

四线圈原型电机模型及其空间矢量数学表征^{*}

钟再敏, 杨明磊, 王业勤, 陈 鸿
(同济大学汽车学院, 上海 201804)

摘 要: 不同类型电机的机电能量变换过程有其内在关联性, 这就是“统一”电机模型理论探讨的问题。作者此前提出了“法拉第参考系”和“牵连运动电动势”概念, 可实现线圈固结坐标系与运动坐标系下电压矢量方程的一致表达, 并为统一电机模型理论提供了一个有效的理论方法。在此基础上, 提出四线圈原型电机模型, 藉此统一表征电机的机电能量变换过程。基于空间矢量数学手段, 具体推导了所述原型电机模型的电压、转矩表达式, 讨论了原型电机模型的基本输入、输出特性。结合理论推导证明, 通过设置附加约束条件, 所述原型电机模型可推广表征常见典型电机。该工作来源于教学实践, 是对统一电机模型理论的有益拓展和补充; 该工作对于电机工程实践也有一定参考价值, 基于所给出的矢量控制架构, 有望实现不同类型电机矢量控制架构的统一。

关键词: 电机统一理论; 四线圈原型电机模型; 空间矢量表达; 牵连运动电动势

中图分类号: TM301 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-6540(2023)07-0001-12

doi: 10.12177/emca.2023.081

A Four-Coil Unified Model of Electrical Machinery and Its Space Vector Mathematic Description^{*}

ZHONG Zaimin, YANG Minglei, WANG Yeqin, CHEN Hong

(School of Automotive Studies, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: The unified theory of electrical machinery should identify the inherent relationships of the electromechanical energy conversion process among different types of electrical machinery. Previously, the concepts of “Faraday reference frame” and “entrainment electromotive force” are proposed for rotational reference frames, which achieved a consistent expression of voltage equations under the winding-fixed coordinate system and the rotational coordinate system. On this basis, a four-coil unified model of electrical machinery is proposed. The electromechanical energy transformation process of the motor is uniformly characterized. Based on space vector mathematics, and its voltage and torque equation of four-coil prototype motor under space vector expressions are derived. Furthermore, the basic input and output characteristics of the unified model of electrical machinery is discussed, an equivalent physical characterization of typical electrical machinery is provided by setting additional constraint conditions through theoretical analysis. This work comes from teaching practice and is a helpful extension and supplement to the unified model of electrical machinery theory. This work also has a potential reference value for practical applications. The proposed vector control principle may potentially achieve a unified underlying algorithmic architecture for vector control of different types of electrical machineries.

收稿日期: 2023-04-03; 收到修改稿日期: 2023-05-05

^{*} 基金项目: 国家自然科学基金项目(52202448)

作者简介: 钟再敏(1973—), 男, 教授, 博导, 研究方向为车用电驱动系统。

杨明磊(1993—), 男, 博士研究生, 研究方向为车用电驱动系统。

王业勤(1987—), 男, 博士, 助理教授, 研究方向为电气化交通领域的电驱动。

陈 鸿(2000—), 男, 硕士研究生, 研究方向为车用电驱动系统。

Key words: unified theory of electrical machinery; four-coil unified model of electrical machinery; space vector expression; entrainment electromotive force

0 引言

模型是对一些现象、系统或设备的模拟,模型化的方法是人们认识客观物体的媒介和具有普遍意义的研究手段—原型电机模型^[1]。自 1831 年法拉第电磁感应定律提出以来,电机技术发生了根本的变化,许多新的电机拓扑相继出现,目前以感应电机、同步电机、双馈感应电机、磁阻电机和直流电机为代表的机电系统在现代工业自动化生产中的应用十分广泛。但在电机的发展中,上述各类的电机运行和控制理论是各自逐步建立起来,模型基础并不完全相容。可以设想,如果能有一个“统一”的电机物理模型,并基于该模型形成一套完整的适用于典型电机的统一理论,其价值是不言而喻的,这就是电机统一理论所探讨的问题^[2]。

1922 年,Blondel^[3]提出了“双反应理论”,将凸极同步电机的磁动势分解为 d 轴和 q 轴两个分量,解决了凸极同步电机在稳态运行过程中气隙磁阻不均匀的问题。随后,Doherty 等^[4]对该双反应理论进行了扩展,考虑了 dq 轴磁势的谐波分量及其影响。West^[5]将双反应理论应用到感应电机的分析中,认为一个旋转的笼型绕组可以等效为两对短路电刷的直流电枢绕组。到上世纪二十年代末,Park^[6-7]基于双反应理论,推导并提出了 Park 坐标变换理论,成为电机统一理论后续发展的重要基石。

随着古典力学和微分几何学等学科的发展,在 20 世纪 30 年代初,Kron^[8-9]应用张量分析作为研究电机和网格的工具,提出了旋转电机的统一理论,并首次提出了原型电机的物理模型。进一步的,Kron^[10]基于原型电机建立了不同类型电机模型的等效电路。该原型电机及电机统一理论对电机理论发展影响颇大。Hancock^[11]和 Jones^[12]在著作中推广了原型电机的概念,并讨论了原型电机应用于实际电机的步骤和方法。Adkins 等^[13]对电机统一理论作了进一步总结,并提出如图 1 所示的四线圈原型电机模型。与 Kron^[8-9]提出的原型电机类似,Adkins 等^[13]所建立的原型电机也是由直流电机抽象得出,其特点是定、转子绕

组轴线在空间上是固定不动的,将转子换向器绕组用两个等效线圈 D 和 Q 来代替。谢宝昌^[14]基于原型电机物理模型,利用坐标变换和绕组折算,将不同频率的电压方程转换成相同频率和统一磁链耦合形式的等效电路,获得统一电磁耦合模型,揭示了不同电机内部的电磁耦合本质。

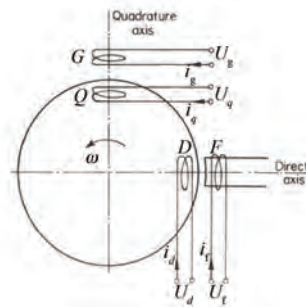


图 1 Adkins 等^[13]提出的原型电机

但遗憾的是,Adkins 等^[13]所提出的四线圈原型电机模型,其转子等效线圈 D 和 Q 的空间位置被 dq 轴电刷约束,即所谓的“伪静止线圈”,不能描述实际情况中转子线圈随转子一起运动的基本特点。这一限定假设在后续理论分析中也得以延续和继承。之所以引入伪静止线圈这一抽象概念,主要是为了解决旋转绕组励磁磁场在非线圈固结坐标系的物理效应,具体地说,就是要表征在伪静止坐标系下的相对旋转运动引起的额外动生电动势问题^[15]。本文作者钟再敏等^[16]此前对这类问题进行了深入的理论分析,并阐明,运动参考系下,磁链相对线圈的变化可以分解为“牵连运动”与“相对运动”两部分,而且分别诱导对应的动生电动势。据此,文中引入“牵连运动电动势”的概念,实现了线圈固结坐标系与运动坐标系下电压矢量方程的一致表达,为摆脱对伪静止线圈概念的依赖创造了条件。

鉴于此,本文对 Adkins 等^[13]所提出的四线圈原型电机加以改进,建立了统一的四线圈原型电机物理模型。所提出的原型电机由一对静止正交的定子线圈和一对旋转正交的转子线圈构成。不同于传统的原型电机,所提出的四线圈电机模型转子线圈轴线与转子固结,无需引入伪静止线圈和交流电刷的概念。借助牵连运动电动势理论

方法^[16],本文推导了该四线圈原型电机在任意MT坐标系下的电压方程、转矩“空间矢量”表达式,分析了其输入、输出特性及不同磁场定向方式下的最大转矩电流比(MTPA)运行规律,为实现统一的电机控制算法提供了理论指导。本文提出的四线圈电机模型可以统一定量描述典型电机的机电能量变换过程,并对交流电机的典型概念进行统一抽象定义。在设置附加约束条件下,可借助所述原型电机实现对永磁同步电机、同步磁阻电机、双馈感应电机、感应电机、直流电机与多线圈变压器等典型电机的等效物理表征。

1 线圈、线圈的磁场、坐标系

1.1 单轴线圈及其磁场

如图2所示,对于轴线固定的励磁线圈,当通入(交变)电流后,会产生空间分布磁场,单轴线圈磁场的轴线位置A一般根据右手定则确定,并以此指代线圈磁场的空间方位。

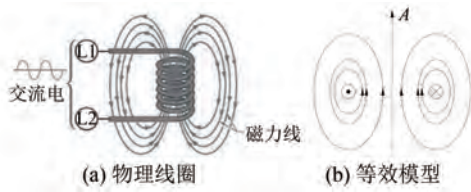


图2 单轴线圈的空间磁场

对于上述轴线固定的单轴线圈来说,因为磁场方向固定,所以磁场用标量函数磁链 ψ_A 表征和度量。通入频率为 ω 的交流电 $i_A = I_A \sin(\omega t)$,励磁磁链为

$$\psi_A = L_A i_A = L_A I_A \sin(\omega t) \quad (1)$$

式中: L_A 为单轴线圈的励磁电感。

根据法拉第电磁感应定律,单轴线圈的电压方程可以表示为

$$u_A = R_A i_A + \frac{d}{dt} \psi_A \quad (2)$$

1.2 正交线圈及其空间合成磁场

单轴线圈所产生的磁场空间方位由线圈位置决定。与之不同,多个线圈的合成磁场方位与线圈之间是允许存在相对运动的。因此,对于多线圈电磁系统,区分线圈及其合成磁场就非常必要了。显然,要产生空间旋转磁场,需要至少两个不平行的励磁线圈。如图3所示,在空间固定位置

处布置两个正交线圈,并规定逆时针为正方向, β 线圈在空间上超前 α 线圈 90° 电角度。线圈正交意味着两线圈产生的磁场在空间上不存在耦合。若在两个线圈上分别通以 i_α 和 i_β 的电流,则可以通过控制其电流实现磁场的空间调制。其基本数学基础就是利萨如曲线,即正交线圈励磁电流合成一个空间运动曲线,在频率相等、相位相差 90° 的情况下,合成励磁磁动势为圆形。

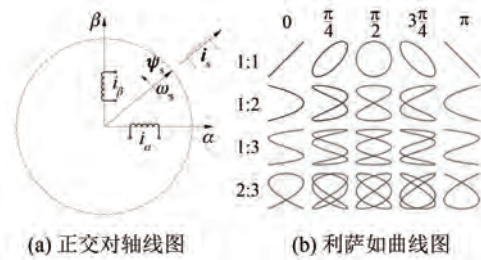


图3 正交双轴线圈及其合成磁场

假设, α 线圈和 β 线圈通入的交变电流的频率相同均为 ω_s ,相位相差 90° ,则两个线圈的励磁电流可以表示为

$$i_\alpha = |i_s| \sin(\omega_s t) \quad (3)$$

$$i_\beta = |i_s| \sin\left(\omega_s t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (4)$$

式(4)中,空间上超前的 β 线圈对应的励磁电流时间上滞后,体现了旋转电机中的时空对应关系,具有普遍性。因为两个线圈空间上正交,所以二者的互感满足 $L_{\alpha\beta} = L_{\beta\alpha} = 0$,励磁磁链可以分别表示为

$$\psi_\alpha = L_\alpha i_\alpha \quad (5)$$

$$\psi_\beta = L_\beta i_\beta \quad (6)$$

在电机中的变量,如电压、电流、磁链等,虽然不是场量,但与具有特定空间位置的绕组相关联,因此也可以描述成空间的函数,即也可用空间矢量来表征^[17]。在 $\alpha\beta$ 坐标系中,磁链空间矢量可以表示为

$$\psi_s^{\alpha\beta} = \psi_\alpha + j\psi_\beta \quad (7)$$

式中:右上角标 $\alpha\beta$ 为该矢量在 $\alpha\beta$ 坐标系下的表示。

假设沿着气隙弧线空间上的磁阻是均匀的,则 $\alpha\beta$ 轴上的励磁电感相同,即 $L_\alpha = L_\beta = L_s$,则合成的磁链可以表示成:

$$\psi_s^{\alpha\beta} = L_s i_s^{\alpha\beta} \quad (8)$$

式中: 电流矢量 $\mathbf{i}_s^{\alpha\beta} = i_\alpha + j i_\beta$ 。

此电流矢量也可视作合成磁链空间位置处一个运动单轴线圈 s 的单轴励磁效果, 参见图 3。

2 运动参考系的牵连运动及其表征

根据法拉第电磁感应定律, 两个正交线圈上的电压方程可以分别表示成:

$$u_\alpha = R_s i_\alpha + \frac{d\psi_\alpha}{dt} \quad (9)$$

$$u_\beta = R_s i_\beta + \frac{d\psi_\beta}{dt} \quad (10)$$

或统一用空间矢量表示为

$$\mathbf{u}_s^{\alpha\beta} = R_s \mathbf{i}_s^{\alpha\beta} + \frac{d\boldsymbol{\psi}_s^{\alpha\beta}}{dt} \quad (11)$$

式(11)中, 各空间矢量均是空间上不断旋转的交变量, 旋转的角速度为 ω_s , 相对 $\alpha\beta$ 线圈始终存在相对运动。为了对这类交变量进行简化分析, 引入磁场同步旋转的 DQ 运动坐标系, 如图 4 所示。相对线圈固结的 $\alpha\beta$ 坐标系, DQ 坐标系的旋转角速度与磁链 $\boldsymbol{\psi}_s$ 的旋转角速度同为 ω_s 。将磁链空间矢量在 DQ 同步旋转坐标系下表示为 $\boldsymbol{\psi}_s^D$ 。右上角标 D 表示该矢量在 DQ 旋转坐标系下。

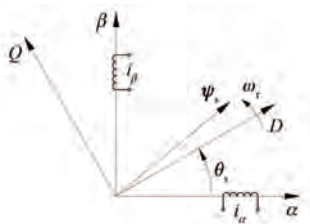


图4 同步旋转坐标系

易知, 上述两个不同坐标系下磁链表达式之间满足矢量变换关系

$$\boldsymbol{\psi}_s^{\alpha\beta} = \boldsymbol{\psi}_s^D e^{j\theta_s} \quad (12)$$

基于 DQ 运动坐标系的视角, 磁链矢量 $\boldsymbol{\psi}_s^D$ 与 DQ 坐标系同步旋转。其直接表现是, 数学形式上, 法拉第电磁感应定律不能直接适用, 具体体现为

$$\mathbf{u}_s^D \neq R_s \mathbf{i}_s^D + \frac{d\boldsymbol{\psi}_s^D}{dt} \quad (13)$$

文献[16]分析指出, 式(13)主要缺失了因坐标系运动引起的牵连运动数学表达, 因为 DQ 运

动坐标系与线圈存在旋转运动关系。因此, 要明确区分线圈与坐标系之间的相对运动关系, 并且定义相对线圈静止的坐标系为“法拉第参考系”, 此时法拉第电磁感应定律是直接适用的, 简称“法拉第系”; 定义相对线圈运动的坐标系为“非法拉第参考系”, 这意味着, 法拉第电磁感应定律(在数学上)不直接适用于该坐标系的变量表达形式, 简称“非法拉第系”。

显然, $\alpha\beta$ 坐标系与线圈固结, 属于法拉第系, 法拉第电磁感应定律直接成立, 如式(11)所示。但相对线圈运动的 DQ 运动坐标系为非法拉第系, 法拉第电磁感应定律不再直接适用。此时, 磁链的绝对变化率应该考虑由坐标系牵连运动引起的附加动生电动势项, 文献[16]将其定义为牵连运动电动势, 其数学形式为

$$\mathbf{e}_{ms}^D = -j\omega_s \boldsymbol{\psi}_s^D \quad (14)$$

其作用是, 在非法拉第系下推导电压方程时, 将坐标系的牵连运动效果等效为作用在线圈上的一个虚拟电动势, 在线圈端电压上补足该电动势, 然后才列写法拉第电磁感应定律。该做法借鉴了非惯性坐标系下引入“惯性力”后列写力平衡关系式的原理, 二者的数学基础也是完全一致的[16]。

牵连运动电动势引入后, 无需经过矢量/坐标变换, 可以直接在运动坐标系(非法拉第系)下建立线圈的电压方程, 即:

$$\mathbf{u}_s^D + \mathbf{e}_{ms}^D = R_s \mathbf{i}_s^D + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\psi}_s^D \quad (15)$$

显然, 形式上式(15)在法拉第系下也是成立的, 此时牵连运动电动势 $\mathbf{e}_{ms}^D$ 为 0。

3 四线圈原型电机模型

3.1 拓展四线圈原型电机模型

电机的机电能量转换过程可视作定、转子空间磁场的相互作用。据此, 在 Adkins 等[13]提出的原型电机基础上, 提出如下图 5 所示的拓展四线圈原型电机模型: 定子等效为静止的正交 α, β 线圈, 转子等效为旋转的正交 d, q 线圈, 并定义, 直角坐标系 $\alpha\beta$ 与定子线圈固结, 转子同步坐标系 DQ 与转子线圈固结。

上述电机模型附加假设如下:

(1) 极对数为 1。

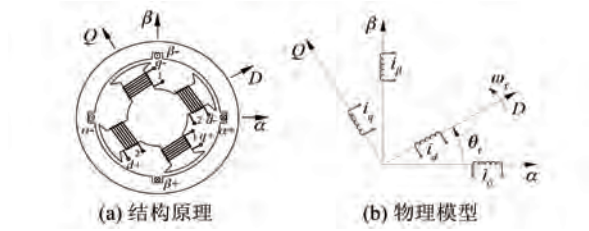


图5 四线圈原型电机结构原理和物理模型

(2) 定子为隐极设计, 即不考虑定子绕组的凸极性。相应地, 定子等效静止正交 α 、 β 线圈的合成励磁作用(磁动势)可以在任意旋转坐标系下等效表达。

(3) 转子可为隐极或凸极设计。凸极效应主要针对转子凸极或者永磁励磁情况, 转子等效正交 d 、 q 线圈的取向应明确规定为 d 线圈沿转子磁链轴线方向; 对于隐极转子, 转子线圈的方向也可不作特殊规定, 且转子磁链的表达也可在任意旋转坐标系中实现。

转子同步坐标系 DQ 与转子 d 、 q 线圈均以角速度 ω_r 旋转, 记转子同步 DQ 坐标系与静止坐标系 $\alpha\beta$ 之间的空间角度为 θ_r , 设初始相位角为 ρ_0 , 则有如下积分关系式:

$$\theta_r = \int \omega_r dt + \rho_0 \quad (16)$$

3.2 磁链矢量表达式和“同步电感”

由于转子运动线圈的存在, 定子 α 、 β 线圈的磁链应考虑与 d 、 q 线圈的互感磁链, 有:

$$\psi_\alpha = L_\alpha i_\alpha + L_{md} i_d \cos(\theta_r) - L_{mq} i_q \sin(\theta_r) \quad (17)$$

$$\psi_\beta = L_\beta i_\beta + L_{md} i_d \sin(\theta_r) + L_{mq} i_q \cos(\theta_r) \quad (18)$$

式中: L_α 和 L_β 分别为 α 、 β 线圈的自感, 其分别包含励磁电感 $L_{\alpha\alpha}$ 和 $L_{\beta\beta}$, 及漏感 $L_{\alpha\sigma}$ 和 $L_{\beta\sigma}$, 且 $L_\alpha = L_{\alpha\alpha} + L_{\alpha\sigma}$, $L_\beta = L_{\beta\beta} + L_{\beta\sigma}$; L_{md} 为 α 线圈或 β 线圈与 d 线圈轴向对齐时的互感值; L_{mq} 为 α 线圈或 β 线圈与 q 线圈轴向对齐时的互感值。

同理, 转子 d 、 q 线圈的合成磁链可以表示为

$$\psi_r^D = \psi_d + j\psi_q \quad (19)$$

且有:

$$\psi_d = L_d i_d + L_{md} i_\alpha \cos(\theta_r) + L_{mq} i_\beta \sin(\theta_r) \quad (20)$$

$$\psi_q = L_q i_q - L_{md} i_\alpha \sin(\theta_r) + L_{mq} i_\beta \cos(\theta_r) \quad (21)$$

式中: L_d 和 L_q 分别为 d 、 q 线圈的自感, 其分别包含励磁电感 L_{dd} 和 L_{qq} , 及漏感 $L_{d\sigma}$ 和 $L_{q\sigma}$, 且 $L_d = L_{dd} + L_{d\sigma}$, $L_q = L_{qq} + L_{q\sigma}$ 。

上述分析表明, 当定、转子磁链和电流均在各自线圈固结坐标系下表达时, 互感随转子位置改变。为此引入矢量旋转变换, 将电流和磁链矢量变换到同一个坐标系下。

以磁链变换到转子固结 DQ 坐标系为例。定子电流和磁链矢量分别按坐标分量表示为

$$\mathbf{i}_s^D = i_d + j i_q \quad (22)$$

$$\psi_s^D = \psi_d + j \psi_q \quad (23)$$

式中: i_d 和 i_q 分别为 D 、 Q 坐标系下定子电流分量; ψ_d 和 ψ_q 分别为 D 、 Q 坐标系下定子磁链分量。

且均满足如下矢量变换关系

$$\mathbf{i}_s^{\alpha\beta} = e^{j\theta_r} \mathbf{i}_s^D \quad (24)$$

$$\psi_s^{\alpha\beta} = e^{j\theta_r} \psi_s^D \quad (25)$$

根据电流、磁链关系式, 记为

$$\psi_d = L_D i_d + L_{Dd} i_d \quad (26)$$

$$\psi_q = L_Q i_q + L_{Qq} i_q \quad (27)$$

显然, 式(26)和式(27)中自感 L_D 、 L_Q 和互感 L_{Dd} 、 L_{Qq} 并非实际意义上物理线圈之间的励磁电感, 而是基于数学变换后得到的虚拟电感量, 上述电感与坐标系的选取有关。在转子固结 DQ 坐标系(或磁场同步坐标系)下, 上述电感不随转子位置改变, 为常值, 一般将其称为同步电感。同步电感虽为虚拟电感量, 但在电机处于特定状态下也是可以测量或者由间接推算得到。

对 DQ 坐标系下的同步电感进行简单推算。根据欧拉公式, 可得:

$$\psi_d = \psi_\alpha \cos(\theta_r) + \psi_\beta \sin(\theta_r) \quad (28)$$

$$\psi_q = -\psi_\alpha \sin(\theta_r) + \psi_\beta \cos(\theta_r) \quad (29)$$

代入 ψ_α 、 ψ_β 和电流表达式, 整理后得到:

$$\psi_d = L_\alpha i_d + L_{md} i_d \quad (30)$$

$$\psi_q = L_\beta i_q + L_{mq} i_q \quad (31)$$

各项对照, 可以得到同步电感与线圈物理电感量之间的对应关系:

$$L_D = L_\alpha \quad (32)$$

$$L_Q = L_\beta \quad (33)$$

$$L_{Dd} = L_{md} \quad (34)$$

$$L_{Qq} = L_{mq} \quad (35)$$

类似地, 也可得到转子磁链表达式:

$$\psi_d = L_d i_d + L_{dD} i_D \quad (36)$$

$$\psi_q = L_q i_q + L_{qQ} i_Q \quad (37)$$

其中, L_{dD} 、 L_{qQ} 亦为矢量变换引入的同步电感, 且满足:

$$L_{dD} = L_{Dd} \quad (38)$$

$$L_{qQ} = L_{Qq} \quad (39)$$

用矩阵表示, 磁链表达式如下:

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & L_{dD} & 0 \\ 0 & L_q & 0 & L_{qQ} \\ L_{Dd} & 0 & L_D & 0 \\ 0 & L_{Qq} & 0 & L_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (40)$$

在满足特定匝数关系的前提下, D 轴定子自感与互感之间存在如下关系:

$$L_{dd} = L_{DD} = L_{Dd} \quad (41)$$

$$L_d = L_{dd} + L_{d\sigma} = L_{Dd} + L_{d\sigma} \quad (42)$$

$$L_D = L_{DD} + L_{D\sigma} = L_{Dd} + L_{D\sigma} \quad (43)$$

式中: L_{DD} 、 $L_{D\sigma}$ 分别为定子磁链旋转变换后的等效励磁电感与等效漏感, 上述定义对 Q 轴同样成立。

可见, 在转子固结 DQ 坐标系下, 电感矩阵为常值, 这对于电机分析与控制均非常有利。

3.3 转子固结 DQ 坐标系下的电压方程

DQ 坐标系与转子固结, 对于转子线圈而言, 其属于“法拉第参考系”, 所以在 DQ 旋转坐标系下定子的电压方程为

$$\mathbf{u}_r^D = \mathbf{i}_r^D R_r + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\psi}_r^D \quad (44)$$

对于定子而言, 转子 DQ 坐标系相对定子线圈存在相对运动, 属于非法拉第系, 所以在 DQ 旋转坐标系下定子的电压方程应补充牵连运动电动势项, 最终表述为

$$\mathbf{u}_s^D + \mathbf{e}_{ms}^D = \mathbf{i}_s^D R_s + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\psi}_s^D \quad (45)$$

式中: $\mathbf{e}_{ms}^D$ 为牵连运动电动势, $\mathbf{e}_{ms}^D = -j\omega_r \boldsymbol{\psi}_s^D$ 。

3.4 任意旋转 MT 坐标系下电压方程

对于定、转子均为隐极情况, 电压方程也可在任意 MT 旋转坐标系下直接建立。图 6 为任意 MT 旋转坐标系。

设任意旋转 MT 坐标系相对定子线圈的旋转角频率为 ω_s , 相对转子线圈的旋转角频率(滑差频率)为 ω_f 。当转子旋转频率为 ω_r 时, 满足如下

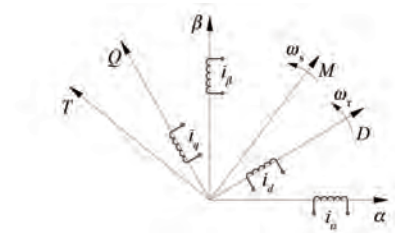


图 6 任意 MT 旋转坐标系

频率约束关系:

$$\omega_s = \omega_f + \omega_r \quad (46)$$

由于滑差频率 ω_f 的存在, 同步磁场相对于定、转子均存在相对运动, 即 MT 坐标系对于定、转子线圈而言均为非法拉第系。电压方程中均须考虑坐标系相对旋转引起的牵连运动电动势, 即:

$$\mathbf{u}_s^M + \mathbf{e}_{ms}^M = \mathbf{i}_s^M R_s + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\psi}_s^M \quad (47)$$

$$\mathbf{u}_r^M + \mathbf{e}_{mr}^M = \mathbf{i}_r^M R_r + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\psi}_r^M \quad (48)$$

MT 坐标系运动引起的定、转子侧牵连运动电动势分别为

$$\mathbf{e}_{ms}^M = -j\omega_s \boldsymbol{\psi}_s^M \quad (49)$$

$$\mathbf{e}_{mr}^M = -j\omega_f \boldsymbol{\psi}_r^M \quad (50)$$

式中: $\mathbf{i}_s^M$ 、 $\mathbf{i}_r^M$ 和 $\boldsymbol{\psi}_s^M$ 、 $\boldsymbol{\psi}_r^M$ 分别为 MT 坐标下的定、转子电流矢量和定、转子磁链矢量。

其坐标分解形式为

$$\mathbf{i}_s^M = i_M + j i_T \quad (51)$$

$$\mathbf{i}_r^M = i_m + j i_t \quad (52)$$

$$\boldsymbol{\psi}_s^M = \psi_M + j \psi_T \quad (53)$$

$$\boldsymbol{\psi}_r^M = \psi_m + j \psi_t \quad (54)$$

式中: i_M 、 i_T 分别为定子电流的 M 、 T 轴分量; i_m 、 i_t 分别为转子电流的 M 、 T 轴分量。

基于 3.2 节的推导过程, 将 MT 坐标系下磁链与电流用电感矩阵表示为

$$\begin{bmatrix} \psi_m \\ \psi_t \\ \psi_M \\ \psi_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_m & 0 & L_{mM} & 0 \\ 0 & L_t & 0 & L_{tT} \\ L_{Mm} & 0 & L_M & 0 \\ 0 & L_{Tt} & 0 & L_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_m \\ i_t \\ i_M \\ i_T \end{bmatrix} \quad (55)$$

式中: $L_m = L_{mm} + L_{m\sigma}$ 、 $L_t = L_{tt} + L_{t\sigma}$, L_{mM} 和 L_{tT} 分别对应转子映射到 M 、 T 轴的等效励磁电感, $L_{m\sigma}$ 和 $L_{t\sigma}$ 分别为转子映射到 M 、 T 轴的等效漏感。 $L_{mM} = L_{Mm}$ 和 $L_{tT} = L_{Tt}$ 为互感。定子侧变量可采用类似定义。

在 MT 坐标系选为磁场同步坐标系情况下, 亦称电感矩阵各元素为同步电感。考虑到定、转子均为隐极的假设, 任意 MT 坐标系下, 电感矩阵均为常数。

3.5 转矩方程

原型电机的电磁转矩可由磁共能对转子位置的偏导计算得到, 限于篇幅, 在此直接引用文献[18]中转矩的矢量结论。即电磁转矩等于定、转子磁链正交分量之积, 亦可换算为定子磁链矢量与电流矢量的矢量积(叉乘)形式^[18]。在 MT 坐标系下, 有

$$\mathbf{t}_e = \boldsymbol{\psi}_s^M \times \mathbf{i}_s^M \quad (56)$$

转矩矢量 $\mathbf{t}_e$ 的正方向按照右手螺旋定则定义, 其标量形式可表示为

$$t_e = \psi_M i_T - \psi_T i_M \quad (57)$$

代入磁链表达式(55), 可得到如下原型电机转矩基本方程:

$$t_e = (L_M - L_T) i_M i_T + L_{Mm} i_m i_T - L_{Tt} i_t i_M \quad (58)$$

这是一个非常重要的基础表达式。

对于隐极电机, 考虑到 $L_M = L_T \triangleq L_s$, $L_{Mm} = L_{Tt} \triangleq M_{sr}$, 转矩方程可简化为

$$t_e = M_{sr} (i_m i_T - i_t i_M) \quad (59)$$

若考虑转子固结的 DQ 坐标系, 可同样得到类似的转矩方程。这里选择任意旋转 MT 坐标系更具代表性。

4 四线圈原型电机的输入、输出特性

上文介绍了四线圈原型电机物理模型, 并推导了磁链、电压及转矩表达式。进一步地, 可以给出四线圈原型电机的基本输入、输出特性, 即四个电端口对电流、电压的限制及机械端口的转矩输出性能。

4.1 输入端口电流、电压限制

逆变器输出电流的能力受到本身容量的限制, 因此定、转子电流受极限值 I_{sm} 、 I_{rm} 制约, 用任意 MT 坐标系下的定子以及转子电流矢量表示电流极限圆约束关系为

$$i_M^2 + i_T^2 \leq I_{sm}^2 \quad (60)$$

$$i_m^2 + i_t^2 \leq I_{rm}^2 \quad (61)$$

控制器向电机所能提供的定、转子电压极限值 U_{sm} 、 U_{rm} 受到电源所能输出直流电压的限制。在任意 MT 坐标系下, 定、转子电压约束可以表

示成:

$$u_M^2 + u_T^2 \leq U_{sm}^2 \quad (62)$$

$$u_m^2 + u_t^2 \leq U_{rm}^2 \quad (63)$$

根据前文分析, 电机在稳态工况下, 忽略电阻压降。当转速恒定, 即定子电角频率 ω_s 和转子滑差频率 ω_f 恒定, 在电流相平面上, 电压约束表现为如下椭圆方程:

$$(L_M i_M + L_{Mm} i_m)^2 + (L_T i_T + L_{Tt} i_t)^2 \leq \left(\frac{U_{sm}}{\omega_s} \right)^2 \quad (64)$$

$$(L_m i_m + L_{mM} i_M)^2 + (L_t i_t + L_{tT} i_T)^2 \leq \left(\frac{U_{rm}}{\omega_f} \right)^2 \quad (65)$$

4.2 不同磁场定向方式下的 MTPA 运行

MT 坐标系在选作与磁场同步旋转的前提下, 可将各电磁量表示为(准)直流量, 便于分析。进一步地, MT 坐标系可选取不同的磁场定向控制(FOC)模式, 以进一步便利于矢量控制, 比如实现定子电流的最大转矩电流比(MTPA)运行控制。常见的磁场定向方式包括转子电流定向、定子电流定向、转子磁场定向等。

4.2.1 转子电流定向

采用转子电流定向, MT 同步坐标系的 d 轴取向与转子电流同方向。此时定、转子电流矢量的关系如图7所示。

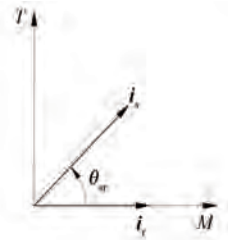


图7 转子电流定向 MT 坐标系

图7中, θ_{sr} 为定、转子电流之间的夹角。采用转子电流定向, 定、转子电流满足:

$$\begin{cases} i_m = |i_r| \\ i_t = 0 \end{cases} \quad (66)$$

$$\begin{cases} i_M = |i_s| \cos \theta_{sr} \\ i_T = |i_s| \sin \theta_{sr} \end{cases} \quad (67)$$

此时, 四线圈原型电机模型的转矩基本方程可简化为

$$t_e = (L_M - L_T)i_M i_T + L_{Mm} i_m i_T \quad (68)$$

当定子电流幅值 $|\mathbf{i}_s|$ 和转子电流幅值 $|\mathbf{i}_r|$ 给定, 满足 MTPA 的定子电流曲线满足:

$$\frac{\partial t_e}{\partial \theta_{sr}} = 0 \quad (69)$$

即有:

$$(L_M - L_T) \frac{\partial i_M}{\partial \theta_{sr}} i_T + (L_M - L_T) i_M \frac{\partial i_T}{\partial \theta_{sr}} + L_{Mm} i_m \frac{\partial i_T}{\partial \theta_{sr}} = 0 \quad (70)$$

考虑到:

$$\frac{\partial i_T}{\partial \theta_{sr}} = i_m, \frac{\partial i_M}{\partial \theta_{sr}} = -i_T \quad (71)$$

若转子为凸极式转子, 即 $L_M \neq L_T$, 式(11)简化后可以求得:

$$i_T = \pm \sqrt{i_m^2 + \frac{L_{Mm} i_m i_M}{(L_M - L_T)}} \quad (72)$$

若转子为隐极式转子, 即 $L_M = L_T$, 根据式(69)可得其 MTPA 控制电流选取规律为 $i_m = 0$ 。

4.2.2 定子电流定向

采用定子电流定向, MT 同步坐标系的 d 轴取向与定子电流同方向。此时, MT 同步坐标系中定、转子电流矢量的关系如图 8 所示。

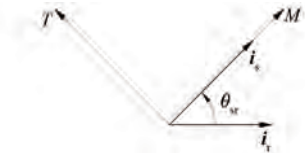


图 8 定子电流定向

采用定子电流定向, 定、转子电流满足如下条件:

$$\begin{cases} i_m = |\mathbf{i}_r| \cos \theta_{sr} \\ i_t = |\mathbf{i}_r| \sin \theta_{sr} \end{cases} \quad (73)$$

$$\begin{cases} i_M = |\mathbf{i}_s| \\ i_T = 0 \end{cases} \quad (74)$$

此时, 四线圈原型电机的转矩基本方程可简化为

$$t_e = -L_T i_t i_M \quad (75)$$

定子电流定向, 就意味着需要控制转子电流实现最大转矩的输出。当转子电流幅值 $|\mathbf{i}_r|$ 和定子电流幅值 $|\mathbf{i}_s|$ 给定, 满足 MTPA 的转子电流曲

线满足:

$$\frac{\partial t_e}{\partial \theta_{sr}} = 0 \quad (76)$$

即有:

$$i_m = 0 \quad (77)$$

4.2.3 转子磁场定向

转子磁场定向时, MT 同步坐标系的 d 轴取向与转子气隙磁场取向一致。此时, MT 同步坐标系中定、转子电流矢量的关系如图 9 所示, 图 9 中 θ_{sg} 表示定子电流与转子磁链的夹角。

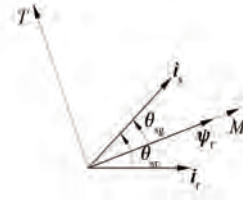


图 9 转子磁场定向

任意 MT 坐标系下, 转子的磁链方程可以表示成

$$\psi_r^M = L_m i_m + L_{mM} i_M + j(L_t i_t + L_{tT} i_T) \quad (78)$$

沿转子磁场轴线定向, 就意味着转子磁链的 T 轴分量 $\psi_t = 0$, 据此可以得到:

$$i_t = -\frac{L_{tT}}{L_t} i_T \quad (79)$$

式(79)体现了为维持转子磁场定向约束, T 轴磁动势平衡关系。此时, 四线圈原型电机的转矩基本方程可简化为

$$t_e = (L_M - L_T) i_M i_T + L_{Mm} i_m i_T + \frac{L_{tT}^2}{L_t} i_T i_M \quad (80)$$

可见, 以转子磁场定向, 转矩同时受定、转子电流各分量影响。当定子电流幅值 $|\mathbf{i}_s|$ 给定, 满足 MTPA 的定子电流曲线满足:

$$\frac{\partial t_e}{\partial \theta_{sg}} = 0 \quad (81)$$

可推算出:

$$(L_M - L_T)(i_M^2 - i_T^2) + L_{Mm} i_m i_M + L_{Mm} \frac{\partial i_m}{\partial \theta_{sg}} i_T + \frac{L_{tT}^2}{L_t}(i_M^2 - i_T^2) = 0 \quad (82)$$

对于转子隐极情况, 满足 $L_M = L_T$, $L_{Mm} = L_{tT} = M_{sr}$ 以及 $L_t = L_m = L_r$ 。进一步假设:

$$\frac{\partial i_m}{\partial \theta_{sg}} = 0 \quad (83)$$

即维持 i_r 在 M 轴的投影不变,这相当于转子励磁电流分量恒定约束。化简后得到此时的 MTPA 电流条件满足如下约束关系:

$$i_r = \pm \sqrt{i_M^2 - \frac{i_m L_r i_M}{M_{sr}}} \quad (84)$$

上述推导了四线圈原型电机模型的电流极限圆、电压极限椭圆以及不同磁场定向下的转矩表达式和 MTPA 曲线的求解。对于不同拓扑结构的电机,可以根据转子是否有励磁绕组及励磁绕组的特点来选择磁场定向方式,上述推导具有一定的普适性。

4.3 四线圈原型电机矢量控制基本架构

四线圈原型电机有较多的控制自由度。以定子单边控制为例,四线圈原型电机的基本矢量控制架构如图 10 所示。根据目标转矩 T_e^* ,可基于上述 MTPA 准则选择目标电流工作点 i_s^{M*} 。电流控制环包括前馈电压项,即牵连运动电动势 $e_{ms}^M = -j\omega_s \psi_s^M$ 。反馈控制电压项基于电流误差进行校正。因为电机定子电端口控制量均最终在定子线圈固结坐标系下完成,所以用到矢量变换完成 MT 坐标系与定子 $\alpha\beta$ 坐标系之间的旋转变换。

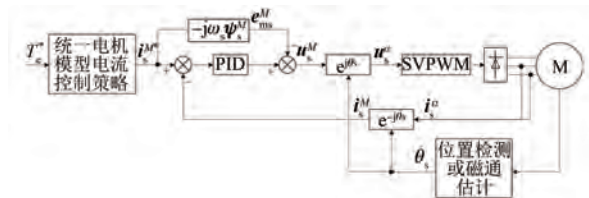


图 10 四线圈原型电机矢量控制基本架构

5 原型电机的具体实现形式

前文基于四线圈原型电机物理模型分析了定子磁链、电压方程和转矩的表达式,并分析了原型电机的电端口输出限制,以及不同磁场定向下的转矩表达和 MTPA 电流约束关系。

下面介绍四线圈原型电机物理模型与典型电机的等效转换关系。参照电机学的表述,后续尽可能用绕组代替线圈,以体现电机的真实部件属性。

5.1 空间矢量的合成与等效原则

电机中最常见空间矢量等效原则是磁动势等效原则。在空间上分布的三相绕组或者多相绕组

通入特定顺序的电流,则会产生一个合成磁动势,该磁动势可以表示成一个空间矢量,对于电机来说,该磁动势是一个旋转的磁动势波。根据前述分析,可以用一套正交的两相绕组通以特定的电流产生相同的合成旋转磁动势,并用空间矢量指代和表征。

同理,三相或者多相绕组中的其他变量如电压和磁链产生的空间矢量,也可以通过空间矢量的形式等效到两相绕组。因此空间矢量的合成与等效原则是本文提出四线圈原型电机推广到不同类型的多相交流电机的数理基础。

5.2 永磁同步电机

永磁同步电机可以分为隐极式和凸极式两类,无论是哪种,在利用原型电机模型分析时,转子等效正交 d, q 线圈的取向均应明确规定为 d 线圈沿永磁体磁链轴线方向。其等效原型电机物理模型如图 11 所示。



图 11 永磁同步电机等效四线圈物理模型

永磁体励磁情况下,设等效励磁电流为 i_f ,即假设转子电流 $i_d = i_f$,则永磁互感磁链为 $\psi_f = L_{Dd} i_f$ 。代入磁链一般表达式后,在转子固结 DQ 坐标系下,定子的磁链分量分别为

$$\psi_D = L_D i_D + L_{Dd} i_f = L_D i_D + \psi_f \quad (85)$$

$$\psi_Q = L_Q i_Q \quad (86)$$

转子固结 DQ 坐标系为非法拉第系,定子的电压方程依据式(45)给出,即:

$$u_s^D + e_{ms}^D = i_s^D R_s + \frac{d}{dt} \psi_s^D \quad (87)$$

式中: $e_{ms}^D = -j\omega_r \psi_s^D$ 。若代入磁链表达式,则牵连运动电动势最终为

$$e_{ms}^D = \omega_r L_Q i_Q - j\omega_r (L_D i_D + \psi_f) \quad (88)$$

永磁电机没有转子 q 轴电流分量,基于统一电机模型的转矩基本公式,可以列出永磁同步电机的转矩方程:

$$t_e = (L_D - L_Q) i_D i_Q + \psi_f i_Q \quad (89)$$

式中: $(L_D - L_Q) i_D i_Q$ 为磁阻转矩分量, $\psi_f i_Q$ 为电磁

转矩分量。

对于隐极式永磁电机,有 $L_D = L_Q$,转矩方程中磁阻转矩分量为 0,即:

$$t_e = \psi_f i_Q \quad (90)$$

永磁电机端口只有定子绕组,为定子单边控制,根据电压极限椭圆计算式(63),可以写出永磁电机定子的电压极限椭圆方程:

$$(L_D i_D + \psi_f)^2 + (L_Q i_Q)^2 \leq \left(\frac{U_{sm}}{\omega_s} \right)^2 \quad (91)$$

永磁电机在矢量控制时一般采用转子电流定向方式,对于凸极式永磁电机,根据式(71),定子的 MTPA 曲线为

$$i_Q = \pm \sqrt{i_D^2 + \frac{\psi_f i_D}{(L_D - L_Q)}} \quad (92)$$

对于隐极式永磁电机,其定子的 MTPA 曲线为 d 轴电流为零的控制方式,即 $i_D = 0$ 。

5.3 同步磁阻电机

同步磁阻电机的定子绕组与永磁同步电机相同,转子无源,没有永磁体或励磁绕组,主要靠转子的凸极效应产生电磁转矩。其四线圈物理模型等效如图 12 所示。

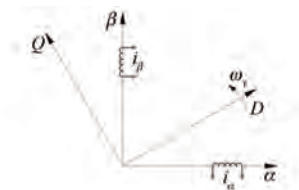


图 12 同步磁阻电机等效四线圈物理模型

仍选取转子固结 DQ 坐标系为参考系,且 D 轴位置选为最大磁阻方向。

此时,定子绕组在 DQ 同步坐标系下的磁链简化为

$$\psi_D = L_D i_D \quad (93)$$

$$\psi_Q = L_Q i_Q \quad (94)$$

与永磁同步电机类似,定子的电压方程仍由式(45)给出,即:

$$u_s^D + e_{ms}^D = i_s^D R_s + \frac{d}{dt} \psi_s^D \quad (95)$$

式中: e_{ms}^D 为牵连运动电动势, $e_{ms}^D = -j\omega_r \psi_s^D$,代入磁链表达式,则牵连运动电动势最终为

$$e_{ms}^D = \omega_r L_Q i_Q - j\omega_r L_D i_D \quad (96)$$

根据转矩基本公式,同步磁阻电机无电磁转

矩,只有磁阻转矩分量:

$$t_e = (L_D - L_Q) i_D i_Q \quad (97)$$

同步磁阻电机的电端口输入只有定子绕组,定子电压极限圆可以表述成:

$$(L_D i_D)^2 + (L_Q i_Q)^2 \leq \left(\frac{U_{sm}}{\omega_s} \right)^2 \quad (98)$$

与永磁同步电机类似,同步磁阻电机在矢量控制时一般采用转子电流定向方式,根据式(71),MTPA 曲线为

$$i_Q = \pm i_D \quad (99)$$

5.4 双馈感应电机

双馈感应电机的转子有(多相)交流励磁绕组,其等效励磁作用可以用 d 、 q 正交双线圈表示,定子可以等效为静止的 α 、 β 双线圈。对于双馈感应电机而言,若不考虑转子的凸极性,定转子的磁链、电压方程可以在任意旋转坐标系下建立。选择磁场同步 MT 坐标系。双馈感应电机的四线圈物理模型与任意 MT 坐标系下的模型一致,如图 6 所示。

双馈感应电机定、转子磁链方程、电压方程均与原型电机一致,此处不再列写。基于四线圈原型电机的转矩基本公式,可以写出双馈感应电机的转矩式为

$$t_e = i_m i_T - i_t i_M \quad (100)$$

因为没有凸极效应,可以记转子电感为 L_r ,定子电感为 L_s ,定转子的互感为 M_{sr} 。双馈感应电机的电端口输入有定子绕组和转子绕组,为双边控制,电压极限椭圆方程简化为

$$(L_s i_M + M_{sr} i_m)^2 + (L_s i_T + M_{sr} i_t)^2 \leq \left(\frac{U_{sm}}{\omega_s} \right)^2 \quad (101)$$

$$(L_r i_m + M_{sr} i_M)^2 + (L_r i_t + M_{sr} i_T)^2 \leq \left(\frac{U_{rm}}{\omega_r} \right)^2 \quad (102)$$

双馈感应电机可采用定子电流定向也可采用转子电流定向,若采用转子电流定向,转子电流幅值给定约束前提下,根据式(71),其定子的 MTPA 曲线为

$$i_M = 0 \quad (103)$$

若采用定子电流定向,根据式(76)其转子电流的 MTPA 为

$$i_m = 0 \quad (104)$$

5.5 感应电机

感应电机转子无源、无凸极性,鼠笼式的转子绕组通过绕组归算可以将其等效为对称的多相绕组。所以感应电机的模型与双馈感应电机的基本一致,与双馈感应电机不同之处在于,转子绕组上无外部电压输入,即 $u_r^M = 0$,感应电机的转子电压方程在式(48)基础上可进一步简化为

$$e_{mr}^M = i_r^M R_r + \frac{d}{dt} \psi_r^M \quad (105)$$

式中: $e_{mr}^M = -j\omega_l \psi_r^M$, ω_l 为 MT 磁场同步坐标系相对转子 DQ 坐标系的旋转角速度。

由于感应电机的转子无源,其电端口为定子绕组,定子的电压极限椭圆

$$(L_s i_m)^2 + (L_s i_T + M_{sr} i_l)^2 \leq \left(\frac{U_{sm}}{\omega_s} \right)^2 \quad (106)$$

式(106)中, i_l 在磁场定向后,根据磁动势平衡关系式(78),可以用 i_T 来表示。

在矢量控制中,感应电机一般采用转子磁场定向的方式。对于常见的感应电机,通常进一步选取 $i_m = 0$,据此,感应电机定子的 MTPA 曲线可简化为

$$i_T = \pm i_M \quad (107)$$

5.6 直流电机

直流电机的定子为永磁体励磁或直流励磁,转子为直流供电,但是换向器使转子固结电枢绕组励磁电流“逆变”为交流。转子基波磁场的轴线在空间上也是静止的,与定子磁场保持确定的相位关系。选定(定子)励磁绕组的轴线为 M 轴,则 MT 坐标系在空间上静止,与定子励磁绕组固结,如图 13 所示。

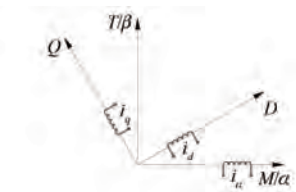


图 13 直流电机等效四线圈物理模型

当励磁电流为 i_m , 定子磁链可以表示成:

$$\psi_M = L_M i_m \quad (108)$$

在 MT 坐标系下,转子的磁链方程可以写成:

$$\psi_r^M = \psi_m + j\psi_l \quad (109)$$

式中: $\psi_m = L_r i_m + M_{sr} i_M$, $\psi_l = L_l i_l$ 。

对于直流电机来说,转子电枢电流在几何中心线上产生的磁场为 0,也就意味着转子 M 轴磁链分量中的 $L_l i_m = 0$,即 $i_m = 0$,也可认为转子 M 轴绕组始终开路。

因为静止 MT 坐标系对于转子绕组存在相对运动且旋转角频率为 $-\omega_l$,其为非法拉第系,所以建立转子电压方程时须考虑牵连运动电动势:

$$u_r^M + e_{mr}^M = i_r^M R_r + \frac{d}{dt} \psi_r^M \quad (110)$$

式中: $u_r^M = u_m + j u_l$, $i_r^M = j i_l$ 。

将转子的牵连运动电动势展开:

$$e_{mr}^M = -j(-\omega_l) \psi_r^M = j\omega_l \psi_r^M = j\omega_l (\psi_m + j\psi_l) \quad (111)$$

对电压方程进行化简,得到:

$$u_m = \omega_l L_r i_l + M_{sr} \frac{d}{dt} i_m \quad (112)$$

$$u_l = \omega_l M_{sr} i_m + i_l R_r + L_r \frac{d}{dt} i_l \quad (113)$$

式(112)、式(113)中的 i_m 为直流,稳态情况下 $di_m/dt = 0$,最终的电压方程为

$$u_m = \omega_l L_r i_l \quad (114)$$

$$u_l = \omega_l M_{sr} i_m + i_l R_r + L_r \frac{d}{dt} i_l \quad (115)$$

需要注意的是,在真实直流电机中,转子 M 轴始终开路,不参与机电能量变换。式(115)的电压方程与真实的直流电机电压方程式是一致的。

基于四线圈原型电机的转矩基本方程,可以写出直流电机的转矩表达式:

$$t_e = M_{sr} (i_m i_T - i_l i_M) = -i_l \psi_M \quad (116)$$

5.7 四线圈变压器

机械端口固结的电机可与变压器等效,本文所提出的四线圈原型电机物理模型可用于分析两相正交变压器,此时转子应与定子对齐,固定不动,并且保证气隙磁阻尽可能小或者彻底取消气隙,其结构简图如图 14 所示。

选取磁场同步 MT 坐标系进行分析,变压器初级(定子)、次级(转子)的磁链方程与四线圈原型电机的磁链方程一致。对于两相正交的变压器而言,磁场同步 MT 坐标系与初级和次级线圈均存在相对运动,故任意 MT 坐标系对于初级和次级线圈来说属于非法拉第系,其两相电压方程中

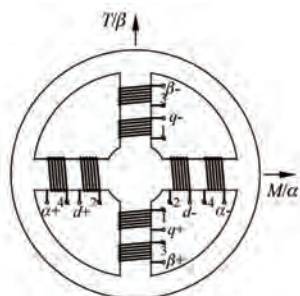


图 14 正交两相变压器等效四线圈结构原理

存在牵连运动电动势,可以表示为

$$\mathbf{u}_s^M + \mathbf{e}_{ms}^M = R_s \mathbf{i}_s^M + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\psi}_s^M \quad (117)$$

$$\mathbf{u}_r^M + \mathbf{e}_{mr}^M = \mathbf{i}_r^M R_r + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\psi}_r^M \quad (118)$$

式中: $\mathbf{e}_{ms}^M = -j\omega_s \boldsymbol{\psi}_s^M$, $\mathbf{e}_{mr}^M = -j\omega_r \boldsymbol{\psi}_r^M$, ω_s 为 MT 坐标系相对定子 $\alpha\beta$ 坐标系的旋转角速度, ω_r 为 MT 坐标系相对转子 DQ 坐标系的旋转角速度。因为变压器内线圈静止,所以 $\omega_s = \omega_r$ 。

根据空间矢量的合成与等效原理,该四线圈正交两相变压器的分析方式可以拓展到三相或者多相变压器。

6 结 语

本文提出了一种拓展的四线圈原型电机模型,模型由一对静止正交的定子线圈和一对与转子固结旋转的正交转子线圈组成。该物理模型是作者此前提出的法拉第参考系理论方法的一个拓展应用。基于法拉第参考系方法,通过引入牵连运动电动势这一物理概念,实现了对运动参考系与静止参考系的感应电动势的一致表征,并推导了四线圈原型电机在任意 MT 坐标系下的磁链、电压以及转矩的统一表达式。该物理模型省略了复杂的坐标变化过程,无需引入伪静止线圈假设,可以更加清楚地揭示不同电机机电能量变化的基本规律。基于该四线圈原型电机模型,在工程上,为实现统一的电机控制算法也提供了一定的理论指导。

【参考文献】

- [1] 王振永. 电机的数学模型和分类[J]. 哈尔滨电工学院学报, 1989(3): 213.
- [2] 王振永. 电机统一理论的发展[J]. 电工电能新技术, 1984(1): 1.

- [3] BLONDEL A. The two-reaction method for study of oscillatory phenomena in coupled alternators [J]. Revue Générale De L'Électricité, 1923, 13: 235.
- [4] DOHERTY R E, NICKLE C A. Synchronous machines I-an extension of Blondel's two-reaction theory [J]. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, 1926, 45: 912.
- [5] WEST H R. The cross-field theory of alternating-current machines [J]. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, 1926, 45: 466.
- [6] PARK R H. Two-reaction theory of synchronous machines generalized method of analysis-part I [J]. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, 1929, 48(3): 716.
- [7] PARK R H. Two-reaction theory of synchronous machines-part II [J]. Electrical Engineering, 1933, 52(1): 44.
- [8] KRON G. Non-riemannian dynamics of rotating electrical machinery [J]. Journal of Mathematics and Physics, 1934, 13(1/2/3/4): 103.
- [9] KRON G. The application of tensors to the analysis of rotating electrical machinery: parts I-XVI, elementary engineering treatment [M]. New York: General Electric Company, 1938.
- [10] KRON G. Steady-state equivalent circuits of synchronous and induction machines [J]. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, 1948, 67(1): 175.
- [11] HANCOCK N N. Matrix analysis of electrical machinery [M]. Oxford: Pergamon Press, 1964.
- [12] JONES C V. The unified theory of electrical machines [M]. New York: Plenum Press, 1968.
- [13] ADKINS B, HARLEY R G. The general theory of alternating current machines: application to practical problems [M]. London: Chapman and Hall, 1978.
- [14] 谢宝昌. 电机统一电磁耦合模型研究 [J]. 电气电子教学学报, 2014, 36(5): 34.
- [15] FITZGERALD A E, JR KINGSLEY C, UMANS S D. Electric machinery [M]. 6th ed. New York: McGraw Hill Higher Education, 2005.
- [16] 钟再敏, 王业勤. 电机模型中牵连运动及其动生电动势的数理表达 [J]. 电机与控制应用, 2023, 50(1): 30.
- [17] 钟再敏. 车用驱动电机原理与控制基础 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2021.
- [18] 王成元, 夏加宽, 孙宜标. 现代电机控制技术 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2009.