

# 一类刚性负载双轴伺服系统的非线性观测器控制设计策略<sup>\*</sup>

赵桂琛<sup>1</sup>, 何建华<sup>1</sup>, 章恩泽<sup>2</sup>, 王保防<sup>1</sup>

(1. 青岛大学 自动化学院, 山东 青岛 266071;

2. 扬州大学 信息工程学院, 江苏 扬州 225009)

**摘要:** 提出了一种基于非线性观测器的命令滤波自适应反步控制(OCFABC)方法,以解决具有 LuGre 摩擦模型的双轴伺服系统中的位置跟踪和速度同步问题。观测器用于系统摩擦补偿。命令滤波器作用于虚拟控制信号,解决反步法中的计算爆炸问题,建立误差补偿方程,提高跟踪精度。此外,还设计了速度同步信号,以达到更好的系统同步效果。利用 Lyapunov 理论分析了闭环系统的稳定性。最后,通过仿真和试验结果证明了所设计方法的有效性和优越性。

**关键词:** 命令滤波反步; LuGre 摩擦; 伺服系统; 非线性摩擦观测器

中图分类号: TM341 文献标志码: A 文章编号: 1673-6540(2023)03-0014-08

doi: 10.12177/emca.2022.177

## Nonlinear Observer Based Control Design Method for a Class of Dual-Axis Servo System with Rigid Load<sup>\*</sup>

ZHAO Guichen<sup>1</sup>, HE Jianhua<sup>1</sup>, ZHANG Enze<sup>2</sup>, WANG Baofang<sup>1</sup>

(1. School of Automation, Qingdao University, Qingdao 266071, China;

2. College of Information Engineering, Yangzhou University, Yangzhou 225009, China)

**Abstract:** The dual-axis servo system with the LuGre friction model has problems of the position tracking and the speed synchronization. To solve these problems, a nonlinear observer-based command filtered adaptive backstepping control (OCFABC) method is proposed. The observer is used for system friction compensation. The command filter acts on the virtual control signal to solve the computational explosion problem in the backstepping method, and the error compensation equation is established to improve the tracking accuracy. In addition, the speed synchronization signals are designed to achieve the better system synchronization effect. The stability of the closed-loop system is analyzed by using Lyapunov theory. Finally, the availability and the superiority of the designed method are demonstrated by simulation and experiment results.

**Key words:** command filtered backstepping; LuGre friction; servo system; nonlinear friction observer

## 0 引言

伺服系统又称随动系统,是一种能使负载位置

等输出被控量随输入信号变化的自动控制系统<sup>[1-3]</sup>。随着科学技术的快速发展,大功率工业应用的出现对伺服系统提出了更高的要求。大功率

收稿日期: 2022-12-05; 收到修改稿日期: 2022-12-15

<sup>\*</sup> 基金项目: 国家自然科学基金项目(62103212, 62203381)

作者简介: 赵桂琛(1997—),男,硕士研究生,研究方向为多电机同步驱动伺服系统智能控制。

章恩泽(1989—),女,博士,讲师,研究方向为多目标优化、非线性系统等。

王保防(1989—),男,博士,讲师,研究方向为高精度伺服控制、非线性系统、机器人轨迹跟踪控制。

交流伺服系统用于雷达和火炮,通常需由多个电机同步驱动。在多电机伺服系统中,一些因素限制了系统跟踪性能的提高,包括电机特性的差异,系统参数扰动引起的温度和负载变化,负载惯性不确定性和扭矩扰动、摩擦以及非线性动态扭矩引起的齿槽效应,力矩、柔性传动机构引起的低频共振等。

摩擦是影响伺服系统性能的主要因素之一。为了提高系统的性能,可采用适当的摩擦补偿方法来减少或消除摩擦对伺服系统性能的影响。实际中,在处理摩擦问题时主要是基于摩擦模型进行补偿<sup>[4-5]</sup>。根据不同的情况,提出了多种摩擦模型用于建模和补偿。其中常用的模型有 Dahl 模型<sup>[6]</sup>、LuGre 模型<sup>[7]</sup>、弹塑性模型<sup>[8]</sup>、Leuven 模型<sup>[9]</sup>和 GMS 模型<sup>[10]</sup>。本文使用 LuGre 模型,因为其可以在低速摩擦动力学方面准确地描述摩擦现象<sup>[11]</sup>。

为了克服摩擦对系统的影响,许多学者提出了不同的补偿策略。文献[12]提出了一种基于多级坐标搜索算法的 LuGre 模型参数辨识方法,并设计了一个非线性摩擦观测器来估计 LuGre 模型不可测的内部状态。为了解决具有摩擦非线性伺服系统的控制问题,提出了一种改进的 LuGre 摩擦模型。径向基函数神经网络(RBFNN)因为具有通用逼近特性,所以可用来实现估计和补偿<sup>[13]</sup>。文献[1]提出了一种能够自适应地调整基函数的中心和宽度并在线逼近 LuGre 摩擦的控制器,并证明了该方法的有效性。文献[14]提出了一种新型的神经网络观测器来观测不易测的内部状态,并引入鲁棒自适应控制器实现高精度跟踪控制。

对于高阶非线性伺服系统,反步法被认为是一种设计高性能跟踪控制器的有效方法<sup>[15-17]</sup>。反步法广泛应用于非线性系统的控制,可以通过与自适应控制相结合来解决一大类不确定非线性系统的控制问题。然而,在控制器设计过程中,需要反复地对虚拟控制信号进行求导。随着系统复杂性的增加,会出现“微分爆炸”现象,导致控制器设计过程变得更加繁琐。针对反步法计算复杂的问题,国内外许多学者提出了大量的解决方法。其中,典型的技术方法有动态面技术<sup>[18-20]</sup>和命令滤波技术<sup>[21-23]</sup>。

本文研究了基于 LuGre 摩擦模型的双电机伺服系统自适应反步控制方法,并应用了非线性摩擦观测器和命令滤波技术。其中非线性观测器用

于摩擦的估计和补偿,命令滤波器用于处理反步法的虚拟控制信号,避免了反复求导引起的复杂性问题,并使用误差补偿方程来减小滤波误差。为了保证同步性能,设计了速度同步反馈信号。最后,利用李雅普诺夫理论证明系统的稳定性。

## 1 问题描述与系统建模

在双电机伺服系统中,两台电机通过减速器、小齿轮和大齿圈一起带动旋转负载。双电机同步驱动伺服系统的机械架构示意图如图 1 所示<sup>[24]</sup>。

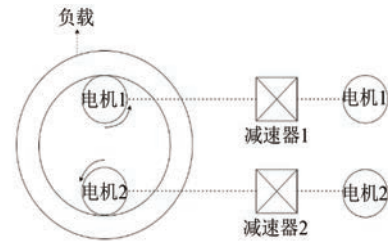


图 1 双电机同步驱动伺服系统结构图

忽略齿隙的影响,双电机同步驱动伺服系统理想模型为

$$\begin{cases} \dot{\theta}_L = \omega_L \\ \dot{\theta}_j = \omega_j \\ \dot{\omega}_L = [K_L(\theta_1 - \theta_L) + K_L(\theta_2 - \theta_L)]/J_L - T_f \\ \dot{\omega}_j = [K_{Tj}i_j - K_L(\theta_j - \theta_L)]/J_{mj} - b_j\omega_j \\ \dot{i}_j(t) = (-R_ji_j - K_{ej}\omega_j + u_j)/L_j \end{cases} \quad (1)$$

式中:下标 $j$ 为不同的组, $j=1,2$ ;  $\theta_j$ 、 $\omega_j$ 、 $J_{mj}$ 、 $K_{Tj}$ 、 $K_{ej}$ 分别为负载和电机的角位置、角速度、惯量、电磁转矩常数、反电动势常数;  $i_j$ 、 $R_j$ 、 $L_j$ 、 $u_j$ 分别为各电机的电流、电阻、电感、控制电压;  $K_L$ 为传动机构的刚度系数;  $\theta_L$ 、 $\omega_L$ 、 $J_L$ 分别为转换到电机侧的负载的角位置、角速度、转动惯量;  $b_j$ 为常数;  $T_f$ 为 LuGre 摩擦模型建立的摩擦力矩。

$T_f$  的数学表达式如下:

$$T_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 \omega_L \quad (2)$$

$$\frac{dz}{dt} = \omega_L - \frac{|\omega_L|}{g(\omega_L)} z \quad (3)$$

$$\sigma_0 g(\omega_L) = F_c + (F_s - F_c) e^{-(\omega_L/\omega_s)^2} \quad (4)$$

式中:  $\sigma_0$  为摩擦刚性系数;  $\sigma_1$  为摩擦阻尼系数;

$\sigma_2$  为黏性摩擦系数;  $F_c$  为库仑摩擦力矩;  $F_s$  为静摩擦力矩;  $\omega_s$  为 Stribeck 速度;  $z$  为摩擦状态;  $g(\omega_L)$  为刷毛在两个接触面之间的平均挠度, 是一个大于 0 且有界的函数。

双电机伺服系统的控制方法如图 2 所示。

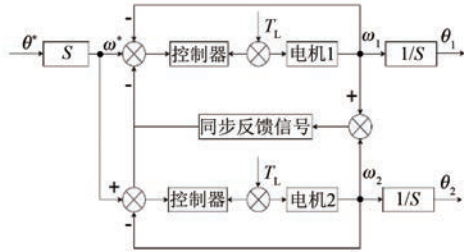


图 2 双电机伺服驱动控制方案

定义状态变量:  $x_1 = \theta_L \theta^*$ 、 $x_2 = \omega_L$ 、 $x_{3j} = \theta_j$ 、 $x_{4j} = \omega_j$ 、 $x_{5j} = i_j$ , 可得状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_0(x_3 - 2x_1) - T_f \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_{4j} = \beta_{1j}x_{5j} - \beta_{2j}(x_{3j} - x_1) - b_jx_{4j} \\ \dot{x}_{5j} = -\beta_{3j}x_{5j} - \beta_{4j}x_{4j} + \beta_{5j}u_j \\ \dot{y} = x_1 \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $a_0 = K_L/J_L$ ,  $\beta_{1j} = K_{Tj}/J_{mj}$ ,  $\beta_{2j} = K_L/J_{mj}$ ,  $\beta_{3j} = R_j/L_j$ ,  $\beta_{4j} = K_{ej}/L_j$ ,  $\beta_{5j} = 1/L_j$ ;  $x_3 = x_{31} + x_{32}$ ,  $x_4 = x_{41} + x_{42}$ 。

对式(5)所示系统做如下假设:

假设指令信号  $y_d$ 、 $\dot{y}_d$ 、 $\ddot{y}_d$  连续可微,  $\ddot{y}_d$  是有界的。

**注 1** 控制目标是在 Lugre 摩擦模型的基础上设计控制信号  $u_1$  和  $u_2$ , 以减小摩擦转矩的影响, 保证两台电机同步运行, 并保证  $y$  能够稳定跟踪预期信号  $y_d$ 。

**注 2** 双电机伺服系统有两个控制输入信号。分别考虑各电机的输入时, 系统仍然满足严格反馈形式, 满足反步法设计的要求。

**引理 1** 命令滤波器定义如下<sup>[25]</sup>:

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_1 = \omega_n \varphi_2 \\ \dot{\varphi}_2 = -2\zeta\omega_n \varphi_2 - \omega_n(\varphi_1 - \tau) \end{cases} \quad (6)$$

如果输入信号  $\tau$  满足  $|\dot{\tau}| \leq \lambda_1$  和  $|\ddot{\tau}| \leq \lambda_2$ , 对于  $t \geq 0$  均成立, 其中  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  均是正的常量, 并且  $\varphi_1(0) = \tau(0)$ ,  $\varphi_2(0) = 0$ , 则对于任意  $u > 0$ , 必有  $\omega_n > 0$  和  $\zeta \in (0, 1]$ , 使得  $|\varphi_1 - \tau| \leq u$ 。  $|\dot{\varphi}_1|$ 、

$|\dot{\varphi}_1|$  和  $|\ddot{\varphi}_1|$  均是有界的。

## 2 控制器设计

本节设计了一种基于双观测器的命令滤波器自适应反步跟踪控制器, 用于具有 Lugre 摩擦的双电机伺服系统。假设系统的状态跟踪误差为

$$\begin{cases} e_1 = x_1 - y_d \\ e_2 = x_2 - \dot{x}_{2,c} \\ e_3 = a_0 x_3 - x_{3,c} \\ e_{4j} = a_0 x_{4j} - x_{4,c}/2 \\ e_{5j} = a_0 \beta_{1j} x_{5j} - x_{5j,c} \\ e_4 = e_{41} + e_{42} \\ e_5 = e_{51} + e_{52} \\ e_s = e_{42} - e_{41} \\ e_t = e_{52} - e_{51} \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $x_{2,c}$ 、 $x_{3,c}$ 、 $x_{4,c}$ 、 $x_{5j,c}$  分别为  $x_2$ 、 $x_3$ 、 $x_4$ 、 $x_{5j}$  的期望虚拟控制信号;  $x_{4,c}/2$  为状态  $x_{4j}$  的期望虚拟控制信号;  $e_s$  和  $e_t$  分别为两台电机的转速差和驱动转矩均衡误差。

**注 3** 所提出的控制器由非线性摩擦观测器、命令滤波器、滤波误差补偿系统和双电机伺服系统组成。其中, 将命令滤波器应用于虚拟控制信号, 解决了复杂的计算爆炸问题。利用滤波误差补偿方程, 提高了系统的滤波精度和跟踪精度。该观测器用于非线性摩擦的估计和补偿。最后, 利用李雅普诺夫理论设计了整体控制器, 并证明了其稳定性。

第一步, 定义补偿后的跟踪误差为  $v_1 = e_1 - \zeta_1$ , 考虑 Lyapunov 函数为

$$V_1 = \frac{1}{2} v_1^2 \quad (8)$$

将式(5)与式(7)相结合,  $V_1$  的时间导数为

$$\dot{V}_1 = v_1 \dot{v}_1 = v_1(e_2 + x_{2,c} - \alpha_1 + \alpha_1 - \dot{y}_d - \dot{\zeta}_1) \quad (9)$$

构造虚拟控制律  $\alpha_1$  和补偿信号  $\zeta_1$  为

$$\alpha_1 = -c_1 e_1 + \dot{y}_d \quad (10)$$

$$\dot{\zeta}_1 = -c_1 \zeta_1 + \zeta_2 + (x_{2,c} - \alpha_1) \quad (11)$$

将式(10)、式(11)代入式(9)可得:

$$\dot{V}_1 = -c_1 v_1^2 + v_1 v_2 \quad (12)$$

第二步, 考虑非线性状态  $z$  不可测, 使用两个

状态观测器估计状态  $z^{[26]}$ :

$$\begin{cases} \frac{d\hat{z}_0}{dt} = x_2 - \frac{|x_2|}{g(x_2)}\hat{z}_0 + t_0 \\ \frac{d\hat{z}_1}{dt} = x_2 - \frac{|x_2|}{g(x_2)}\hat{z}_1 + t_1 \end{cases} \quad (13)$$

式中:  $\hat{z}_0$  和  $\hat{z}_1$  为对摩擦状态  $z$  的估计;  $t_0$  和  $t_1$  为需要设计的观察动态项。

观测摩擦力矩定义如下:

$$\hat{T}_f = \hat{\sigma}_0 \hat{z}_0 + \hat{\eta} x_2 - \hat{\sigma}_1 \frac{|x_2|}{g(x_2)} \hat{z}_1 \quad (14)$$

式中:  $\hat{\eta}$  为  $\eta$  的观测值,  $\eta = \sigma_1 + \sigma_2 > 0$ 。

定义:

$$\begin{cases} \tilde{z}_0 = z - \hat{z}_0 \\ \tilde{z}_1 = z - \hat{z}_1 \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} \tilde{\sigma}_0 = \sigma_0 - \hat{\sigma}_0 \\ \tilde{\sigma}_1 = \sigma_1 - \hat{\sigma}_1 \\ \tilde{\eta} = \eta - \hat{\eta} \end{cases} \quad (16)$$

所以有:

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{z}_0}{dt} = \frac{dz}{dt} - \frac{d\hat{z}_0}{dt} = -\frac{|x_2|}{g(x_2)}\tilde{z}_0 - t_0 \\ \frac{d\tilde{z}_1}{dt} = \frac{dz}{dt} - \frac{d\hat{z}_1}{dt} = -\frac{|x_2|}{g(x_2)}\tilde{z}_1 - t_1 \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{\sigma}_0}{dt} = -\frac{d\hat{\sigma}_0}{dt} \\ \frac{d\tilde{\sigma}_1}{dt} = -\frac{d\hat{\sigma}_1}{dt} \\ \frac{d\tilde{\eta}}{dt} = -\frac{d\hat{\eta}}{dt} \end{cases} \quad (18)$$

同样, 将补偿后的跟踪误差定义为  $v_2 = e_2 - \zeta_2$ 。选择 Lyapunov 函数:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}v_2^2 + \frac{1}{2}\sigma_0\tilde{z}_0^2 + \frac{1}{2}\sigma_1\tilde{z}_1^2 + \frac{1}{2\gamma_0}\tilde{\sigma}_0^2 + \frac{1}{2\gamma_1}\tilde{\sigma}_1^2 + \frac{1}{2\gamma_2}\tilde{\eta}^2 \quad (19)$$

式中:  $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2$  为大于 0 的常数。

将式(5)和式(7)结合起来, 即  $\dot{V}_2$  为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & \dot{V}_1 + v_2[e_3 + x_{3,c} - \alpha_2 + \alpha_2] - \\ & v_2[2a_0x_1 + T_f + \dot{x}_{2,c} + \zeta_2] + \sigma_0\tilde{z}_0\dot{\tilde{z}}_0 + \sigma_1\tilde{z}_1\dot{\tilde{z}}_1 + \\ & \frac{1}{\gamma_0}\tilde{\sigma}_0\dot{\tilde{\sigma}}_0 + \frac{1}{\gamma_1}\tilde{\sigma}_1\dot{\tilde{\sigma}}_1 + \frac{1}{\gamma_2}\tilde{\eta}\dot{\tilde{\eta}} \end{aligned} \quad (20)$$

构造虚拟控制律  $\alpha_2$  和补偿信号  $\zeta_2$  分别为

$$\alpha_2 = 2a_0x_1 + \hat{T}_f + \dot{x}_{2,c} - c_2e_2 - e_1 \quad (21)$$

$$\zeta_2 = -c_2\zeta_2 - \zeta_1 + \zeta_3 + (x_{3,c} - \alpha_2) \quad (22)$$

将式(21)和式(22)代入(20), 可以获得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -c_1v_1^2 - c_2v_2^2 + v_2v_3 - \\ & \sigma_0\tilde{z}_0(v_2 + t_0) + \sigma_1\tilde{z}_1\left[v_2\frac{|x_2|}{g(x_2)} - t_1\right] - \\ & \tilde{\eta}\left(x_2v_2 + \frac{\dot{\eta}}{\gamma_2}\right) - \tilde{\sigma}_0\left(v_2\hat{z}_0 + \frac{\dot{\sigma}_0}{\gamma_0}\right) + \\ & \tilde{\sigma}_1\left[\frac{|x_2|}{g(x_2)}\hat{z}_1v_2 - \frac{\dot{\sigma}_1}{\gamma_1}\right] - \sigma_0\frac{|x_2|}{g(x_2)}\tilde{z}_0^2 - \sigma_1\frac{|x_2|}{g(x_2)}\tilde{z}_1^2 \end{aligned} \quad (23)$$

根据式(23), 得到以下更新定律:

$$\begin{cases} \dot{t}_0 = -v_2 \\ \dot{t}_1 = v_2\frac{|x_2|}{g(x_2)} \end{cases} \quad (24)$$

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\sigma}}_0 = -\gamma_0v_2\hat{z}_0 \\ \dot{\tilde{\sigma}}_1 = \gamma_1\frac{|x_2|}{g(x_2)}\hat{z}_1v_2 \\ \dot{\tilde{\eta}} = -\gamma_2x_2v_2 \end{cases} \quad (25)$$

因此可以得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -c_1v_1^2 - c_2v_2^2 + v_2v_3 - \\ & \sigma_0\frac{|x_2|}{g(x_2)}\tilde{z}_0^2 - \sigma_1\frac{|x_2|}{g(x_2)}\tilde{z}_1^2 \end{aligned} \quad (26)$$

第三步, 补偿信号为  $v_3 = e_3 - \zeta_3$ 。选择 Lyapunov 函数为

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2}v_3^2 \quad (27)$$

$V_3$  的导数为

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 + v_3(e_4 + x_{4,c} - \dot{x}_{3,c} - \zeta_3) \quad (28)$$

同样, 构造虚拟控制律  $\alpha_3$ 、补偿信号  $\zeta_3$  为

$$\alpha_3 = -c_3e_3 - e_2 + \dot{x}_{3,c} \quad (29)$$

$$\zeta_3 = -c_3\zeta_3 - \zeta_2 + \zeta_4 + x_{4,c} - \alpha_3 \quad (30)$$

将式(29)和式(30)代入式(28), 可以得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = & -c_1v_1^2 - c_2v_2^2 - \sigma_0\frac{|x_2|}{g(x_2)}\tilde{z}_0^2 - \\ & \sigma_1\frac{|x_2|}{g(x_2)}\tilde{z}_1^2 - c_3v_3^2 + v_3v_4 \end{aligned} \quad (31)$$

第四步, 类似地, 定义  $v_4 = e_4 - \zeta_4$ , 选择以下 Lyapunov 函数:

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2}v_4^2 \quad (32)$$

$V_4$  的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 = \dot{V}_3 + v_4 \dot{v}_4 = \\ \dot{V}_3 + v_4 [e_{51} + x_{51,c} - \alpha_{41} + \\ \alpha_{41} - a_0 \beta_{21}(x_{31} - x_1) - a_0 b_1 x_{41} + \\ e_{52} + (x_{52,c} - \alpha_{42}) + \alpha_{42} - \\ a_0 \beta_{22}(x_{32} - x_1) - a_0 b_2 x_{42} - \dot{x}_{4,c} - \zeta_4] \quad (33) \end{aligned}$$

构造虚拟控制律  $\alpha_{4j}$  和补偿信号  $\zeta_4$  为

$$\begin{aligned} \alpha_{4j} = a_0 \beta_{2j}(x_{3j} - x_1) + a_0 b_j x_{4j} + \\ \frac{1}{2} \dot{x}_{4,c} - c_4 e_{4j} - \frac{1}{2} e_3 + k_s e_s \quad (34) \end{aligned}$$

$$\zeta_4 = -c_4 \zeta_4 - \zeta_3 + \zeta_5 + (x_{5,c} - \alpha_4) \quad (35)$$

将式(34)和式(35)代入式(33), 可以得到:

$$\dot{V}_4 = - \sum_{i=1}^4 c_i v_i^2 - \sigma_0 \frac{|x_2|}{g(x_2)} \tilde{z}_0^2 - \sigma_1 \frac{|x_2|}{g(x_2)} \tilde{z}_1^2 + v_4 v_5 \quad (36)$$

第五步, 类似地, 定义  $v_5 = e_5 - \zeta_5$ , 选择 Lyapunov 函数如下:

$$V_5 = V_4 + \frac{1}{2}v_5^2 \quad (37)$$

$V_5$  的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_5 = \dot{V}_4 + v_5 \dot{v}_5 = \dot{V}_4 + v_5 [-a_0 \beta_{11} \beta_{31} x_{51} - \\ a_0 \beta_{11} \beta_{41} x_{41} + a_0 \beta_{11} \beta_{51} u_1 - \\ \dot{x}_{51,c} - a_0 \beta_{12} \beta_{32} x_{52} - a_0 \beta_{12} \beta_{42} x_{42} + \\ a_0 \beta_{12} \beta_{52} u_2 - \dot{x}_{52,c} - \zeta_5] \quad (38) \end{aligned}$$

根据需要构造控制信号  $u_1, u_2$  和补偿信号  $\zeta_5$  如下所示:

$$\begin{cases} u_1 = \alpha_{51} = \frac{1}{a_0 \beta_{11} \beta_{51}} \left( a_0 \beta_{11} \beta_{31} x_{51} + \right. \\ \left. a_0 \beta_{11} \beta_{41} x_{41} + \dot{x}_{51,c} - c_5 e_{51} - \frac{1}{2} e_4 \right) + \\ \frac{1}{\beta_{11} \beta_{51}} \left( k_c e_1 + \frac{1}{2a_0} e_s \right) \\ u_2 = \alpha_{52} = \frac{1}{a_0 \beta_{12} \beta_{52}} \left( a_0 \beta_{12} \beta_{32} x_{52} + \right. \\ \left. a_0 \beta_{12} \beta_{42} x_{42} + \dot{x}_{52,c} - c_5 e_{52} - \frac{1}{2} e_4 \right) - \\ \frac{1}{\beta_{12} \beta_{52}} \left( k_c e_1 + \frac{1}{2a_0} e_s \right) \end{cases} \quad (39)$$

$$\zeta_5 = -c_5 \zeta_5 - \zeta_4 \quad (40)$$

注4 在式(39)中,  $(-1)^{j+1} \frac{1}{\beta_{1j} \beta_{5j}}$

$\left( k_c e_1 + \frac{1}{2a_0} e_s \right)$  是同步反馈信号。目的是减少两台电机的速度同步误差, 提高同步精度。将式(39)和式(40)代入式(38), 可以得到:

$$\dot{V}_5 = - \sum_{i=1}^5 c_i v_i^2 - \sigma_0 \frac{|x_2|}{g(x_2)} \tilde{z}_0^2 - \sigma_1 \frac{|x_2|}{g(x_2)} \tilde{z}_1^2 \quad (41)$$

### 3 稳定性分析

引理2 考虑非线性函数  $\dot{x} = F(x)$  [27], 若存在连续可微的正函数  $V(x)$ , 并满足  $a > 0, b \geq 0$ , 则有:

$$\dot{V}(x) \leq -aV(x) + b \quad (42)$$

则  $\dot{x} = F(x)$  是稳定的并且闭环系统中的所有信号均是有界的。

定理 对于可由式(1)中描述的双电机伺服系统, 设计了控制器式(39)、命令滤波器式(6)、滤波补偿子系统和非线性摩擦观测器式(17)。在这些条件下, 闭环控制系统的跟踪误差将收敛到原点的一个足够小的邻域, 并且系统的所有状态均是有界的。

证明:

Lyapunov 函数将整个系统定义为

$$V = V_5 + \frac{1}{2}e_s^2 + \frac{1}{2}e_t^2 \quad (43)$$

$V$  的时间导数为

$$\dot{V} = \dot{V}_5 + e_s \dot{e}_s + e_t \dot{e}_t \quad (44)$$

两台电机的转速差  $\dot{e}_s$  为

$$\begin{aligned} \dot{e}_s = \dot{e}_{42} - \dot{e}_{41} = e_t - c_4 e_s - 2k_s e_s + \\ (x_{52,c} - \alpha_{42}) - (x_{51,c} - \alpha_{41}) \quad (45) \end{aligned}$$

由引理1得  $|(x_{52,c} - \alpha_{42}) - (x_{51,c} - \alpha_{41})| \leq \varepsilon$  和  $\varepsilon > 0$ , 则式(45)可表示为

$$\dot{e}_s \leq e_t - (c_4 + 2k_s)e_s + \varepsilon \quad (46)$$

两台电机的驱动转矩均衡误差  $\dot{e}_t$  为

$$\dot{e}_t = \dot{e}_{52} - \dot{e}_{51} = -(c_5 + 2a_0 k_c)e_t - e_s \quad (47)$$

将式(46)和式(47)代入式(44)可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq \dot{V}_5 - (c_4 + 2k_s)e_s^2 + \varepsilon e_s + \\ e_s e_t - (c_5 + 2a_0 k_c)e_t^2 - e_s e_t \leq \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& - \sum_{i=1}^5 c_i v_i^2 - \sigma_0 \frac{|x_2|}{g(x_2)} \tilde{z}_0^2 - \\
& \sigma_1 \frac{|x_2|}{g(x_2)} \tilde{z}_1^2 - (c_4 + 2k_s - 1) e_s^2 - \\
& (c_5 + 2a_0 k_c) e_1^2 + \frac{1}{4} \varepsilon^2
\end{aligned} \quad (48)$$

定义:

$$\begin{aligned}
a = \min \left\{ c_i, c_4 + 2k_{s1} - 1, c_5 + 2a_0 k_c, \frac{|x_2|}{g(x_2)}, \right. \\
\left. \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\}, i = 1, 2, 3, 4, 5
\end{aligned} \quad (49)$$

$$b = \frac{1}{2\gamma_0} \tilde{\sigma}_0^2 + \frac{1}{2\gamma_1} \tilde{\sigma}_1^2 + \frac{1}{2\gamma_2} \tilde{\eta}^2 + \frac{1}{4} \varepsilon^2 \quad (50)$$

可得:

$$\dot{V} \leq -2aV + b \quad (51)$$

对于任意的  $t \leq t_0$ , 存在:

$$V(t) \leq \left( V(t_0) - \frac{b}{a} \right) e^{k(t-t_0)} + \frac{b}{a} \leq V(t_0) + \frac{b}{a} \quad (52)$$

根据引理 2, 可以看到负载位置跟踪误差收敛到原点附近足够小的邻域。

所设计控制器主要优势在于通过命令滤波器降低了控制器的计算复杂度, 此外, 结合同步反馈信号进一步提高两个电机之间的同步性能。然而, 稳定性证明最后的结论仅能得到实用稳定性的结果, 即所有系统状态均是有界稳定的。

## 4 试验分析

双电机伺服系统进行了对比试验, 比较了 PI 控制和基于观测器的命令滤波自适应反步控制 OCFBC 方法下的双电机伺服系统运行性能。负载位置施加正弦信号和斜坡信号。

试验所用电机型号为科尔摩根 B-402-B, 惯量为  $0.000\ 323\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$ , 电动势常数为  $0.64\ \text{V} \cdot \text{s}/\text{rad}$ , 转矩常数为  $1.11\ \text{N} \cdot \text{m}/\text{A}$ 。控制器参数  $[c_1\ c_2 \cdots c_5]$  分别为  $[500\ 1\ 500\ 100\ 200\ 10]$ , 同步反馈控制参数  $[k_s\ k_c] = [1\ 1.5]$ 。

试验系统结构如图 3 所示。

当  $y_d = \sin \frac{\pi}{6}$ , 试验结果如图 4 和图 5 所示。

当  $y_d = \text{ramp} \frac{\pi}{6}$ , 试验结果如图 6 和图 7 所示。

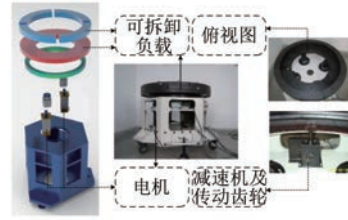


图 3 双电机试验平台

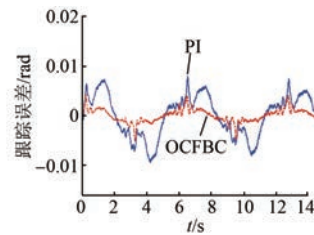


图 4 位置跟踪误差 1

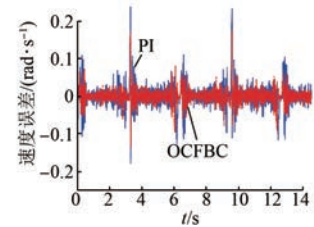


图 5 速度同步误差 1

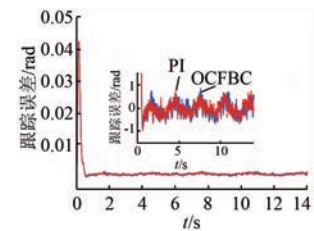


图 6 位置跟踪误差 2

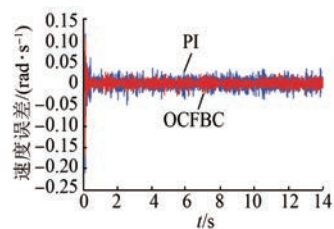


图 7 速度同步误差 2

试验结果如图 4~图 7 所示。图 4 和图 6 给出了两种控制方法的位置跟踪误差。图 5 和图 7 显示了两种控制方法的同步误差。从图 4~图 7 可以看出, OCFBC 的位置误差和同步误差均小于 PI 控制。因此, 通过试验可以得出 OCFBC 具

有更好的跟踪性能和同步性能。

## 5 结 语

本文针对具有 LuGre 摩擦的双电机伺服系统,构造了一种基于观测器的命令滤波自适应反步控制器。该控制器中的观测器用于观测和摩擦补偿,并与命令滤波技术相结合,避免了反步控制设计过程中的“计算爆炸”问题,并在两个电机同步时实现了良好的跟踪性能。与其他方法相比,试验结果验证了该控制方法的有效性以及良好的跟踪和同步性能。本文研究的双电机同步伺服系统控制策略仍处于理论与试验验证阶段,将所设计的控制策略应用在实际的多电机驱动及伺服系统中,是未来的重点研究内容。

## 【参考文献】

- [1] ZHU P, CHEN Y, LI M, et al. Fractional-order sliding mode position tracking control for servo system with disturbance[J]. ISA transactions 2020, 105: 269.
- [2] 王继超,冷育明,戚延辉,等. 基于 ASAPSO 的火炮随动系统模糊控制策略[J]. 电机与控制应用, 2021,48(4):53.
- [3] ZHAO H, WANG C. A new adaptive control of dual-motor driving servo system with backlash nonlinearity [J/OL]. Sādhanā,2018. <https://doi.org/10.1007/s12046-018-0919-6>.
- [4] 周新力,李醒飞. 基于反步积分滑模摩擦补偿的光电伺服转台控制[J]. 信息与控制,2022,51(2): 247.
- [5] 石啸,程国扬. 基于自适应摩擦补偿的复合非线性轨迹跟踪控制[J]. 电机与控制应用,2021,48(9): 14.
- [6] ZHANG Y, YAN P. Adaptive observer-based integral sliding mode control of a piezoelectric nanomanipulator[J]. IET Control Theory & Applications 2019, 13(14): 2173.
- [7] TAN H, HU Y, LI L. Effect of friction on the dynamic analysis of slider-crank mechanism with clearance joint [J]. International Journal of Non-Linear Mechanics,2019,115:20.
- [8] LI X, WANG Z, WANG X, et al. Research on static friction coefficient of joint surfaces considering elastic-plastic deformation based on fractal model [J]. International Journal of Industrial and Systems Engineering,2019,32(1):32.
- [9] LAMPAERT V, SWEVERS J, AL-BENDER F. Modification of the Leuven integrated friction model structure [J]. IEEE Transactions on Automatic Control,2002, 47(4): 683.
- [10] KANG S, YAN H, DONG L, et al. Finite-time adaptive sliding mode force control for electro-hydraulic load simulator based on improved GMS friction model[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018,102:117.
- [11] WU Z. Adaptive block compensation trajectory tracking control based on LuGre friction model [J/OL]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2019. <https://doi.org/10.1177/1729881419873212>.
- [12] LUO C, YAO J, GU J. Extended-state-observer-based output feedback adaptive control of hydraulic system with continuous friction compensation [J]. Journal of the Franklin Institute, 2019; 356(15): 8414.
- [13] 李耀华,王孝宇,周逸凡,等. 双 BP 神经网络的永磁同步电机磁链与转矩无差拍控制[J]. 电机与控制应用,2022,49(4):16.
- [14] HU J, WANG Y, LIU L, et al. High-accuracy robust adaptive motion control of a torque-controlled motor servo system with friction compensation based on neural network[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2019, 233(7): 2318.
- [15] ZENG T, REN X, ZHANG Y. Fixed-time sliding mode control and high-gain nonlinearity compensation for dual-motor driving system[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2020,16(6): 4090.
- [16] WEN G, CHEN C L P, GE S S. Simplified optimized backstepping control for a class of nonlinear strict-feedback systems with unknown dynamic functions [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 51(9):4567.
- [17] LI C K, HU Y, CHAO H. Output tracking control using adaptive backstepping/high order sliding modes [J]. IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics Communications and Computer Sciences, 2003,E86A(8):2144.
- [18] 张国斌,于金鹏,于海生,等. 永磁同步电机动态面

- 模糊离散速度调节控制[J]. 电机与控制应用, 2019, 46(4): 1.
- [19] WU J, CHEN X, ZHAO Q, et al. Adaptive neural dynamic surface control with prespecified tracking accuracy of uncertain stochastic nonstrict-feedback systems [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(5): 3408.
- [20] ZHANG T, XU H. Adaptive optimal dynamic surface control of strict-feedback nonlinear systems with output constraints[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2020, 30(5): 2059.
- [21] 刘加朋, 于金鹏, 林崇. 一类不确定非线性系统的事件驱动命令滤波反步控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(10): 2733.
- [22] XU D, DAI Y, YANG C, et al. Adaptive fuzzy sliding mode command-filtered backstepping control for islanded PV microgrid with energy storage system [J]. Journal of the Franklin Institute, 2019, 356(4): 1880.
- [23] HAN D, WANG X, CHEN L, et al. Command-filtered backstepping control for a multi-vectored thrust stratospheric airship [J/OL]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2015. <https://doi.org/10.1177/0142331214568237>.
- [24] 陈威, 吴益飞, 杜仁慧, 等. 双电机同步驱动伺服系统的鲁棒动态面控制[J]. 信息与控制, 2013, 42(5): 625.
- [25] ZHENG X, YANG X. Command filter and universal approximator based backstepping control design for strict-feedback nonlinear systems with uncertainty [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2020, 65(3): 1310.
- [26] 刘正华, 王青伟, 尔联洁. 基于 Backstepping 的飞行仿真转台自适应摩擦补偿控制(英文)[J]. 系统仿真学报, 2007, 150(19): 4504.
- [27] YU J, SHI P, DONG W, et al. Observer and command-filter-based adaptive fuzzy output feedback control of uncertain nonlinear systems [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015; 62(9): 5962.

## [ 期刊简介 ]

《电机与控制应用》(原《中小型电机》)创刊于1959年,是经国家新闻出版总署批准注册,由上海电器科学研究所(集团)有限公司主办的具有专业权威的电工技术类科技期刊。

期刊定位于电机、控制和应用三大板块,以中小型电机为基础,拓展新型的高效节能和微特电机技术,以新能源技术和智能控制技术引领和提升传统的电机制造技术为方向,以电机系统节能为目标开拓电机相关应用,全面报道国内外的最新技术、产品研发、检测、标准及相关的行业信息。

本刊每月10日出版,国内外公开发售,邮发代号4-199。在半个多世纪的岁月中,本刊为我国中小型电机行业的技术进步与发展做出了巨大的

贡献,在中国电机及其应用领域享有很高的声誉。

依托集团公司雄厚的技术实力和广泛的行业资源,《电机与控制应用》正朝着专业化品牌媒体的方向不断开拓创新,得到了业内人士的普遍认可,备受广大读者的推崇和信赖,多次被评为中文核心期刊、中国科技核心期刊、全国优秀科技期刊。近年还被JST日本科学技术振兴机构数据库(日)和Pж(AJ)文摘杂志(俄)等国外数据库收录。为及时刊载上述技术领域的最新研究动态,推广研发成果,推动研究与应用的紧密结合,欢迎各高校相关课题组及团队和科研技术人员等向本刊投稿,本刊不收取任何版面费或审稿费等费用!

《电机与控制应用》官网: <http://www.motor-abc.cn/djykyz/home>.