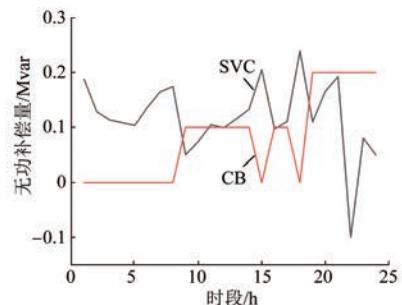


图 6 节点 6 各时段 a 相无功补偿装置出力情况

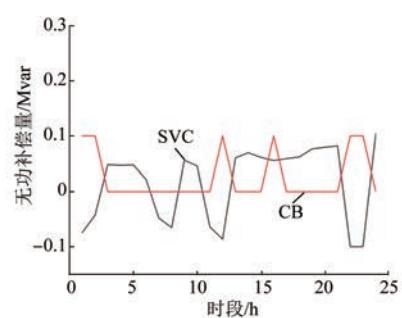


图 7 节点 6 各时段 b 相无功补偿装置出力情况

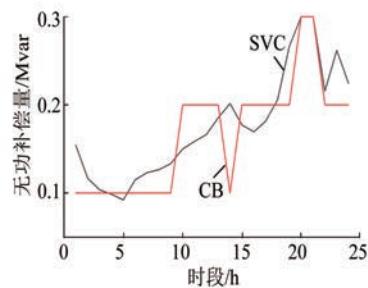


图 8 节点 6 各时段 c 相无功补偿装置出力情况

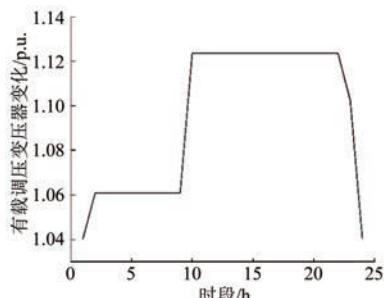


图 9 各时段 OLTC 的变比情况

相潮流参数对系统进行优化。由于 c 相上的负载比 a、b 相上大, 其无功补偿量也相对较大。同时, 补偿集中在 15~20 h 之间, 这是由于傍晚系统中的

户用光伏正处于发电功率的低谷期,而居民用电却处于高峰期。光伏发电量与负荷用量时序的不匹配导致电压容易越下限,无功补偿装置需要输出足够的无功功率,从而保证节点电压的稳定性。

ESS 的充放电功率以及 SOC 在各时段变化量如表 1 所示。

表 1 ESS 在各时段功率输出与 SOC

时段/ h	节点 15 ESS 充 放电功率/p. u.	节点 32 ESS 充 放电功率/p. u.	电池电量 SOC/p. u.	电池电量 SOC/p. u.
1	0	0.004 37	0.453 77	0.1
2	0.27	0.18	0.453 77	0.1
3	0.27	0.18	0.723 77	0.28
4	0.27	0.18	0.993 77	0.46
5	0.253 78	0.18	1.263 8	0.64
6	0.138 81	0.046 43	1.517 6	0.82
7	0.038 26	0.003 60	1.656 4	0.86
8	0.004 12	0.004 12	1.694 6	0.86
9	0.003 23	0.003 23	1.694 6	0.86
10	-0.033 7	0.002 68	1.694 6	0.86
11	-0.002 9	-0.002 9	1.660 9	0.86
12	-0.006 4	-0.006 4	1.660 9	0.86
13	-0.153 9	-0.065 8	1.660 9	0.86
14	-0.237 6	-0.156 6	1.506 9	0.880 64
15	-0.192 4	-0.092 5	1.269 3	0.644
16	-0.131 9	-0.030 5	1.076 9	0.551 51
17	-0.142 3	-0.051 4	0.945 0	0.521 04
18	-0.113 5	-0.049 0	0.802 7	0.469 63
19	-0.140 6	-0.132 6	0.689 2	0.420 59
20	-0.048 3	-0.088 9	0.548 6	0.288 01
21	-0.046 5	-0.099 1	0.500 3	0.199 07
22	0.003 15	0.003 15	0.453 8	0.1
23	0.003 03	0.003 03	0.453 8	0.1
24	0.003 64	0.003 64	0.453 8	0.1

ESS 的输出功率大于 0 为充电状态,小于 0 为放电状态。由表 1 中数据可知,ESS 在白天负荷低谷期充电,在晚间的负荷高峰期放电,具有较好的削峰填谷的作用。

为了验证二阶锥松弛处理模型的准确性,按照式(33)的计算式,求得多时段各支路的松弛误差,如图 10 所示。从图中可看到松弛误差在  $10^{-6}$  量级,满足该情况下的运行要求,证明该方法具有较高的可行性。

## 5 结语

本文针对低压配电网三相不平衡运行情况,同时考虑分布式电源和单相无功补偿装置等可控设备,以配电网有功损耗最小为目标,建立了多时

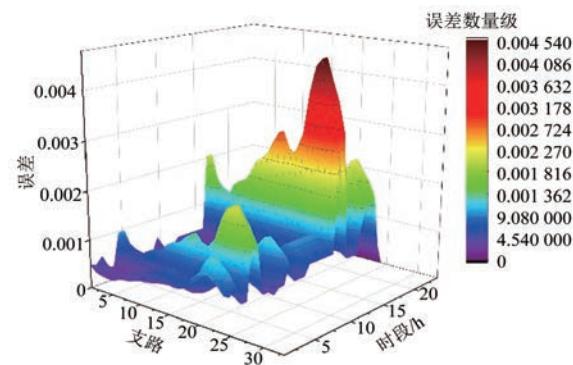


图 10 各支路多时段下的松弛误差

段配电网最优潮流模型;并采用二阶锥松弛方法将混合整数的非凸非线性模型转换为易于求解的线性模型;通过 IEEE 33 节点配电系统案例分析,验证了该方法的可行性与有效性,为进一步研究三相不平衡配电网调度与规划问题提供了参考。

## 【参考文献】

- [1] 李芸漫,高红均,李海波,等.考虑综合能源站柔性调控作用的城市配电网多阶段规划方法[J].电力自动化设备,2022,42(1): 45.
- [2] 张忠会,雷大勇,蒋昌辉,等.基于二阶锥规划和 NNC 法的交直流混合配电网双层规划模型及其求解方法[J/OL].中国电机工程学报,2022-01-17. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2107.TM.20220114.1754.009.html>.
- [3] 戴月,刘明波,王志军,等.高光伏渗透配电网分散式最优潮流的剖平面一致性算法[J].电力系统自动化,2018,42(15): 2.
- [4] 高红均,刘俊勇,魏震波,等.主动配电网分层鲁棒规划模型及其求解方法[J].中国电机工程学报,2017,37(5): 1389.
- [5] 高红均,刘俊勇,沈晓东,等.主动配电网最优潮流研究及其应用实例[J].中国电机工程学报,2017,37(6): 1634.
- [6] 陈家超,李钦豪,唐渊,等.考虑光伏选相投切的低压配电网三相平衡优化[J].电力自动化设备,2022,42(4): 71.
- [7] 孟安波,王鹏,丁伟峰,等.基于强化学习及纵横交叉粒子群算法的电网最优潮流计算[J].华电技术,2021,43(8): 74.
- [8] 梁恩豪,孙军伟,王延峰.基于自适应樽海鞘算法优化 BP 的风光互补并网发电功率预测[J].电力系统保护与控制,2021,49(24): 114.

(下转第 59 页)