

直线同步电动机磁悬浮系统非线性神经网络自适应反步控制^{*}

邢艺馨, 蓝益鹏, 姜云凤, 孙伟栋
(沈阳工业大学 电气工程学院, 辽宁 沈阳 110870)

摘要: 提出一种非线性神经网络自适应反步控制方法来提高电励磁直线同步电动机(EELSM)磁悬浮控制系统的性能。研究 EELSM 的结构及其运行机理;建立 EELSM 磁悬浮系统的状态方程与数学模型;为克服 EELSM 磁悬浮平台运行过程中存在的不确定性扰动,设计了非线性神经网络自适应反步控制器对扰动进行估计,通过构造 Lyapunov 函数证明系统的稳定性。用 MATLAB 软件对控制系统进行计算机仿真,仿真结果验证所提方法的有效性。

关键词: 直线同步电动机;电励磁;磁悬浮系统;自适应反步控制;神经网络控制

中图分类号: TM383 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-6540(2023)03-0008-06

doi: 10.12177/emca.2023.001

Nonlinear Adaptive Neural Network Backstepping Control of Linear Synchronous Motor Magnetic Levitation System^{*}

XING Yixin, LAN Yipeng, JIANG Yunfeng, SUN Weidong
(School of Electrical Engineering, Shenyang University of Technology, Shenyang 110870, China)

Abstract: A nonlinear neural network adaptive backstepping control method is proposed to improve the performance of the magnetic levitation control system of the electrically excited linear synchronous motor (EELSM). The structure and operation mechanism of EELSM are studied. The state equation and mathematical model of EELSM magnetic levitation system are established. In order to overcome the uncertain disturbance existing in the operation of EELSM magnetic levitation platform, a nonlinear neural network adaptive backstepping controller is designed to estimate the disturbance. The stability of the system is proved by constructing the Lyapunov function. The MATLAB software is used to perform computer simulation on the control system, and the simulation results verify the effectiveness of the proposed method.

Key words: linear synchronous motor; electric excitation; magnetic levitation system; adaptive backstepping control; neural network control

0 引言

“旋转伺服电机和滚珠丝杠”结构是精密数控机床最常用的传动部件。其主要功能是将旋转运动转换为线性运动。该结构中包含的中间传动

链导致了系统具有较大的运动惯性,大量机械结构不可避免地导致大量机械结构摩擦和变形,进而引起功率损失并造成系统误差的积累^[1]。由于滚珠丝杠的存在,整个系统的线速度、加速度和定位精度降低,无法满足数控机床高精度、高速度的

收稿日期: 2022-11-10; 收到修改稿日期: 2023-01-03

^{*} 基金项目: 国家自然科学基金项目(51575363)

作者简介: 邢艺馨(1998—),女,硕士研究生,研究方向为电机及其控制。

蓝益鹏(1962—),男,教授,博士生导师,研究方向为电机及其控制、数控技术。

加工要求。使用磁悬浮直线电机是解决这一问题的有效方法之一^[2]。

在电励磁直线同步电动机(EELSM)中可以实现进给平台和静止导轨之间的相对独立^[3-4]。系统的效率以及灵敏性均会受到导轨与机床平台摩擦力的影响,采用 EELSM 数控机床运动平台,可以消除摩擦对系统的影响。但在 EELSM 磁悬浮系统上会存在外界扰动等不确定性作用,难以对系统进行精确控制。因此,消除不确定因素对系统产生的影响,并设计出控制性能良好的控制器是实现系统高精度控制的关键^[5-6]。

在许多实际系统中,对象的动力学方程是非线性的。自适应控制方法对于非线性系统来说具有较大的进步和发展。反步法是另一种应用较为广泛和有效的非线性控制设计,对控制器进行设计,之后与 Lyapunov 函数结合,使整个系统实现稳定控制^[7]。为了消除未知非线性动态引起的困难和挑战,未知非线性扰动可以通过神经网络和模糊系统在线逼近^[8]。为了降低系统非线性的影响,可通过径向基函数神经网络(RBFNN)对系统的非线性部分进行逼近^[9]。文献[10]针对时滞未知、状态不可测、存在外界干扰的不确定非线性系统,提出了一种基于神经网络的自适应反步超扭滑模控制方案,保证了观测器和跟踪误差快速收敛到原点附近。文献[11]针对执行器故障参数和模式完全未知的分数阶非线性系统进行自适应神经网络反步控制设计。文献[12-13]针对不确定多输入多输出非线性系统开发了具有状态反馈情况的自适应神经网络反步控制。

分析了 EELSM 磁悬浮平台控制系统数学模型与状态方程,采用非线性自适应控制对 EELSM 磁悬浮系统所具有的非线性以及不确定性扰动有较强的适应性。本文设计了一种基于径向基函数神经网络的自适应反步控制器(RBFNN-ABC),在自适应反步控制中,对于未知的动力学问题,通过使用径向基函数神经网络(RBFNN)作为函数逼近器来解决。其中的外部干扰与不确定性扰动通过自适应反步算法来估计。系统的稳定性通过 Lyapunov 函数方法来证明。将所提出的基于神经网络的自适应反步控制器(RBFNN-ABC)的仿真结果与经典比例积分(PI)控制器和自适应反步控制器(ABC)的仿真结果进行了比较。通过

MATLAB 仿真试验结果证明,与经典 PI 控制器和 ABC 相比,所提出的 RBFNN-ABC 在处理参数不确定性和干扰方面具有更加良好的性能。

1 EELSM 的结构与运行机理

图 1 为 EELSM 磁悬浮进给平台结构,整个系统包含多个机构。固定平台主要由定子、光栅尺及导轨构成,运动平台主要由动子及电涡流传感器组成。

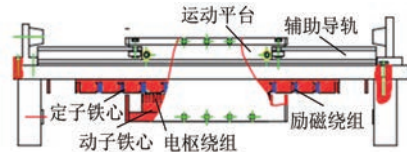


图 1 EELSM 磁悬浮平台结构图

EELSM 的平台基座下是定子铁心与励磁绕组,运动平台上为动子铁心和电枢绕组,数控机床进给平台与其动子固定连接驱动平台运动。

平台的悬浮由导轨和平台之间的气隙磁场产生的麦克斯韦力对动子铁心的吸引力实现,若想使平台稳定悬浮,可以改变励磁电流的大小,使气隙达到所需要的数值,与平台的重力相持。EELSM 的励磁绕组可形成励磁磁场,励磁磁场和行波磁场产生电磁推力,平台的水平运动是由电磁推力来推动的,推力大小则通过调节 q 轴电流来改变。

2 EELSM 的数学模型

为了使模型更加简化,做出如下假设条件^[14-15]:

- (1) 不计电机铁心饱和;
- (2) 对磁滞与涡流损耗不予计算;
- (3) 电枢绕组中通入三相对称电流,只考虑基波分量;
- (4) 忽略齿槽效应的影响。

在 d - q 轴系下,电压与磁链方程如下。

电压方程为

$$\begin{cases} u_d = \frac{d\psi_d}{dt} - \frac{\pi v}{\tau} \psi_q + r_s i_d \\ u_q = \frac{d\psi_q}{dt} + \frac{\pi v}{\tau} \psi_d + r_s i_q \\ u_f = \frac{d\psi_f}{dt} + r_f i_f \end{cases} \quad (1)$$

式中: u_d 、 u_q 分别为电枢绕组 d 轴、 q 轴的电压分量; u_f 为磁极励磁的电压分量; ψ_d 、 ψ_q 为电枢绕组

d 轴、 q 轴的磁链; ψ_f 为励磁磁极磁链分量; v 为运动平台的运动速度; i_d 、 i_q 分别为电枢绕组 d 轴、 q 轴的电流分量; i_f 为磁极励磁的电流分量; r_f 为磁极励磁绕组的电阻; r_s 为电枢绕组的电阻。

磁链方程为

$$\begin{cases} \psi_d = (L_\sigma + L_{md})i_d + L_{md}i_f \\ \psi_q = (L_\sigma + L_{mq})i_q \\ \psi_f = (L_{\sigma f} + L_{md})i_f + L_{md}i_d \end{cases} \quad (2)$$

式中: L_{md} 、 L_{mq} 为 d 轴、 q 轴的主电感; $L_{\sigma f}$ 为励磁绕组的漏感; L_σ 为电枢绕组的漏感。

励磁磁场由励磁绕组通入直流电流产生, 其对动子铁心有吸引力, 采用 $i_d=0$ 的矢量控制悬浮力计算式如下^[16]:

$$F_y = \frac{3}{2} \left[i_f^2 \frac{\partial L_{md}}{\partial \delta} + i_q^2 \frac{\partial L_{mq}}{\partial \delta} \right] \quad (3)$$

垂直方向的运动方程:

$$m \frac{d^2 \delta}{dt^2} = F_y - mg - f_y = K \left(\frac{i_f}{\delta} \right)^2 - mg - f \quad (4)$$

式中: m 为动子平台的质量; f_y 为不确定性扰动; K 为磁悬浮系数, $K=5.659 \times 10^{-6}$; δ 为动子平台实际的悬浮气隙高度; g 为重力加速度; $L_d=L_\sigma+L_{md}$, L_σ 不随悬浮气隙高度变化。

将电枢磁场对励磁磁场产生的影响作为扰动处理。因此, 垂直方向总扰动为

$$f = f_y - \frac{3}{2} i_q^2 \frac{\partial L_{mq}}{\partial \delta} \quad (5)$$

令 $x_1=\delta$, $x_2=\dot{\delta}$, $u=i_f^2$, 得到磁悬浮系统的状态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{Ku}{mx_1^2} - g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} f \quad (6)$$

3 非线性 RBFNN-ABC 的设计

设计一种自适应控制方法在线估计系统中的未知参数, 对于系统中的不确定性扰动, 使用 RBFNN 作为函数逼近器进行逼近, 并补偿回控制器, 以提升系统的性能。

3.1 构造虚拟控制变量和误差变量

根据式(6)可得系统的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = bu - g + \frac{f}{m} \end{cases} \quad (7)$$

式中: u 为所设控制律, $b = \frac{K}{mx_1^2}$ 。

初始悬浮高度为 $\delta_0=0.003$ m, 根据反步方法构造新的误差变量 z_1 和 z_2 :

$$z_1 = x_1 - \delta^* \quad (8)$$

$$z_2 = x_2 - \alpha_1 - \dot{\delta}^* \quad (9)$$

式中: δ^* 为悬浮高度的参考值, $\delta^*=0.0025$ m; α_1 为虚拟控制变量。

反步控制设计第一步, 定义 Lyapunov 函数为

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 \quad (10)$$

对 V_1 求微分可得:

$$\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 = z_1 (\dot{x}_1 - \dot{\delta}^*) = z_1 (z_2 + \alpha_1) \quad (11)$$

将虚拟控制变量定义为

$$\alpha_1 = -c_1 z_1 \quad (12)$$

式中: c_1 为虚拟控制变量系数, $c_1 > 0$ 。

由式(11)和式(12)可得:

$$\dot{V}_1 = -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 \quad (13)$$

反步控制设计的第二步, 计算 z_2 的导数为

$$\dot{z}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 - \dot{\delta}^* = bu - g + \frac{f}{m} - \dot{\alpha}_1 - \dot{\delta}^* \quad (14)$$

式中: $\dot{\delta}^*=0$ 。

α_1 的导数为

$$\dot{\alpha}_1 = -c_1 \dot{z}_1 \quad (15)$$

将式(15)代入式(14)中可得:

$$\dot{z}_2 = bu - g + \frac{f}{m} + c_1 \dot{z}_1 \quad (16)$$

定义第二个 Lyapunov 函数为

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (17)$$

对 V_2 求微分可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + z_2 \dot{z}_2 = \\ &= -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 + z_2 \left(bu - g + \frac{f}{m} + c_1 \dot{z}_1 \right) \end{aligned} \quad (18)$$

控制律可以设计为

$$u = \frac{1}{b} \left(g - \frac{f}{m} + \dot{\alpha}_1 - z_1 - c_2 z_2 \right) \quad (19)$$

式中: c_2 为设计参数, $c_2 > 0$ 。

将式(19)代入式(18)可得:

$$\dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 \leq 0 \quad (20)$$

3.2 RBFNN 原理

由于扰动 f 为未知量, 利用 RBFNN 万能逼近的特性, 来逼近扰动 f , 将其作为函数逼近器来使用。图 2 为 RBFNN 结构图。

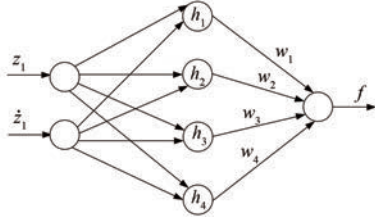


图 2 RBFNN 结构

网络算法为

$$\begin{cases} \mathbf{h} = [h_j]^T \\ h_j = \exp\left(-\frac{\|x - c_j\|^2}{2b_j^2}\right) \end{cases} \quad (21)$$

式中: $\mathbf{h}$ 为网络的高斯基函数输出; x 为网络的输入; j 为网络隐含层第 j 个节点; b_j 为高斯核宽度。

有如下函数:

$$f = \mathbf{W}^{*T} \mathbf{h}(x) + \varepsilon \quad (22)$$

式中: $\mathbf{W}^*$ 为网络的理想权值; ε 为网络的逼近误差, $\varepsilon \leq \varepsilon_N$ 。

网络输入取 $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2]^T$, 则网络输出为 $\hat{f} = \tilde{\mathbf{W}}^T \mathbf{h}(x)$ 。

取 $\tilde{\mathbf{W}} = \hat{\mathbf{W}} - \mathbf{W}^*$, 则:

$$f - \hat{f} = \mathbf{W}^{*T} \mathbf{h}(x) + \varepsilon - \tilde{\mathbf{W}}^T \mathbf{h}(x) = -\tilde{\mathbf{W}}^T \mathbf{h}(x) + \varepsilon \quad (23)$$

3.3 控制律与参数自适应律

采用 RBFNN 逼近扰动 f , 根据式 (19), 此时的控制律为

$$u = \frac{1}{b} \left[g - \frac{\dot{f}}{m} + \dot{\alpha}_1 - z_1 - c_2 z_2 - \eta \text{sign}(z_2) \right] \quad (24)$$

式中: $\eta > 0$ 。

设计第三个李雅普诺夫函数为

$$V_3 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2\mu} \tilde{\mathbf{W}}^T \tilde{\mathbf{W}} \quad (25)$$

式中: $\mu > 0$ 。

对 V_3 求微分可得:

$$\dot{V}_3 = -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 + \frac{1}{\mu} \tilde{\mathbf{W}}^T \dot{\tilde{\mathbf{W}}} +$$

$$\begin{aligned} & z_2 \left(bu - g + \frac{\dot{f}}{m} + c_1 \dot{z}_1 \right) = \\ & -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + \frac{1}{\mu} \tilde{\mathbf{W}}^T \dot{\tilde{\mathbf{W}}} + \\ & z_2 \left[\frac{1}{m} (f - \hat{f}) - \eta \text{sign}(z_2) \right] = \\ & -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + \frac{1}{\mu} \tilde{\mathbf{W}}^T \dot{\tilde{\mathbf{W}}} + \\ & z_2 \left\{ \frac{1}{m} [-\tilde{\mathbf{W}}^T \mathbf{h}(x) + \varepsilon] - \eta \text{sign}(z_2) \right\} = \\ & -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + \frac{\varepsilon}{m} z_2 - \eta |z_2| + \\ & \tilde{\mathbf{W}}^T \left[\frac{1}{\mu} \dot{\tilde{\mathbf{W}}} - \frac{z_2 \mathbf{h}(x)}{m} \right] \end{aligned} \quad (26)$$

取自适应律为

$$\dot{\tilde{\mathbf{W}}} = \frac{\mu z_2 \mathbf{h}(x)}{m} \quad (27)$$

取 $\eta \geq \frac{\varepsilon}{m}$, 则:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + \frac{\varepsilon}{m} z_2 - \eta |z_2| \leq \\ & -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (28)$$

由此可得出, 基于 RBFNN 下的该自适应反步控制律, 整个闭环系统是稳定的。

4 仿真分析

图 3 为 EELSM 控制系统的仿真框图。

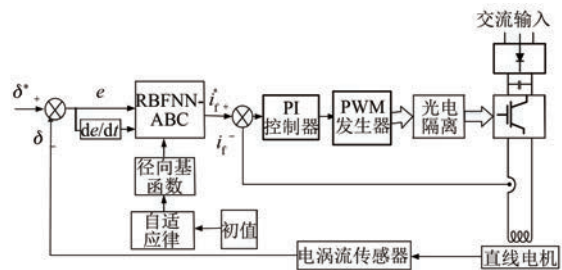


图 3 EELSM 磁悬浮控制系统框图

传统的 PI 控制器用来调节系统中励磁电流, 悬浮气隙高度通过所设计的非线性 RBFNN-ABC 控制。在仿真持续过程中, EELSM 的仿真参数为, 极对数 $p=3$, dq 轴电感 $L_d=L_q=0.01874$ H, 电枢电阻 $r_s=1.2$ Ω , $\tau=0.048$ m, $m=10$ kg, $L_{md}=L_{mq}=0.095$ H, $i_f=5.7$ A, $g=9.8$ m/s², $r_f=5$ Ω 。

c_1, c_2 的变化会影响系统的恢复时间与响应

速度。当 c_1 、 c_2 选取过小时,系统抗扰能力较差;选取过大时系统不稳定。 μ 对扰动起到鲁棒控制的作用, η 参数值不能选取过大,否则会引起系统抖振。选取 PI 控制器参数为 $P=100$, $I=1\ 500$,选取非线性 RBFNN-ABC 的基本参数为 $c_1=100$, $c_2=100$, $\mu=615$, $\eta=12$ 。

4.1 EELSM 起动性能分析

平台初始气隙高度 3 mm,起动后,高度减小到目标高度 2.5 mm。图 4 为空载起动时不同控制器气隙高度的响应曲线。当控制器为 PI 控制时,约 0.1 s 可以到达目标气隙高度;采用 ABC 控制时,约 0.06 s 到达 2.5 mm;采用 RBFNN-ABC 控制时,达到稳定的时间约 0.03 s。观察图 4 中可得三种控制方法均无超调。从仿真结果可以看出,RBFNN-ABC 控制到达目标气隙高度时间最短,起动性能比另外两种控制要更具有优势。

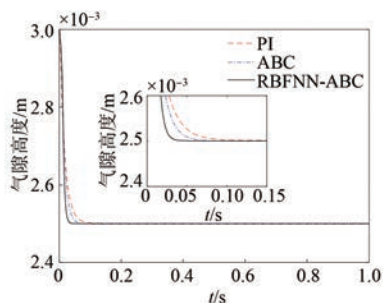


图4 起动时磁悬浮高度响应曲线

4.2 EELSM 抗干扰能力分析

系统稳定运行后,在 0.3 s 时,加入额定负载扰动的 20%~30%,并在 0.6 s 移除。图 5 为不同控制器在加入干扰后的气隙高度响应曲线。PI 控制系统气隙高度动态降落距离大约 0.058 mm,由下降高度恢复至目标高度 2.5 mm 耗时大约 0.192 s。ABC 控制系统中,突加阶跃负载扰动后,高度降落大约 0.025 mm,恢复到目标高度耗时约为 0.079 s。RBFNN-ABC 控制系统中,加入阶跃负载扰动后,高度降落约为 0.011 mm,恢复时间约为 0.021 s。突加负载扰动后,RBFNN-ABC 系统所受影响最小,与 PI 和 ABC 系统相比高度下降分别减少了 56.9% 和 81.1%,恢复目标高度的速度分别提高了 58.9% 和 89.1%。由此可以看出 RBFNN-ABC 控制系统的抗干扰能力明显强于 PI 及 ABC 系统。

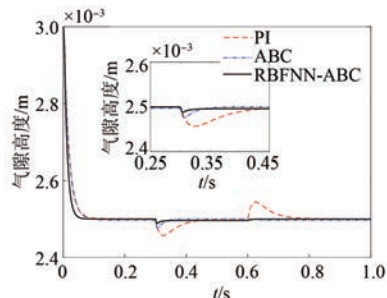


图5 加入负载扰动气隙高度响应曲线

图 6 为加入负载扰动后的励磁电流响应曲线。由图 6 中可以看出 RBFNN-ABC 控制的励磁电流的恢复时间明显优于 PI 控制以及 ABC 控制,恢复时间比 PI 控制提高了 85.6%,比 ABC 控制提高了 73.4%。由此可见 RBFNN-ABC 的抗扰能力是非常强大的。

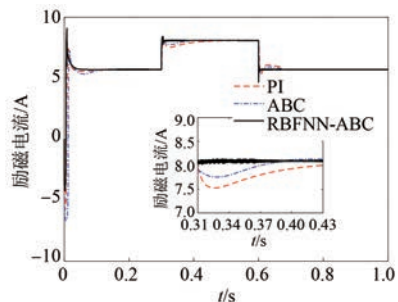


图6 突加负载扰动励磁电流响应曲线

4.3 EELSM 端部效应扰动的抑制能力分析

系统稳定运行后,0.3 s 时,加入 $f=15\sin(20t)$ 的端部效应扰动。图 7 为加入端部效应扰动后的气隙高度响应曲线。由图 7 可以看出,PI 控制系统在加入端部扰动后曲线波动较剧烈,有较大的超调量,抗扰能力弱。ABC 控制系统中,波动程度有明显增强,与 PI 控制系统相比,ABC 控制系统的抗扰能力较强。RBFNN-ABC 控制系统中,系统几乎没有波动,明显看出此系统的抗扰能力比前两种系统要优越。

5 结 语

为了提高数控机床进给平台 EELSM 磁悬浮系统的性能,提出了一种非线性 RBFNN-ABC 方法,通过研究得出以下的结论:

(1) 对 EELSM 磁悬浮系统的结构以及运行机理进行了分析,采用 $i_d=0$ 的矢量控制对模型

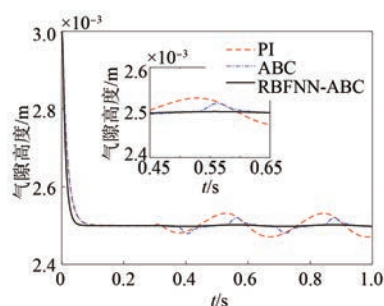


图7 正弦扰动下气隙高度响应曲线

进行简化。将电枢磁场对励磁磁场产生的影响作为不确定性扰动处理,建立 EELSM 磁悬浮系统的数学模型,并推导出磁悬浮力的解析表达式。

(2) 提出非线性 RBFNN-ABC 方法,构造误差变量及虚拟控制量,并将输出误差限制在比较小的范围之内。设计了 ABC,将 RBFNN 当作函数逼近器对不确定性扰动进行逼近,降低了不确定扰动对系统的影响,使系统趋于稳定。

(3) 构造 Lyapunov 函数对系统的稳定性进行了证明,充分证明了系统可渐近收敛至边界层内。仿真结果证明了非线性 RBFNN-ABC 控制规律的有效性。

【参考文献】

[1] 马苏扬,吴国庆,吴爱华,等. 直接驱动型磁悬浮直线进给单元[J]. 机床与液压, 2010, 38(7): 22.

[2] 郭庆鼎,赵希梅. 数控机床直线伺服驱动控制的若干问题与展望[J]. 沈阳工业大学学报, 2006(3): 273.

[3] 卢琴芬,沈焱明,叶云岳. 永磁直线电动机结构及研究发展综述[J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(9): 2575.

[4] KIM C. Robust control of magnetic levitation systems considering disturbance force by LSM propulsion systems[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2017, 53(11): 17284242.

[5] AHMED S, GRABHER C, KIM H, et al. Multifidelity surrogate assisted rapid design of transverse-flux permanent magnet linear synchronous motor [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 67(9): 7280.

[6] EL-SOUSY F F M, ABUHASEL K A. Nonlinear robust optimal control via adaptive dynamic programming of permanent-magnet linear synchronous motor drive for uncertain two-axis motion control system [J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2020, 56(2): 1940.

[7] 尹忠刚,靳海旭,张彦平,等. 基于扰动观测器的交流伺服系统低速爬行滤波反步控制方法[J]. 电工技术学报, 2020, 35(增1): 203.

[8] POLYCARPOU M, FARRELL J, SHARMA M. On-line approximation control of uncertain nonlinear systems: issues with control input saturation [C] // Proceedings of the 2003 American Control Conference, 2003.

[9] 战家治,崔皆凡. 基于神经网络的两相混合式步进电机反步控制[J]. 电机与控制应用, 2022, 49(1): 28.

[10] LIU H, PAN Y, CAO J, et al. Adaptive neural network backstepping control of fractional-order nonlinear systems with actuator faults [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2020, 31(12): 5166.

[11] LI M, LI Y, WANG Q. Neural networks-based adaptive backstepping super-twisting sliding mode control of uncertain nonlinear systems with unknown hysteresis [C] // 2021 33rd Chinese Control and Decision Conference (CCDC), 2021.

[12] CHEN B, LIU X, LIU K, et al. Novel adaptive neural control design for nonlinear MIMO time-delay systems[J]. Automatica, 2009, 45(6): 1554.

[13] LEE H. Robust adaptive fuzzy control by backstepping for a class of MIMO nonlinear systems [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2011, 19(2): 265.

[14] 支凡,张鸣,朱煜,等. 无铁心永磁同步直线电机推力谐波分析与消除[J]. 中国电机工程学报, 2017, 37(7): 2101.

[15] MA M, LI L, ZHANG J, et al. Analytical methods for minimizing detent force in long-stator PM linear motor including longitudinal end effects [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2015, 51(11): 15553118.

[16] 蓝益鹏,胡学成,陈其林,等. 可控励磁磁悬浮进给平台电磁特性的有限元分析[J]. 机械工程学报, 2017, 53(4): 184.